



# 2010학년도 경찰대학 제1차시험(수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $(a_1+a_2):a_3=2:3$ 일 때,  $\frac{a_7}{a_4+a_6}$ 의 값은?

- ①  $\frac{21}{34}$     ②  $\frac{11}{17}$     ③  $\frac{23}{34}$     ④  $\frac{12}{17}$     ⑤  $\frac{25}{34}$

2. 세 실수  $a, b, c$ 가  $abc \neq 0$ ,  $ab+bc+ca=abc$ 를 만족시킨다.  $\log_2 x = a$ ,  $\log_3 x = b$ ,  $\log_5 x = c$ 일 때, 양수  $x$ 의 값은?

- ① 10    ② 20    ③ 30    ④ 40    ⑤ 50

3. 이차정사각행렬  $A$ 에 대하여  $A^4=E$ 이고  $A^2+A+E$ 의 역행렬이  $A^2-A+E$ 일 때,  $(A^{-1})^3+A^{-1}$ 을 간단히 나타낸 것은?  
(단,  $E$ 는 단위행렬이고  $O$ 는 영행렬이다.)

- ①  $O$     ②  $E$     ③  $A$     ④  $-A$     ⑤  $A+E$

4. 삼차다항식  $f(x)=x^3-6x^2+3x+7$ 에 대하여 서로 다른 세 실수  $\alpha, \beta, \gamma$ 가  $f(\alpha)=f(\beta)=f(\gamma)=-3$ 을 만족시킬 때,  $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ 의 값은?

- ① 14    ② 21    ③ 26    ④ 30    ⑤ 35

5. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{4^n} - 3\right)$ 이 수렴할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 4 \cdot 2^n}{a_n - 2 \cdot 4^n}$$

의 값은?

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

6. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y=ax$ 가 원  $(x-4)^2+y^2=\frac{4}{n^2}$ 에 접하도록 하는 실수  $a$ 를  $f(n)$ 으로 나타낼 때,  $\sum_{n=1}^{10} \{f(n)\}^2$ 의 값은?

- ①  $\frac{8}{21}$     ②  $\frac{10}{21}$     ③  $\frac{4}{7}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{16}{21}$

7. 임의의 두 집합  $X, Y$ 에 대하여  $X \Delta Y = (X-Y) \cup (Y-X)$ 로 정의하자. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가  $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ ,  $A \Delta B = \{2, 5, 8, 10\}$ 를 만족시킬 때, 집합  $B$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 16    ② 32    ③ 64    ④ 128    ⑤ 256

8. 이차정사각행렬  $A$ 에 대하여 두 행렬  $A+2E, A-2E$ 의 역행렬이 모두 존재하지 않을 때,  $(A+4E)^{-1}=pA+qE$ 가 성립한다. 이때 두 실수  $p, q$ 의 합  $p+q$ 의 값은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.)

- ① 1    ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{5}$

9. 평행사변형 ABCD에서  $\overline{AC}=\sqrt{7}, \overline{BD}=\sqrt{13}, \angle ABC=60^\circ$  이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가  $\theta$ 일 때,  $\sin^2\theta$ 의 값은?

- ①  $\frac{27}{91}$     ②  $\frac{30}{91}$     ③  $\frac{33}{91}$     ④  $\frac{36}{91}$     ⑤  $\frac{39}{91}$

10. 자연수  $a, b$ 에 대하여 연산  $a*b$ 가 다음 세 가지 조건을 만족시킬 때,  $5*3$ 의 값은?

- (가)  $a*a=a+2$   
 (나)  $a*b=b*a$   
 (다)  $\frac{a*(a+b)}{a*b}=\frac{a+b}{b}$

- ① 15    ② 30    ③ 45    ④ 60    ⑤ 75

11. 20보다 작은 자연수  $a, b, c, d$ 에 대하여  $f(x)=\frac{ax-b}{cx+d}$ 로 주어졌다.  $X=\{x|x>-2, x\text{는 실수}\}, Y=\{y|y<5, y\text{는 실수}\}$ 라 할 때, 함수  $f:X\rightarrow Y$ 가 일대일 대응이 되도록 하는 자연수  $a, b, c, d$  중  $a+b+c+d$ 의 최솟값과 최댓값의 합은?

- ① 48    ② 50    ③ 52    ④ 54    ⑤ 56

12. 실수  $x, y$ 가  $|x+y|+|x-y|=1$ 을 만족시킬 때,  $x^2-6x+y^2-6y$ 의 최댓값은?

- ①  $\frac{13}{2}$     ②  $\frac{25}{2}$     ③  $\frac{37}{2}$     ④  $\frac{49}{2}$     ⑤  $\frac{61}{2}$

13. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1=4, a_{n+1}=\sqrt{3a_n+3}-1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

- <보 기> —
- ㄱ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n > a_{n+1}$ 이다.  
 ㄴ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $2 < a_n < 5$ 이다.  
 ㄷ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k} \cdot \frac{1}{5^{2^k}} \right)$

- ① ㄱ    ② ㄱ, ㄴ    ③ ㄱ, ㄷ    ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 실수  $r$  ( $|r| < 1$ )에 대하여  $f(r)=\frac{1}{1-r}$  일 때,

$$\left| f(-0.1) - 1 - \sum_{k=1}^n (-0.1)^k \right| < 10^{-7}$$

을 만족시키는 가장 작은 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

15. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 임의의 점 P와 함수  $y=g(x)$ 의 그래프 위의 임의의 점 Q에 대하여 선분 PQ의 최소의 길이를  $d(f,g)$ 로 나타내자. 예를 들어,  $f(x)=x+2$ 이고  $g(x)=x$ 이면  $d(f,g)=\sqrt{2}$ 이다. 임의의 함수  $f,g,h$ 에 대하여 <보기> 중에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ.  $f(x)=ax+b, g(x)=mx+n$ (단,  $a, b, m, n$ 은 상수) 일 때,  $a \neq m$ 이면  $d(f,g)=0$ 이다.  
 ㄴ.  $d(f,g+h) \leq d(f,g)+d(f,h)$   
 ㄷ.  $d(f,gh) \leq d(f,g) \cdot d(f,h)$

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄴ    ④ ㄱ, ㄷ    ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 전체집합  $U=\{1,2,3,4\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$X(A,B) = \left\{ i^m + \left(\frac{1}{i}\right)^k \mid m \in A, k \in B \right\}$$

<보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은? (단,  $i$ 는 허수단위이고  $n(X)$ 는 집합  $X$ 의 원소의 개수를 나타낸다.)

<보 기>

- ㄱ.  $A=\{1\}, B=\{1,2\}$ 이면  $X(A,B)=\{0, -1+i\}$   
 ㄴ.  $n(X(A,B)) \leq n(A)n(B)$   
 ㄷ.  $n(X(A,B))$ 의 최댓값은 12이다.

- ① ㄱ    ② ㄴ    ③ ㄱ, ㄴ    ④ ㄴ, ㄷ    ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 방정식  $7^{\log_7 x} \cdot x^{\log_5 x} = 1$ 의 모든 근의 합이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값은? (단,  $p, q$ 는 서로소인 양의 정수이다.)

- ① 81    ② 71    ③ 61    ④ 51    ⑤ 41

18. 3의 배수인 세 자리의 자연수 중에서 하나를 뺄 때, 일의 자리의 수 또는 십의 자리의 수 또는 백의 자리의 수가 9인 자연수를 뽑을 확률은?

- ①  $\frac{13}{50}$     ②  $\frac{7}{25}$     ③  $\frac{3}{10}$     ④  $\frac{8}{25}$     ⑤  $\frac{17}{50}$

19. 어느 경찰관이 8월에 관할구역을 이틀 연이어 순찰하지 않으면서 5일 순찰하는 방법의 수는?

- ①  ${}_{26}C_5$     ②  ${}_{27}C_5$     ③  ${}_{28}C_5$     ④  ${}_{29}C_5$     ⑤  ${}_{30}C_5$

20. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

$X$	0	3	6	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$a$	$\frac{2}{3}-a$	1

이 모집단에서 크기가 3인 표본을 복원추출하여 구한 표본 평균을  $\bar{X}$ 라 하자.  $\bar{X}$ 의 분산이  $\frac{17}{12}$ 일 때,  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

21. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 세 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 = \frac{1}{10}$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n > 0, a_n \neq 1$

(다) 어떤 양수  $x$ 에 대하여  $\log_{a_n} x + \log_{a_{n+1}} x = \log x$  (단,  $x \neq 1$ )

자연수  $n$ 에 대하여  $b_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_{2n-1} a_{2n}$ 으로 정의할 때,

무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{\sqrt{10}-1}{9}$     ③  $\frac{\sqrt{10}}{9}$     ④  $\frac{4}{9}$     ⑤  $\frac{\sqrt{10}+1}{9}$

22. 다음 조건을 만족시키는  $4 \times 4$ 행렬의 개수는?

(가) 각 성분은 0 또는 1이다.

(나) 각 행의 성분의 합과 각 열의 성분의 합은 모두 2이다.

- ① 60    ② 70    ③ 80    ④ 90    ⑤ 100

23. 다음은 0, 1, 2, 3, 4, 5를 한 번씩 사용하여 만든 6자리의 자연수를 가장 작은 수부터 가장 큰 수까지 크기 순서로 나열한 수열이다.

102345, 102354, 102435, ..., 543210

이 수열에서 450번째 항은?

- ① 345201    ② 354210    ③ 420135    ④ 432510    ⑤ 450123

24. 함수  $f(x) = \log_2(x^2 + x + 1) - \log_2 x$ 에 대하여

$[f(1)] + [f(2)] + [f(3)] + \cdots + [f(1022)]$

의 값은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

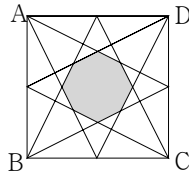
- ①  $2^{11} + 2$     ②  $2^{12} - 2$     ③  $2^{12} + 2$   
 ④  $2^{13} - 2$     ⑤  $2^{13} + 2$

25. 범 죄가 발생한 지점을 중심으로 하여 정사각형 모양이 되도록 네 꼭짓점 A, B, C, D를 설정한 후, 다음과 같은 방법으로 수사망을 좁혀서 범인을 검거하려고 한다.

(가) 정사각형 ABCD의 대각선의 교점이 범 죄가 발생한 지점이다.

(나) 각 꼭짓점에서 그 꼭짓점과 이웃하지 않는 두 변의 중점을 각각 선분으로 연결한다.

(다) 각 꼭짓점과 변의 중점을 연결한 선분에 의해 둘러싸인 영역을 새로운 수사망으로 한다.



정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 2 km일 때, 새로운 수사망의 넓이는? (단, 단위는  $\text{km}^2$ 이다.)

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{4}{5}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

※ 확인사항  
 ▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입·표기했는지 확인하십시오.