



2009학년도 경찰대학 제1차 시험 (수리영역)

※ 총 4쪽 25문항입니다. 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. 다항식 $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지가 $5x-1$ 이면, 다항식 $f(2x+3)$ 을 $2x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. 다음을 만족시키는 행렬 A 에 대하여 $(A^{-1})^3$ 의 모든 성분의 합은?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 실수 x 와 y 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} x-8 & y \\ 6-y & x \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때, x^2+y^2 의 최댓값은?

- ① 49 ② 64 ③ 81 ④ 100 ⑤ 121

4. 자연수 n 에 대하여 $a_n = 2 + (-1)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{2009} a_n$ 의 값은?
(단, $\lfloor x \rfloor$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

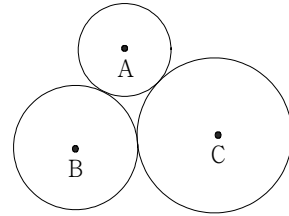
- ① 4018 ② 4019 ③ 4020 ④ 4021 ⑤ 4022

5. 다음이 성립할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

$$\log x + \log 3 = 2 \log(2x-3y) - \log y$$

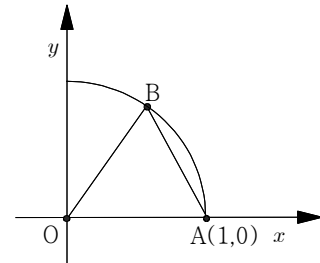
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 5

6. 오른쪽 그림과 같이 서로 접하고 있는 세 원의 중심은 A, B, C이고 반지름의 길이의 비가 2:3:4이다. $\angle ACB = \theta$ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은?



- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

7. 오른쪽 그림과 같이 점 B가 제1사분면에 있는 사분원 $x^2+y^2=1$ 위에서 움직일 때, 삼각형 OAB의 무게중심이 움직여서 그리는 도형의 길이는?



- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{8}$ ③ $\frac{\pi}{10}$ ④ $\frac{\pi}{12}$ ⑤ $\frac{\pi}{16}$

8. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6\}$ 과 $B = \{3, 6\}$ 에 대하여 다음을 만족시키는 U 의 부분집합 C 의 개수는?

$$A \cup C = B \cup C$$

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

9. 이차함수 $f(x) = ax^2 + c$ 에 대하여 $|x| \leq 1$ 이면 $|f(x)| \leq 2$ 일 때, a 의 최댓값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

10. 두 함수 $f(x) = 5 - |x|$ 와 $g(x) = -5 + |x|$ 에 대하여, 다음 부등식이 나타내는 영역의 넓이는?

$$0 \leq y \leq f(g(x))$$

- ① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

11. 다음 연립부등식의 영역에 속한 점 (x, y) 에 대하여 $x^2 + 2y$ 의 최솟값은?

$$\begin{cases} |x| + |y| \leq 1 \\ x^2 - 4y^2 \geq 0 \end{cases}$$

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

12. 3명의 경위와 8명의 순경이 4명, 4명, 3명으로 나누어 서로 다른 세 순찰차에 탑승하려고 한다. 3명의 경위는 각각 다른 순찰차에 탄다고 할 때, 탑승하는 방법의 수는?

- ① 3360 ② 6720 ③ 8400 ④ 10080 ⑤ 13640

13. $-2 \leq X \leq 4$ 의 모든 값을 취하는 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 는 다음을 만족시킨다.

$$f(1-x) = f(1+x)$$

$$P(1 \leq X \leq 3) = 2P(3 \leq X \leq 4) \text{ 이고 } P(0 \leq X \leq 1) = \frac{1}{4} \text{ 일 때,}$$

$P(0 \leq X \leq 3)$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

14. 어느 보험회사에서 운영하는 긴급 차량 서비스의 출동 시간은 평균이 20분이고 표준편차가 4분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 보험회사의 긴급 차량 서비스를 요청한 고객 16명에 대한 출동 시간의 평균이 18분 이상 21분 이하일 확률은?

$$\text{(단, } P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413, P(0 \leq Z \leq 1.5) = 0.4332,$$

$$P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772)$$

- ① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.8664 ④ 0.9104 ⑤ 0.9544

15. 1보다 큰 자연수 k 에 대하여 $y=k \cdot 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a_k 만큼 평행이동하면 $y=2^x$ 의 그래프와 일치한다. 이때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n} = \log_2 m$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값은?

- ① $2 \cdot 10!$ ② $2^9 \cdot 10!$ ③ $2^{10} \cdot 10!$ ④ $2^9 \cdot 20!$ ⑤ $2^{10} \cdot 20!$

16. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, x 에 관한 방정식 $\left[\cos x + \frac{1}{2}\right] = x - k$ 의 정수해가 존재하도록 하는 k 의 값의 합은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

- ① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

17. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^{12} a_k = 100$ 과 $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{a_k} = 10$ 을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{12} \log a_k$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

18. 다음을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값은?

$$a_1 = 0, \quad n^2 a_{n+1} = (n+1)^2 a_n + 2n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- ① 399 ② 400 ③ 401 ④ 402 ⑤ 403

19. 기울기가 -1 인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 $A(a, b)$, 직선 l 이 곡선 $y = \log_4(x+2)$ 와 만나는 점을 $B(c, d)$ 라고 하자. (단, $1 < a < c$) $\overline{AB} = \sqrt{2}$ 일 때, $a+c$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

20. n 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 최댓값이 5일 확률을 P_n 이라 할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} P_n$ 의 합은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 3

21. 10보다 큰 자연수 n 에 대하여 집합 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 두 부분집합 X 와 Y 를 택할 때, $n(X \cap Y) = 1$ 인 경우의 수는? (단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수)

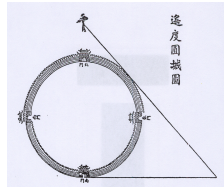
- ① $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k}$ ② $\sum_{k=1}^n {}_n C_k 2^{n-k-1}$
 ③ $\sum_{k=1}^n n \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$ ④ $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k-1}$
 ⑤ $\sum_{k=1}^n k \cdot {}_n C_k 2^{n-k}$

22. 두 자연수 p 와 q 가 모두 소수이고, x 에 관한 이차방정식 $x^2+8px-q^2=0$ 의 두 근 α 와 β 가 모두 정수일 때, $|\alpha-\beta|+p+q$ 의 값은?

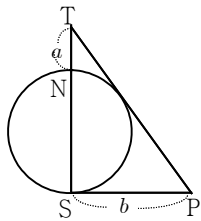
- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

23. 다음은 중국 남송 시대 진구소의 책 <<수서구장(數書九章)>> 측망류에 있는 문제 요도원성(遙度圓城)이다.

등근 성이 있는데, 그 둘레와 지름을 알지 못한다. 네 문 가운데 북문 밖으로 3리 되는 곳에 높이 솟은 나무가 있다. 남문을 나오자마자 방향을 꺾어 동쪽으로 9리를 가면 그 나무가 보인다. 성의 둘레와 지름이 각각 얼마인지 알고자 한다.



위의 문제 상황을 오른쪽 그림과 같이 성을 원, 북문을 N, 나무를 T, 남문을 S, 나무가 보이는 위치를 P, N과 T 사이의 거리를 $a=3$, S와 P 사이의 거리를 $b=9$ 로 나타내자. 이때, 성의 지름 $x=\overline{NS}$ 를 구하는 올바른 방정식은?



- ① $x^3+ax^2-4ab^2=0$
 ② $2x^3+ax^2-a^2b=0$
 ③ $x^3-2ab^2x-4a^2b^2=0$
 ④ $2x^3+2ab^2x-a^2b^2=0$
 ⑤ $x^3+ax^2-2a^2x-a^3+a^2b=0$

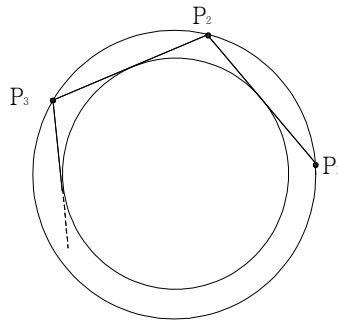
24. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}(3^x-3^{-x})$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 다음을 만족시키는 x 의 값 전체의 곱은?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \{g(x)g(-x)\}^n = -\frac{1}{5}$$

- ① $-\frac{1}{5}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

25. 두 원 $C_1: x^2+y^2=1$ 과 $C_r: x^2+y^2=r^2$ 이 있다. (단, $r>1$) 다음 조건에 따라 C_r 위의 점 P_k 를 차례로 잡자. ($k=1,2,3,\dots$)

- (i) $P_1=P_1(r, 0)$
 (ii) 점 P_{k+1} 은 점 P_k 에서 C_1 에 그은 접선이 C_r 와 만나는 점이다.
 (iii) 선분 P_1P_2 는 제1사분면을 지난다.
 (iv) 선분 $P_{k+1}P_{k+2}$ 와 선분 P_kP_{k+1} 은 다른 선분이다.



이때, 보기에서 참인 명제를 모두 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $r > \sqrt{2}$ 이면 $\angle P_1P_2P_3 < 90^\circ$ 이다.

ㄴ. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이면 P_5 의 좌표는 $P_5(-1, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ 이다.

ㄷ. $\angle P_1P_2P_3 = 100^\circ$ 이면 $P_1 = P_{10}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ