제 3 교 시

2014학년도 육군사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역 A형

성명		수험번호							

○ 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 먼저 **문제지**에 성명과 수험번호를 기입하시오.

○ **답안지**에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.

○ 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며 0이 포함된 경우에는 0을 OMR 답안지에 반드시 표기하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

육 군 사 관 학 교

공 란

1. $\log_3\sqrt{8}\times\log_2 9$의 값은? [2점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 2 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & -1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 A^2-2AB의 모든 성분의 합은? [2점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

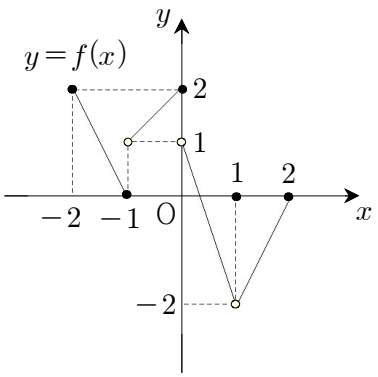
3. $\int_{-2}^{2}(x+|x|+2)\,dx$ 의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

4. 두 함수 $y=-x^2+4$, $y=2x^2+ax+b$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(2,0)$에서 만나고, 점 A에서 공통인 접선을 가질 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. $-2 \le x \le 2$에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-0} f(f(x)) + \lim_{x \to +0} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x)+1}{x-2} = 3, \quad \lim_{x \to 2} \frac{g(x)-3}{x-2} = 1$$

이 성립할 때, $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(2)}{x-2}$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 어떤 제품은 전체 생산량의 30 %, 20 %, 50 %가 각각 세 공장 A, B, C에서 생산되고, 제품의 불량률은 각각 2 %, 4 %, a %라고 한다. 세 공장 A, B, C에서 생산된 제품 중 임의로 선택한 한 개의 제품이 불량품일 때, 그 제품이 C공장에서 생산된 제품이었을 확률은 $\frac{15}{29}$이다. a의 값은? (단, 세 공장 A, B, C에서는 다른 제품은 생산되지 않는다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 대기의 혼탁 정도를 나타내는 하나의 척도로 주간에 한 목표물을 볼 수 있는 최대거리인 시정거리를 사용한다. 상대습도가 70 %일 때, 먼지농도 $d(\mu g/m^3)$와 시정거리 $x(m)$ 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\log x = 3 + \log 1.2 - \log d$$

상대습도가 70 %일 때, 시정거리가 3000(m)이상이 되기 위한 먼지농도의 최댓값은 $d_1(\mu g/m^3)$이다. d_1의 값은? [3점]

① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3 ④ 0.4 ⑤ 0.5

9. 수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \int_0^1 x^n(x-1)\,dx \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

$\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$

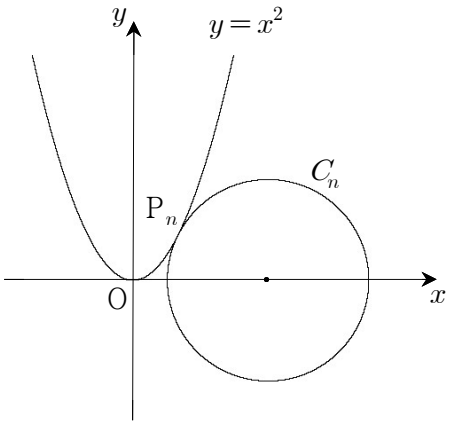
10. 0이 아닌 세 실수 a, b, c가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b+c$의 값은? [3점]

(가) a, b, c는 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
(나) $ab=c$
(다) $a+3b+c=-3$

① -21 ② -18 ③ -15 ④ -12 ⑤ -9

[11~12] 좌표평면에서 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}_n(n, n^2)$과 중심이 x축 위에 있는 원 C_n은 다음 조건을 만족시킨다. (단, $n=1, 2, 3, \cdots$ 이다.)

(가) 곡선 $y=x^2$과 원 C_n은 점 P_n에서 만난다.
(나) 곡선 $y=x^2$과 원 C_n은 점 P_n에서 공통인 접선을 갖는다.



11번과 12번의 두 물음에 답하시오.

11. 원 C_1의 중심의 x좌표는? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

12. 원 C_n의 넓이를 $S(n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{S(n)}{n^6}$의 값은? [3점]

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

13. 세 집합 A, B, C는 다음과 같다.

$$A=\left\{(x, y)\left|\begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ab \\ b \end{pmatrix},\ x, y\text{는 실수}\right.\right\}$$

$$B=\{(x, y)\,|\,y=x^2+x+1,\ x, y\text{는 실수}\}$$

$$C=\{(x, y)\,|\,y=x-1,\ x, y\text{는 실수}\}$$

$A\cap B\neq\varnothing$, $A\cap C\neq\varnothing$ 을 만족시키는 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [3점]

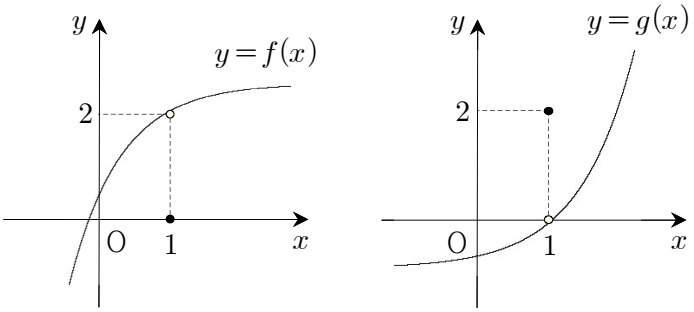
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 수직선 위의 원점에 위치한 점 A가 있다. 주사위 1개를 던질 때 3의 배수의 눈이 나오면 점 A를 양의 방향으로 3만큼 이동하고, 그 이외의 눈이 나오면 점 A를 음의 방향으로 2만큼 이동하는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 72회 반복할 때, 점 A의 좌표를 확률변수 X라 하자. 확률 $\mathrm{P}(X\geq 11)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

① 0.0228 ② 0.0401 ③ 0.0668
④ 0.1056 ⑤ 0.1587

z	$\mathrm{P}(0\leq Z\leq z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

15. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)+g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄴ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $\dfrac{f(x)+ax}{g(x)+bx}$가 $x=1$에서 연속이면 $a+b=-4$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2-A=O,\ A-B=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, O는 영행렬이고, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $AB=O$

ㄴ. $A\neq E$이면 A의 역행렬은 존재하지 않는다.

ㄷ. $A+B$의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 첫째항이 -8인 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_{n+1}-2\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{k}=2^{n+1}(n^2+n+2) \quad (n\geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 의하여

$$a_n-2\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{k}=2^n(n^2-n+2) \quad (n\geq 2)$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}-a_n-\frac{2}{n}a_n=\boxed{\text{(가)}}$$

이므로

$$a_{n+1}-\frac{n+2}{n}a_n=\boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n=\dfrac{a_n}{n(n+1)}$이라 하면

$$b_{n+1}-b_n=\boxed{\text{(나)}} \quad (n\geq 2)$$

이고, $b_2=0$이므로

$$b_n=\boxed{\text{(다)}} \quad (n\geq 2)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$이라 할 때, $\dfrac{f(4)}{g(5)}+h(6)$의 값은?

[4점]

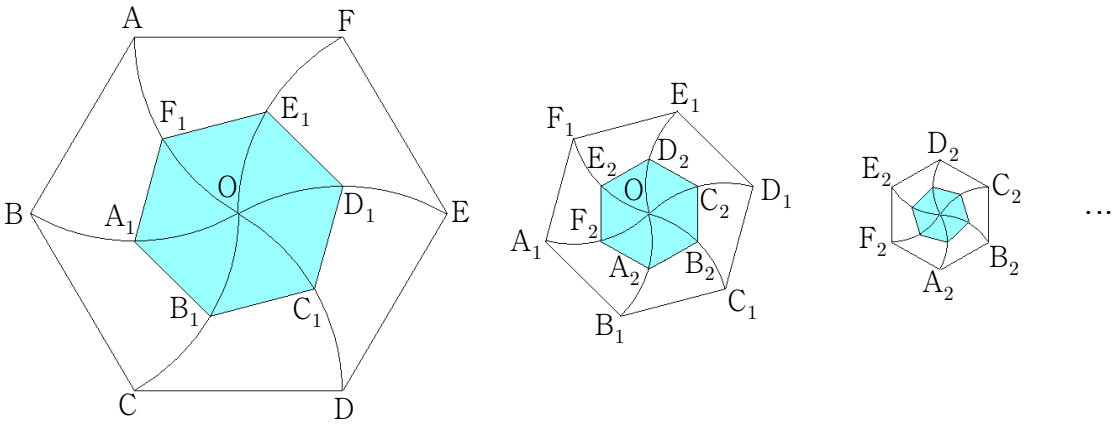
① 65 ② 70 ③ 75 ④ 80 ⑤ 85

18. 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 길이가 2인 대각선의 교점을 O라 하자. 그림과 같이 꼭짓점 A, B, C, D, E, F를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60° 만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$이라 하자.

정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$에서 꼭짓점 $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$을 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60° 만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2$라 하자.

정육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$에서 꼭짓점 $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2$를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60° 만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 $A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3$이라 하자.

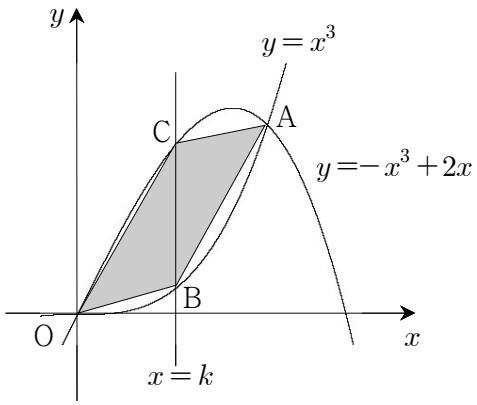
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정육각형 $A_nB_nC_nD_nE_nF_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{7-3\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{7-2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{9-4\sqrt{3}}{4}$

④ $\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{9-2\sqrt{3}}{4}$

19. 두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$ 의 교점 중 제1사분면에 있는 점을 A라 하고, 두 곡선 $y=x^3$, $y=-x^3+2x$ 와 직선 $x=k$ $(0<k<1)$의 교점을 각각 B, C라 하자. 사각형 OBAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 실수 k의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

20. 양수 x에 대하여 x의 정수 부분을 $f(x)$라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} f(2^k) + \sum_{k=2}^{1024} f(\log_2 k)$의 값은? [4점]

① 9850 ② 9950 ③ 10050
④ 10150 ⑤ 10250

21. 자연수 n에 대하여 $S(n)=\{1, 2, 3, \cdots, n\}$ 이라 하자. 두 조건

$$A \cup B \cup C = S(n) \ , \quad A \cap B = \varnothing$$

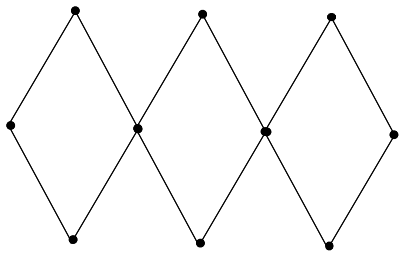
을 만족시키도록 세 집합 A, B, C를 정하는 방법의 수를 a_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

22. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬을 A라 하자. 행렬 A의 성분 중에서 1과 0의 개수를 각각 a, b라 할 때, $b-a$의 값을 구하시오. [3점]



23. 로그방정식

$$\log_2(3x^2+7x)=1+\log_2(x+1)$$

의 해는 $x=\frac{q}{p}$이다. p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 방정식 $x+3y+3z=32$를 만족시키는 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)=x^3+2x^2-3x+4$가 있다. 등식

$$\int_{-2}^{2} f(x)\,dx=f(-a)+f(a)$$

를 만족시키는 실수 a에 대하여 $3a^2$의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)=3x^2+2x+1$ 에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4}{n}\left\{f\left(1+\frac{1}{2n}\right)+f\left(1+\frac{2}{2n}\right)+f\left(1+\frac{3}{2n}\right)+\cdots+f\left(1+\frac{n}{2n}\right)\right\}$$

의 값을 구하시오. [4점]

27. 책상 위에 있는 7개의 동전 중 3개는 앞면, 4개는 뒷면이 나와 있다. 이 중 임의로 3개의 동전을 택하여 뒤집어 놓았을 때, 7개의 동전 중 앞면이 나온 동전의 개수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 $7X$의 평균을 구하시오. [4점]

28. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x \le 1$에서 $f(x) = x^2 + 1$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = f(x)$이다.
(다) 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x) = f(1+x)$이다.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = \int_{-n}^{n} f(x)\,dx$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$일 때, $a_7 = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 첫째항이 20이고 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$b_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

이라 하자. $\sum_{k=1}^{20} b_k$의 값을 구하시오. [4점]

30. 자연수 n에 대하여 $\log n$의 지표와 가수를 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하자. 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}_n(f(n), g(n))$이 연립부등식

$$\begin{cases} y \geq \dfrac{1}{3}x \\ 0 \leq y \leq \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

의 영역에 속하도록 하는 자연수 n의 개수를 오른쪽 상용로그표를 이용하여 구하시오. [4점]

x	$\log x$
2.1	0.3222
2.2	0.3424
3.1	0.4914
3.2	0.5051

공 란