수리 영역

1. ⑤	2. ①	3. ④	4. ②	5. ③
6. ④	7. ①	8. ②	9. ④	10. ⑤
11. ⑤	12. ④	13. ③	14. ②	15. ③
16. ③	17. ③	18. ①	19. ⑤	20. ⑤
21. ⑤	22. ②	23. ①	24. ③	25. ④

1. 식과 그 연산 정답 ⑤

다항식 (x) 를 $x\ \ +x-6$ 으로 나눈 몫을 (x)라 하면

$$f(x)=(x^2+x-6)\cdot Q(x)+5x-1$$
$$=(x-2)(x+3)\cdot Q(x)+5x-1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉠$$

㉠에 $x=2$를 대입하면 $f(2)=9$

㉠에 $x=-3$을 대입하면 $f(-3)=-16$

다항식 $f(2x+3)$ 을 $2x+1$로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, 나머지를 $R_1(x)$라 하면

$$f(2x+3)=(2x+1)\cdot Q_1(x)+R_1(x) \quad \cdots\cdots\cdots ㉡$$

㉡에 $x=-\frac{1}{2}$ 을 대입하면 $R_1\ -\frac{1}{2}\Big)=f(2)=9$

따라서 $f(2x+3)$ 을 $2x+1$로 나눈 나머지는 9이다.

【다른 풀이】

다항식 $f(x)$ 를 x^2+x-6으로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면

$$f(x)=(x^2+x-6)\cdot Q(x)+5x-1$$
$$=(x-2)(x+3)\cdot Q(x)+5x-1$$

$f(2x+3)$
$=(2x+1)(2x+6)Q(2x+3)+5(2x+3)-1$
$=(2x+1)(2x+6)Q(2x+3)+5(2x+1)+10-1$
$=(2x+1)\{(2x+6)Q(2x+3)+5\}+9$

따라서 $f(2x+3)$ 을 $2x+1$로 나눈 나머지는 9이다.

2. 행렬 정답 ①

$\begin{matrix}1&0\\2&1\end{matrix}\Big)=B$라 두면

$\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}A=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$이므로 $BA=2E$

$\therefore\ A^{-1}=\frac{1}{2}B$

$(A^{-1})^3=\left(\frac{1}{2}B\right)^3=\frac{1}{8}B^3$

$B^3=\begin{matrix}1&0\\2&1\end{matrix}\Big)\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\4&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\6&1\end{pmatrix}$

따라서 $(A^{-1})^3$의 모든 성분의 합은

$\frac{1}{8}(1+0+6+1)=1$이다.

3. 행렬 정답 ④

행렬 $\begin{pmatrix}x-8&y\\6-y&x\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로

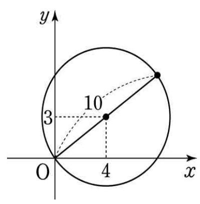
$(x-8)x-y(6-y)=0$

$x^2-8x+y^2-6y=0$

$(x-4)^2+(y-3)^2=25$

즉, 중심이 $(4,\ 3)$이고

반지름이 5인 원이다.



$x^2+y^2=(x-0)^2+(y-0)^2$이므로 원점에서 원 위의 점까지의 거리의 제곱이다. 그러므로 원의 지름의 제곱이 최댓값이 된다. 따라서 최댓값은 $10^2=100$이다.

4. 수열 정답 ②

$a_1=2+(-1)^{\left[\frac{1}{2}\right]}=2+1=3$

$a_2=2+(-1)^{\left[\frac{2}{2}\right]}=2-1=1$

$a_3=2+(-1)^{\left[\frac{3}{2}\right]}=2-1=1$

$a_4=2+(-1)^{\left[\frac{4}{2}\right]}=2+1=3$

$a_5=2+(-1)^{\left[\frac{5}{2}\right]}=2+1=3$

$\vdots$

$n=4k-3,\ 4k(k=1,\ 2,\cdots)$인 경우 $a_n\ =3$

$n=4k-2,\ 4k-1(k=1,\ 2,\cdots)$인 경우 $a_n\ =1$

즉, $(3,\ 1,\ 1,\ 3)$이 계속 반복된다.

따라서 $2009=4\times502+1$이므로

$\therefore\ {}_{n=1}^{2009}\ a_n=8\times502+a_{2009}=4016+3=4019$

5. 지수와 로그
정답 ③

$\log \quad + \log 3 = 2\log(2x-3y) - \log y$ 에서

진수 조건에 의하여

$x > 0,\ y > 0,\ 2x-3y > 0$

$\log 3x = \log \dfrac{(2x-3y)}{y}$

$3x = \dfrac{(2x-3y)^2}{y}$

$3xy = (2x-3y)^2$

$\quad = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

$4x^2 - 15xy + 9y^2 = 0$

$(4x-3y)(x-3y) = 0$

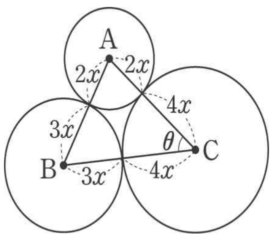
$\therefore\ 4x = 3y$ 또는 $x = 3y$

진수 조건에 의하여 $2x > 3y$이므로 $4x \neq 3y$

따라서 $x = 3y$이므로 $\dfrac{x}{y} = 3$이다.

6. 삼각함수
정답 ④

세 원의 반지름의 길이의 비가 $2:3:4$이므로 다음 그림과 같이 각 원의 반지름을 $2x,\ 3x,\ 4x$라 두자.



제이코사인법칙에 의하여

$\cos\theta = \dfrac{(7x)^2 + (6x)^2 - (5x)^2}{2 \cdot 7x \cdot 6x} = \dfrac{5}{7}$

7. 도형의 방정식
정답 ①

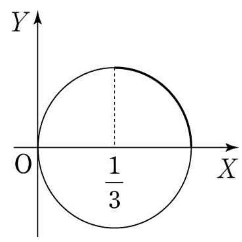
$\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(x,\ y)$라 하면,

$\triangle\mathrm{OAB}$의 무게중심의 좌표는 $\mathrm{G}\ \dfrac{x+1}{3},\ \dfrac{y}{3}\Big)$

$\dfrac{x+1}{3} = \quad,\ \dfrac{y}{3} = Y$로 두면,

$x = 3X-1,\ y = 3Y$

$\mathrm{B}(x,\ y)$는 제 1사분면에 있는 사분원 $x^2+y^2=1$위에서 움직이는 점이므로



$(3X-1)^2 + (3Y)^2 = 1$

$\therefore\ \left(X - \dfrac{1}{3}\right)^2 + Y^2 = \dfrac{1}{9}\left(\quad,\ X > \dfrac{1}{3},\ \ Y > 0\right)$

따라서 $\triangle\mathrm{OAB}$의 무게중심이 움직여서 그리는 도형의 길이는 반지름이 $\dfrac{1}{3}$인 원주의 $\dfrac{1}{4}$이므로

$\dfrac{2}{3}\pi \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{\pi}{6}$

《다른 풀이》

$\mathrm{O}(0,\ 0)$, $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(\cos\theta,\ \sin\theta)$라 하면,

$\triangle\mathrm{OAB}$의 무게중심의 좌표는 $\mathrm{G}\left(\dfrac{\cos\theta+1}{3},\ \dfrac{\sin\theta}{3}\right)$

$\cos\theta = 3x-1,\ \sin\theta = 3y$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$이므로

$(3x-1)^2 + (3y)^2 = 1$

$\left(x - \dfrac{1}{3}\right)^2 + y^2 = \dfrac{1}{9}\ \left(\text{단, } x > \dfrac{1}{3},\ \ y > 0\right)$

따라서 $\triangle\mathrm{OAB}$의 무게중심이 움직여서 그리는 도형의 길이는 반지름이 $\dfrac{1}{3}$인 원주의 $\dfrac{1}{4}$이므로

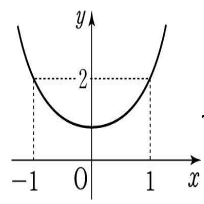
$\dfrac{2}{3}\pi \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{\pi}{6}$

8. 수와 연산
정답 ②

주어진 조건 $\{2,\ 4,\ 6\} \cup C = \{3,\ 6\} \cup C$를 만족하는 부분집합 C는 $2,\ 3,\ 4$를 반드시 포함해야 한다. 따라서 $2,\ 3,\ 4$를 제외한 나머지 원소들의 부분집합의 개수는 $2^3 = 8$(개)이다.

9. 함수
정답 ④

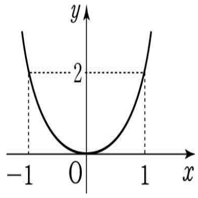
i) $c > 0$인 경우



$f(1) = a + c = 2$

$\therefore\ a = 2 - c$

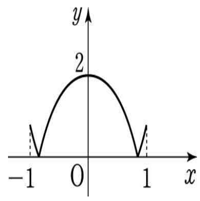
ii) $c = 0$인 경우



$(1) = a = 2$

$\therefore\ a = 2$

iii) $c < 0$이고, $|f(0)| = 2$인 경우



$|f(0)| = |c| = 2$이므로

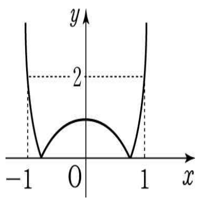
$c = -2$

그런데, $|f(0)| \geq |f(1)|$

이므로 $2 \geq |a-2|$

$\therefore\ 0 < a \leq 4$

iv) $c < 0$이고, $|f(1)| = 2$인 경우



$|f(1)| = |a+c| = 2$

그런데, $|f(0)| \leq |f(1)|$

이므로 $|c| \leq 2$이고

$a = -c+2$이 므 로

$\therefore\ 2 < a \leq 4$

따라서 i)~iv)에 의하여 a의 최댓값은 4이다.

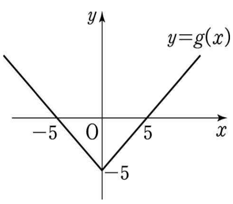
10. 함수

정답 ⑤

두 함수 $f(x) = 5-|x|$,

$g(x) = -5+|x|$에 대하여

$$f(g(x)) = \begin{cases} 5-g(x) & (g(x) \geq 0) \\ 5+g(x) & (g(x) < 0) \end{cases}$$



i) $g(x) \geq 0$인 경우 ($x \geq 5$ 는 $x \leq -5$)

$x \geq 5$일 때, $f(g(x)) = 5-(-5+x) = 10-x$

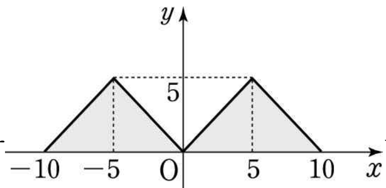
$x \leq -5$일 때, $f(g(x)) = 5-(-5-x) = 10+x$

ii) $g(x) < 0$인 경우 $(-5 < x < 5)$

$-5 < x \leq 0$일 때, $f(g(x)) = 5+(-5-x) = -x$

$0 \leq x < 5$일 때, $f(g(x)) = 5+(-5+x) = x$

$$\therefore\ f(g(x)) = \begin{cases} 10-x & (x \geq 5) \\ x & (0 \leq x < 5) \\ -x & (-5 < x \leq 0) \\ 10+x & (x \leq -5) \end{cases}$$



따라서 부등식 $0 \leq y \leq f(g(x))$가 나타내는 영역의 넓이는

$10 \times 5 \times \dfrac{1}{2} \times 2 = 50$이다.

11. 부등식의 영역

정답 ⑤

$x\ \ -4y^2 = (x+2y)(x-2y) \geq 0$ 에서

i) $x+2y \geq 0,\ x-2y \geq 0$일 때

$y \geq -\dfrac{1}{2}x,\ y \leq \dfrac{1}{2}x$

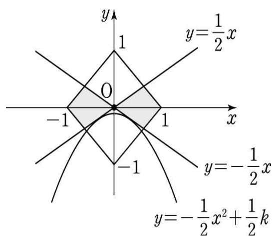
ii) $x+2y \leq 0,\ x-2y \leq 0$일 때

$y \leq -\dfrac{1}{2}x,\ y \geq \dfrac{1}{2}x$

이므로

연립부등식 $\begin{cases} |x|+|y| \leq 1 \\ x^2-4y^2 \geq 0 \end{cases}$

가 나타내는 영역은 오른쪽 그림의 어두운 부분과 같다.



$x^2+2y = k$로 놓으면 $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1}{2}k$ ……… ㉠

k의 값은 포물선 ㉠이 직선 $y = -\dfrac{1}{2}x,\ y = \dfrac{1}{2}x$에 접할 때, 최소가 되므로

$-\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1}{2}k = \dfrac{1}{2}x$

$x^2+x-k = 0$

$= 1+4k = 0$

$\therefore\ k = -\dfrac{1}{4}$

12. 순열과 조합

정답 ④

3명의 경위가 서로 다른 세 순찰차에 탑승하는 방법의 수는

$3! = 6$(가지)

8명의 순경이 3명, 3명, 2명의 세 조로 나뉘어 서로 다른 세 순찰차에 탑승하는 방법의 수는

${}_8C_3 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 \times \dfrac{1}{2!}\Big) \times 3! = 1680$(가지)

따라서 탑승하는 방법의 수는

$6 \times 1680 = 10080$(가지)

13. 확률분포와 통계적 추정 정답 ③

조건에서 $(1-x)=f(1+x)$이므로 확률변수 의 확률밀도함수 $f(x)$는 $x=1$에 대하여 대칭이고, $-2 \leqq X \leqq 4$이므로 확률밀도함수의 성질에 의해

$$\mathrm{P}(-2 \leqq X \leqq 1)=\mathrm{P}(1 \leqq X \leqq 4)=\frac{1}{2}$$

그러므로 조건 $\mathrm{P}(1 \leqq X \leqq 3)=2\mathrm{P}(3 \leqq X \leqq 4)$에 의해 $\mathrm{P}(1 \leqq X \leqq 3)=\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(0 \leqq X \leqq 3)&=\mathrm{P}(0 \leqq X \leqq 1)+\mathrm{P}(1 \leqq X \leqq 3)\\&=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\\&=\frac{7}{12}\end{aligned}$$

14. 확률분포와 통계적 추정 정답 ②

보험회사의 긴급 차량 서비스의 출동 시간을 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ 4\ )$을 따른다.
크기가 16인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라고 하면

$$\mathrm{E}(\overline{X})=20,\quad \mathrm{V}(\overline{X})=\frac{4^2}{16}=1$$

이므로 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ 1^2)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(18 \leqq \overline{X} \leqq 21)&=\mathrm{P}\left(\frac{18-20}{1} \leqq Z \leqq \frac{21-20}{1}\right)\\&=\mathrm{P}(-2 \leqq Z \leqq 1)\\&=0.4772+0.3413\\&=0.8185\end{aligned}$$

15. 지수함수와 로그함수 정답 ③

$y=k \cdot 2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 a_k만큼 평행이동하면 $y=2^x$의 그래프와 일치하므로

$k \cdot 2^{x-a}=2^x$

$\therefore k=2^{a_k}$

$\therefore a_k=\log_2 k$

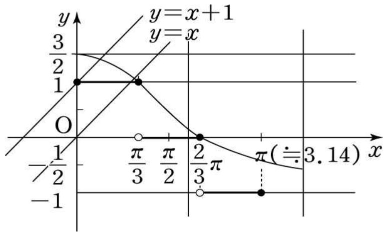
따라서 $a_{2n}=\log_2 2n$이므로

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{10} a_{2n}&=\sum_{n=1}^{10}(\log_2 2n)\\&=\log_2(2\times4\times6\times\cdots\times20)\\&=\log_2\{2^{10}\cdot(1\times2\times3\times\cdots\times10)\}\\&=\log_2(2^{10}\cdot 10!)\end{aligned}$$

$\therefore\ m=2^{10}\cdot 10!$

16. 삼각함수 정답 ③

다음의 $y=\left[\cos x+\frac{1}{2}\right]$ 그래프에서



i) $x=0$인 경우

$\left[\cos x+\frac{1}{2}\right]=1=-k \quad \therefore\ k=-1$

ii) $0<x \leqq \frac{\pi}{3}(\fallingdotseq 1.05)$인 경우

정수 $x=1$이므로

$\left[\cos x+\frac{1}{2}\right]=1=1-k \quad \therefore\ k=0$

iii) $\frac{\pi}{3}(\fallingdotseq 1.05)<x \leqq \frac{2}{3}\pi(\fallingdotseq 2.11)$인 경우

정수 $x=2$이므로

$\left[\cos x+\frac{1}{2}\right]=0=2-k \quad \therefore\ k=2$

iv) $\frac{2}{3}\pi(\fallingdotseq 2.11)<x \leqq \pi(\fallingdotseq 3.14)$인 경우

정수 $x=3$이므로

$\left[\cos x+\frac{1}{2}\right]=-1=3-k \quad \therefore k=4$

따라서 주어진 방정식의 정수해가 존재하도록 하는 k의 값의 합은 $-1+0+2+4=5$이다.

17. 수열 정답 ③

$=a\cdot r^{n-1}(a>0,\ r>0)$라 두면

$$\sum_{k=1}^{12} a_k=\frac{a(r^{12}-1)}{r-1}=100 \quad \cdots\cdots ㉠$$

수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$은 첫째항이 $\frac{1}{a}$ 이고, 공비가 $\frac{1}{r}$ 인 등비수열이므로

$$\sum_{k=1}^{12}\frac{1}{a_k}=\frac{\frac{1}{a}\left(1-\frac{1}{r^{12}}\right)}{1-\frac{1}{r}}=\frac{r(r^{12}-1)}{ar^{12}(r-1)}=10 \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면, $a^2r^{11}=10$

$$\therefore \sum_{k=1}^{12}\log a_k=\log(a_1\times a_2\times\cdots\times a_{12})$$
$$=\log\left(a^{12}r^{\frac{11\times 12}{2}}\right)=\log(a^{12}r^{66})$$
$$=\log(a^2r^{11})^6=\log 10^6=6$$

18. 수열 **정답 ①**

$n^2a_{n+1}=(n+1)^2a_n+2n+1$의 양변을 $n^2(n+1)^2$으로 나누면

$$\frac{1}{(n+1)^2}a_{n+1}=\frac{1}{n^2}a_n+\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

이제, $b_n=\frac{a_n}{n^2}$이라 두면

$$b_{n+1}=b_n+\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

그러므로 $b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$

$$=\sum_{k=1}^{n-1}\left\{\frac{1}{k^2}-\frac{1}{(k+1)^2}\right\}\quad\left(\because b_1=\frac{a_1}{1^2}=0\right)$$
$$=1-\frac{1}{n^2}$$
$$=\frac{n^2-1}{n^2}$$

$\therefore\ a_n=n^2b_n=n^2-1$

따라서 $a_{20}=20^2-1=399$

19. 지수함수와 로그함수 **정답 ⑤**

직선 l을 $y=-x+m$이라 두면

$A(a,\ -a+m), B(c,\ -c+m)$

그러므로 조건에 의해 $\overline{AB}=\sqrt{(a-c)^2+(a-c)^2}$

$\sqrt{2(a-c)^2}=\sqrt{2}\qquad\therefore a-c=-1\ (\because 1<a<c)$

또, 점 $A(a,\ b)$는 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점이고,

점 $B(c,\ d)$는 곡선 $y=\log_4(x+2)$ 위의 점이므로

$b=\log_2 a,\ d=\log_4(c+2)$이다.

$\overline{AB}$의 기울기가 -1이므로

$$\frac{\log_2 a-\log_4(c+2)}{a-c}=-1$$

$\log_2 a-\frac{1}{2}\log_2(c+2)=1\qquad(\because a-c=-1)$

$2\log_2 a-\log_2(c+2)=2$

$\log_2\frac{a^2}{c+2}=2$

$a^2=4(c+2)$

$a^2-4a-12=(a-6)(a+2)=0\qquad(\because c=a+1)$

$\therefore\ a=6\quad(\because 1<a)$

따라서 $a+c=6+7=13$이다.

20. 확률 **정답 ⑤**

n개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 최댓값이 5가 되기 위해서는 6의 눈은 나오지 않아야 하고 5의 눈은 적어도 하나가 나와야 한다.

6의 눈이 나오지 않을 확률은 $\left(\frac{5}{6}\right)^n$

6, 5의 눈이 나오지 않을 확률은 $\left(\frac{4}{6}\right)^n$

이므로 6의 눈은 나오지 않고, 5의 눈은 적어도 하나가 나올 확률은 $P_n=\left(\frac{5}{6}\right)^n-\left(\frac{4}{6}\right)^n$이다.

따라서 $\sum_{n=1}^{\infty}P_n=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{5}{6}\right)^n-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right\}$

$$=\frac{\frac{5}{6}}{1-\frac{5}{6}}-\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}$$
$$=5-2$$
$$=3$$

21. 수열의 극한 **정답 ⑤**

원소의 개수가 k인 집합 를 만드는 경우의 수는 ${}_nC_k$

전체집합의 원소 개에서 집합 의 원소 k개를 제외한 $n-k$개를 이용하여 집합 Y를 만드는 경우의 수는 $2^{\ \ -k}$
그런데, 조건에서 $n(X\cap Y)=1$이므로 집합 X의 원소 중 하나를 집합 Y에 넣어주면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는 $\underset{k=1}{\overset{n}{}}\ {}_nC_k \cdot 2^{n-k} \cdot k$(가지)

22. 방정식과 부등식 정답 ②

주어진 이차방정식 $x^2+8px-q^2=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=-8p,\ \alpha\beta=-q^2$
그런데 $\alpha,\ \beta$가 모두 정수이고, 두 근의 곱이 $-q^2$이므로 $\alpha,\ \beta$가 q 는 $-q,\ -1$ 또는 $q^2,\ 1$ 또는 $-q^2$인 경우뿐이다.

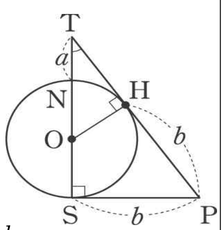
ⅰ) $\alpha=q,\ \beta=-q$ 일 때
$\alpha+\beta=q+(-q)=0$ (모순)

ⅱ) $\alpha=-1,\ \beta=q^2$ 일 때
$\alpha+\beta=-1+q^2=-8p$
$p>1$이므로 $-1+q^2=-8p<0$
즉, $q^2<1$
그런데 $q>1$이므로 $q^2>1$ (모순)

ⅲ) $\alpha=1,\ \beta=-q^2$ 일 때
$\alpha+\beta=1-q^2=-8p$
$(1-q)(1+q)=-8p$
이를 만족하는 소수는 $p=3,\ q=5$ 뿐이다.

따라서 이차방정식 $x^2+24x-25=0$의 두 근은 $1,\ -25$이므로 $|\alpha-\beta|=26$
$\therefore\ |\alpha-\beta|+p+q=26+3+5$
$=34$

23. 함수 정답 ①



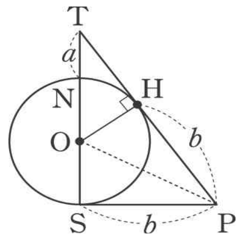
원의 중심을 O,
PT와 원 O의 접점을 H라 하면
$\triangle THO \backsim \triangle TSP$ 이므로
$TH : TS = OH : \overline{PS}$
$a+\frac{x}{2}\Big)^2-\Big(\frac{x}{2}\Big)^2 : (a+x)=\frac{x}{2} : b$

$\frac{(a+x)x}{2}=b\sqrt{\Big(a+\frac{x}{2}\Big)^2-\Big(\frac{x}{2}\Big)^2}$

$\frac{(a+x)^2x^2}{4}=b^2(a^2+ax)=ab^2(a+x)$

$(a+x)^2x^2-4ab^2(a+x)=0$
$(a+x)(x^3+ax^2-4ab^2)=0$
$\therefore\ x^3+ax^2-4ab^2=0\quad(\because\ x>0)$

《다른 풀이》



원의 중심을 O,
$\overline{PT}$와 원 O의 접점을 H라 하면
$\overline{PH}=\overline{PS}=b,\ OS=\frac{1}{2}x$이므로
$\overline{TH}^2=\overline{TO}^2-\overline{OH}^2$
$=\Big(a+\frac{x}{2}\Big)^2-\Big(\frac{x}{2}\Big)^2=a^2+ax$
$\therefore\ \overline{TH}=\ a^2+ax$
$\triangle PST=\triangle OSP+\triangle OHP+\triangle OHT$
$\frac{1}{2}b(a+x)=\frac{1}{2}\times\frac{x}{2}\times b\times 2+\frac{1}{2}\times\sqrt{a^2+ax}\times\frac{x}{2}$
$2ab=x\sqrt{a^2+ax}$
$\therefore\ x^3+ax^2-4ab^2=0$

24. 지수함수와 로그함수 정답 ③

함수 $f(x)=\frac{1}{2}(3^x-3^{-x})$의 역함수 $g(x)$는
$x=\frac{1}{2}(3^y-3^{-y})$이므로
$2x=3^y-\frac{1}{3^y}$
$3^{2y}-2x\cdot 3^y-1=0$
3^y를 t로 치환하면 $t^2-2xt-1=0$
$t=x\pm\sqrt{x^2+1}$
$\therefore\ 3^y=x+\sqrt{x^2+1}\quad(\because\ 3^y>0)$
$\therefore\ g(x)=\log_3(x+\sqrt{x^2+1})$
그런데,
$g(-x)=\log_3(-x+\sqrt{x^2+1})$
$=\log_3\frac{(-x+\sqrt{x^2+1})(x+\sqrt{x^2+1})}{x+\sqrt{x^2+1}}$

$$\log\frac{1}{x+\quad x^2+1}$$

$$=-\log_3(x+\sqrt{x^2+1})=-g(x) \text{ 이므로}$$

$g(x)\cdot g(-x)=g(x)\cdot\{-g(x)\}=-\{g(x)\}^2$

따라서 $\sum_{n=1}^{\infty}\{g(x)\cdot g(-x)\}^n=\frac{-\{g(x)\}^2}{1+\{g(x)\}^2}=-\frac{1}{5}$

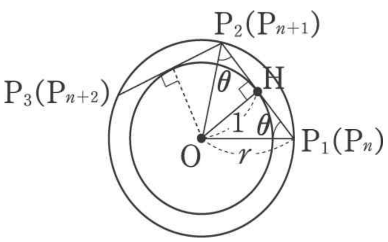
$5\{g(x)\}^2=1+\{g(x)\}^2$

$g(x)=\pm\frac{1}{2}$

즉, $g(x)$는 함수 $f(x)$의 역함수이므로 $f\left(\pm\frac{1}{2}\right)=x$의 값을 구하면 된다.

따라서 $f\left(\pm\frac{1}{2}\right)=\pm\frac{1}{\quad 3}$ 이므로 조건을 만족시키는 x의 값 전체의 곱은 $-\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{1}{3}$이다.

25. 삼각함수 　　정답 ④



그림에서 $\angle OP_1H=\theta$라고 하면

$\angle P_nP_{n+1}P_{n+2}=2\theta$, $\sin\theta=\frac{OH}{OP_1}=\frac{1}{r}$이다.

ㄱ. $r>\sqrt{2}$이면 $\sin\theta=\frac{1}{r}<\frac{1}{\sqrt{2}}$이므로 $\theta<45^\circ$

$\therefore\ \angle P_1P_2P_3=2\theta<90^\circ$ (참)

ㄴ. $r=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이면 $\sin\theta=\frac{1}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\theta=60^\circ$

이므로 $\angle OP_nP_{n+1}=60^\circ$,

$\angle P_nP_{n+1}P_{n+2}=120^\circ$ 이다.

따라서 $r=\frac{2\sqrt{3}}{3}$이면

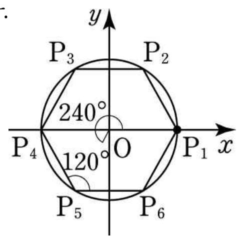
한 내각의 크기가 120°

이므로 정육각형이 된다.

그러므로 그림에서와 같이

P_5의 좌표는 P_2의 좌표의

원점 대칭이다.



$P_2(x,\ y)=\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\cos60^\circ,\ \frac{2\sqrt{3}}{3}\sin60^\circ\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{3},\ 1\right)$

$\therefore\ P_5\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\ -1\right)$ (거짓)

ㄷ. $\angle P_1P_2P_3=100^\circ$ 이면, $\angle P_nOP_{n+1}=80^\circ$ 이다.

따라서 $80\times n=360\times m$인 최소의 양의 정수 $m,\ n$은 각각 $n=9,\ m=2$이다.

그러므로 $P_1=P_{10}$이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

외국어(영어) 영역