

제 3 교 시



2016학년도 육군사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

A형

성명	
----	--

수험번호									
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 문제지에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며 '0'이 포함된 경우에는 '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

육 군 사 관 학 교

권
말

1. $\log_4 72 - \log_2 6$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{\sqrt{2}}{4}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\sqrt{2}$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $AB + A$ 의 (1, 2) 성분은? [2점]

① 4

② 5

③ 6

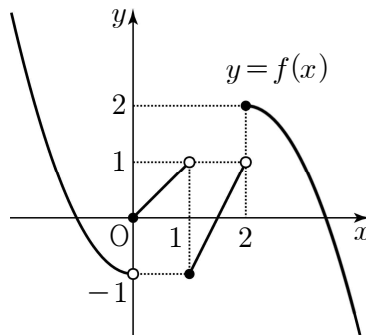
④ 7

⑤ 8

3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 13x + 10$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6}, P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 첫째항이 1이고, 둘째항이 p 인 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_{n+2} = a_n + 2$ ($n \geq 1$)를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 70$ 일

때, 상수 p 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 어느 과수원에서 생산되는 사과의 무게는 평균이 350 g이고 표준편차가 30 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 생산된 사과 중에서 임의로 선택한 9개의 무게의 평균이 345 g 이상 365 g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687
 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

8. 어느 액체의 끓는 온도 $T(^{\circ}\text{C})$ 와 증기압 $P(\text{mmHg})$ 사이에는 다음 관계식이 성립한다.

$$\log P = k - \frac{1000}{T + 250} \quad (\text{단, } k \text{는 상수})$$

이 액체의 끓는 온도가 0°C 일 때와 50°C 일 때의 증기압을 각각 $P_1(\text{mmHg})$, $P_2(\text{mmHg})$ 라 할

때, $\frac{P_2}{P_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $10^{\frac{1}{4}}$ ② $10^{\frac{1}{3}}$ ③ $10^{\frac{1}{2}}$ ④ $10^{\frac{2}{3}}$ ⑤ $10^{\frac{3}{4}}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{3^n} - 4\right) = 2$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2^n}{3^{n-1} + 4}$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

10. 연립방정식

$$\begin{cases} \log_x y = \log_3 8 \\ 4(\log_2 x)(\log_3 y) = 3 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$ 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은? (단, $\alpha > 1$ 이다.) [3점]

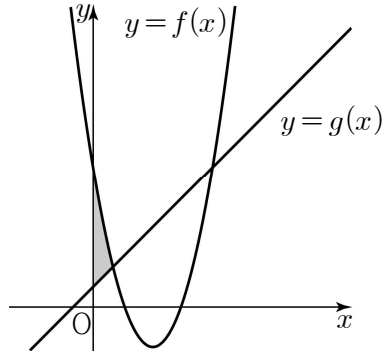
- ① 4 ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

[11~12] 자연수 n 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = x^2 - 6x + 7,$$

$$g(x) = x + n$$

이라 하자. 11번과 12번의 두 물음에 답하시오.



11. $n=1$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 직선 $y=g(x)$ 로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ 3 ④ $\frac{19}{6}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

12. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=g(x)$ 가 만나는 두 점 사이의 거리를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n^2$ 의 값은?

[3점]

- ① 780 ② 800 ③ 820 ④ 840 ⑤ 860

13. 5개의 꼭짓점으로 이루어진 그래프 G 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 M 이라 할 때, 행렬 M^2 이 다음과 같다.

$$M^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

행렬 M 의 성분 중 1의 개수를 a , 그래프 G 의 꼭짓점 중 연결된 변의 개수가 짝수인 것의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에 많아야 한 개의 변이 존재한다.) [3점]

- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21
14. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $2x^3 + ax^2 + 6x - 3 = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$AB = A - B, \quad 2BA + 2B = A^2$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

————— <보 기> —————

ㄱ. $AB = BA$

ㄴ. $A - 3E$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $(A + B)^2 = 16B^2$

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

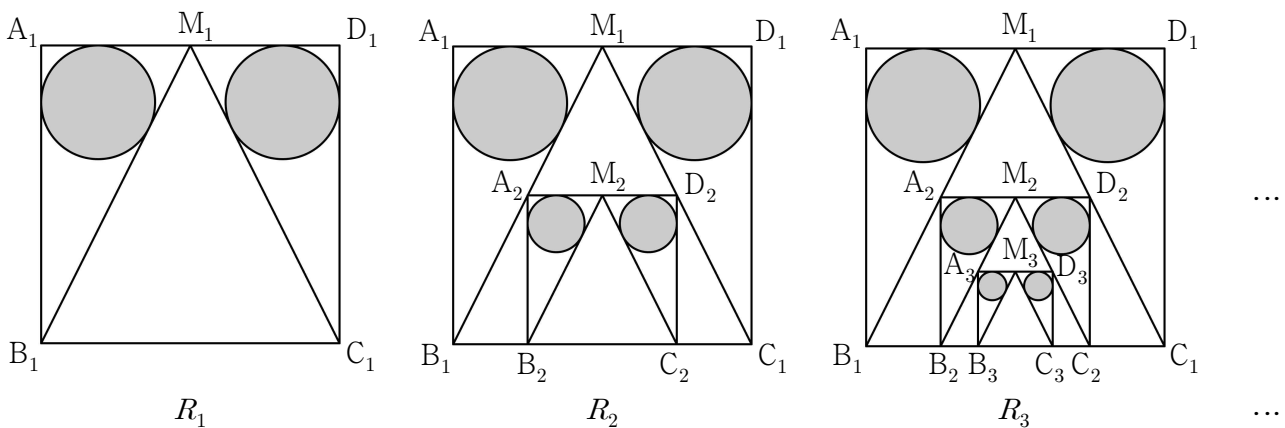
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 그림과 같이 변 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 할 때, 두 삼각형 $A_1B_1M_1$ 과 $M_1C_1D_1$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 두 꼭짓점이 변 B_1C_1 위에 있고 삼각형 $M_1B_1C_1$ 에 내접하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 후 변 A_2D_2 의 중점을 M_2 라 할 때, 두 삼각형 $A_2B_2M_2$ 와 $M_2C_2D_2$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에서 두 꼭짓점이 변 B_2C_2 위에 있고 삼각형 $M_2B_2C_2$ 에 내접하는 정사각형 $A_3B_3C_3D_3$ 을 그린 후 변 A_3D_3 의 중점을 M_3 이라 할 때, 두 삼각형 $A_3B_3M_3$ 과 $M_3C_3D_3$ 에 각각 내접하는 두 원을 그리고, 두 원에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{4(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$
- ② $\frac{4(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$
- ③ $\frac{5(7-3\sqrt{5})}{3}\pi$
- ④ $\frac{5(8-3\sqrt{5})}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{5(9-4\sqrt{5})}{3}\pi$

17. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = ax^2 \quad (0 \leq x < 2)$$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x) + 2$ 이다.

$\int_1^7 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

① 20

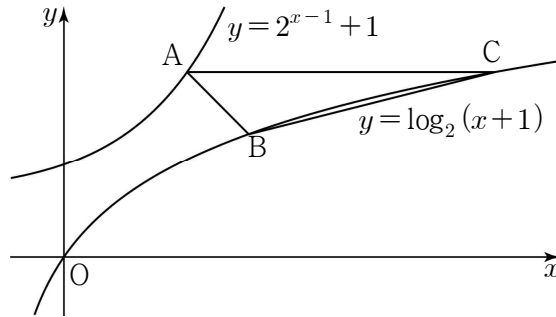
② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

18. 그림과 같이 곡선 $y=2^{x-1}+1$ 위의 점 A와 곡선 $y=\log_2(x+1)$ 위의 두 점 B, C에 대하여 두 점 A와 B는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이고, 직선 AC는 x 축과 평행하다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가 (p, q) 일 때, $p+q$ 의 값은? [4점]



① $\frac{16}{3}$

② $\frac{17}{3}$

③ 6

④ $\frac{19}{3}$

⑤ $\frac{20}{3}$

19. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{5}{3}$ 이고

$$a_{n+1} = -\frac{3a_n + 2}{a_n} \quad (n \geq 1) \quad \dots\dots (*)$$

를 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

(*)에서

$$a_{n+1} + 2 = -\frac{a_n + \boxed{\text{(가)}}}{a_n} \quad (n \geq 1)$$

이다. 여기서

$$b_n = \frac{1}{a_n + 2} \quad (n \geq 1)$$

이라 하면 $b_1 = 3$ 이고

$$b_{n+1} = 2b_n - \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이므로

$$a_n = \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} - 2 \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 하고, (다)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p \times q \times f(5)$ 의 값은? [4점]

① 54

② 58

③ 62

④ 66

⑤ 70

20. 바닥에 놓여 있는 5개의 동전 중 임의로 2개의 동전을 선택하여 뒤집는 시행을 하기로 한다.
2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여있는 상태에서 이 시행을 3번 반복한 결과 2개의 동전은 앞면이, 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 바닥에 놓여 있을 확률은?
(단, 동전의 크기와 모양은 모두 같다.) [4점]

① $\frac{77}{125}$

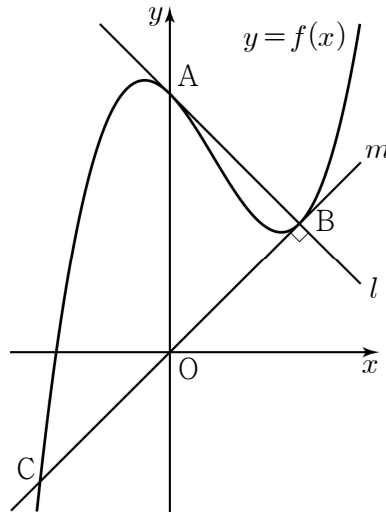
② $\frac{31}{50}$

③ $\frac{78}{125}$

④ $\frac{157}{250}$

⑤ $\frac{79}{125}$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선을 l 이라 할 때, 직선 l 이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선을 m 이라 할 때, 직선 m 이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중에서 B가 아닌 점을 C라 하자. 두 직선 l, m 이 서로 수직이고 직선 m 의 방정식이 $y=x$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 C에서의 접선의 기울기는? (단, $f(0) > 0$ 이다.) [4점]



① 8

② 9

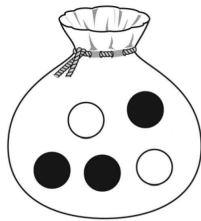
③ 10

④ 11

⑤ 12

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + 72 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 $\alpha, \beta, \alpha + \beta$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

23. 주머니에 크기와 모양이 같은 흰 공 2개와 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 두 번 반복하여 두 번째 꺼낸 공이 흰 공이었을 때, 첫 번째 꺼낸 공도 흰 공이었을 확률이 p 이다. $40p$ 의 값을 구하시오. [3점]



24. 함수 $f(x) = 3x^2 + 4x$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x & (0 \leq x \leq 1) \\ a(x-4) & (1 < x \leq 4) \end{cases}$$

일 때, $E(6X+5)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

26. 수직선 위의 원점에 있는 두 점 A, B를 다음의 규칙에 따라 이동시킨다.

- (가) 주사위를 던져 5 이상의 눈이 나오면 A를 양의 방향으로 2만큼, B를 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.
- (나) 주사위를 던져 4 이하의 눈이 나오면 A를 음의 방향으로 2만큼, B를 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

주사위를 5번 던지고 난 후 두 점 A, B 사이의 거리가 3 이하가 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

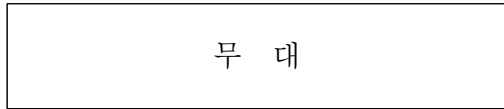
27. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\begin{cases} a_{2n-1} = 2^{n+1} - 3 & (n \geq 1) \\ a_{2n} = 4^{n-1} + 2^n & (n \geq 1) \end{cases}$$

일 때, $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 하자. 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 T_n 이라

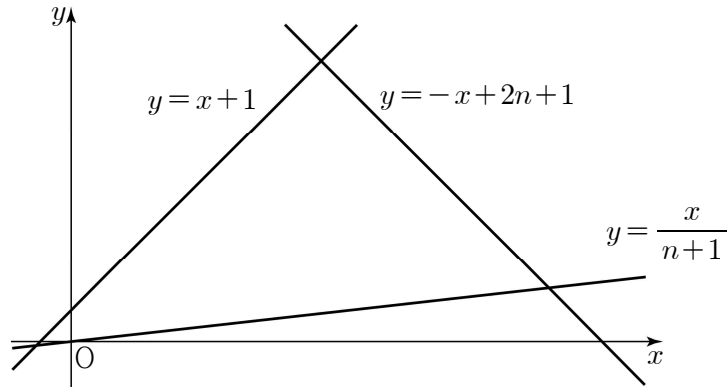
할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_{4n}}{T_{2n-1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 어느 공연장에 15개의 좌석이 일렬로 배치되어 있다. 이 좌석 중에서 서로 이웃하지 않도록 4개의 좌석을 선택하려고 한다. 예를 들면, 아래 그림의 색칠한 부분과 같이 좌석을 선택한다.



이와 같이 좌석을 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 좌석을 선택하는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

29. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 세 직선 $y = x + 1$, $y = -x + 2n + 1$, $y = \frac{x}{n+1}$ 로 둘러싸인 삼각형의 내부(경계선 제외)에 있는 점 (x, y) 중에서 x, y 가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n 이라 하자. $a_n = 133$ 인 n 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. $1 < x < 10^5$ 인 x 에 대하여 다음 두 조건을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱을 A 라 할 때, $\log A$ 의 값을 구하시오.
(단, $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.) [4점]

$$(가) \sum_{k=1}^5 g(x^k) = g(x^{10}) + 2$$

$$(나) \sum_{k=1}^3 f(kx) = 3f(x)$$

관
망