

제 3 교 시



2014학년도 육군사관학교 1차 선발시험 문제지

# 수 학 영 역

B형

성명	
----	--

수험번호									
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(A형/B형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 먼저 **문제지**에 성명과 수험번호를 기입하십시오.
- **답안지**에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며 0이 포함된 경우에는 0을 OMR 답안지에 반드시 표기하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 육 군 사 관 학 교

권  
말

1.  $\log_2(4\sqrt{2} - \sqrt{10}) - \log_2(4 - \sqrt{5})$  의 값은? [2점]

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{1}{2}$

③  $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤  $\frac{5}{4}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x^3 - 1}$  의 값은? [2점]

①  $\frac{1}{3}$

②  $\frac{1}{2}$

③ 1

④  $\frac{3}{2}$

⑤ 2

3. 두 벡터  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ 에 대하여  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=3$ ,  $|3\vec{a}-2\vec{b}|=6$  일 때, 내적  $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 의 값은? [2점]
- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

4. 1008, 1233 과 같이 각 자리의 숫자의 합이 9인 네 자리의 자연수의 개수는? [3점]
- ① 165                      ② 170                      ③ 175                      ④ 180                      ⑤ 185

5. 주머니 속에 1, 2, 3, 4, 5의 수가 각각 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내어 적힌 수를 확인하고 다시 집어넣는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 25회 반복할 때, 꺼낸 3개의 공에 적힌 수들 중 두 수의 합이 나머지 한 수와 같은 경우가 나오는 횟수를 확률변수  $X$ 라 하자. 확률변수  $X^2$ 의 평균  $E(X^2)$ 의 값은? [3점]
- ① 102                      ② 104                      ③ 106                      ④ 108                      ⑤ 110

6.  $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$ 인 두 수  $\alpha, \beta$ 가

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{\sqrt{3}+1}{4}, \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$$

을 만족시킬 때,  $\cos(3\alpha+\beta)$ 의 값은? [3점]

- ① -1                      ②  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                       ③  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$                       ④  $-\frac{1}{2}$                       ⑤ 0

[7~8] 두 연속함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \int_0^n f(x) dx, \quad b_n = \int_{n-1}^n g(x) dx \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

7번과 8번의 두 물음에 답하시오.

7.  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = f(x) + 1$ 일 때,  $a_3 + b_4$ 의 값은? [3점]

- ① 5                      ②  $\frac{16}{3}$                       ③  $\frac{17}{3}$                       ④ 6                      ⑤  $\frac{19}{3}$

8.  $f(x) = g(x)$ 이고  $b_n = 2n + 3$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 110                      ② 120                      ③ 130                      ④ 140                      ⑤ 150

9. 모든 실수  $x$ 에서 미분가능하고 역함수가 존재하는 함수  $f(x)$ 에 대하여

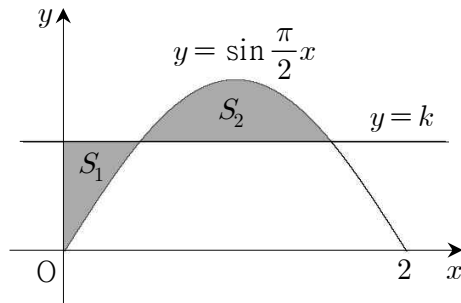
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = \frac{1}{2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 4$$

가 성립한다. 함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(g(x))-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1                      ④ 2                      ⑤ 4

10. 그림과 같이 곡선  $y = \sin \frac{\pi}{2}x$  ( $0 \leq x \leq 2$ )와 직선  $y = k$  ( $0 < k < 1$ )가 있다. 곡선  $y = \sin \frac{\pi}{2}x$

와 직선  $y = k$ ,  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ 와 직선  $y = k$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_2 = 2S_1$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{1}{2\pi}$                       ②  $\frac{1}{\pi}$                       ③  $\frac{3}{2\pi}$                       ④  $\frac{2}{\pi}$                       ⑤  $\frac{5}{2\pi}$

11. 수직선 위의 원점에 위치한 점  $A$ 가 있다. 주사위 1개를 던질 때 3의 배수의 눈이 나오면 점  $A$ 를 양의 방향으로 3만큼 이동하고, 그 이외의 눈이 나오면 점  $A$ 를 음의 방향으로 2만큼 이동하는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 72회 반복할 때, 점  $A$ 의 좌표를 확률변수  $X$ 라 하자. 확률  $P(X \geq 11)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.0228                      ② 0.0401                      ③ 0.0668  
 ④ 0.1056                      ⑤ 0.1587

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3944
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

12. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2 - A = O, \quad A - B = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $O$ 는 영행렬이고,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

<보 기>

- ㄱ.  $AB = O$   
 ㄴ.  $A \neq E$ 이면  $A$ 의 역행렬은 존재하지 않는다.  
 ㄷ.  $A+B$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ                                      ② ㄱ, ㄴ                                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 곡선  $x^2 + (y-1)^2 = 1$  ( $y \geq 1$ )과 두 직선  $x = -1$ ,  $x = 1$  및  $x$ 축으로 둘러싸인 부분을  $x$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [3점]

①  $\frac{1}{2}\pi^2 + \frac{5}{3}\pi$

②  $\frac{1}{2}\pi^2 + \frac{10}{3}\pi$

③  $\pi^2 + \frac{5}{3}\pi$

④  $\pi^2 + \frac{10}{3}\pi$

⑤  $2\pi^2 + \frac{5}{3}\pi$

14. 두 함수  $f(x) = e^x(x^2 + ax + b)$ ,  $g(x) = e^{-x}(x^2 + ax + b)$ 는 각각  $x = -3$ ,  $x = 2$ 에서 극댓값을 갖는다. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 의 극솟값을 각각  $m_1$ ,  $m_2$ 라 할 때,  $m_1 + m_2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

①  $-2e$

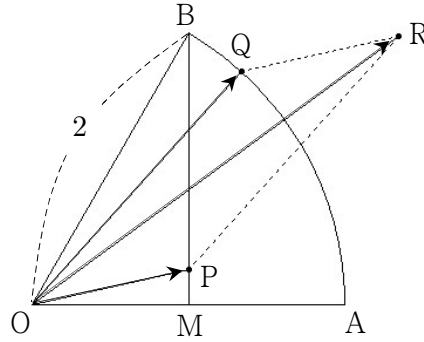
②  $-e-1$

③  $0$

④  $e-1$

⑤  $2e$

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB에서 선분 OA의 중점을 M이라 하자. 점 P는 두 선분 OM과 BM 위를 움직이고, 점 Q는 호 AB 위를 움직인다.  $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ 를 만족시키는 점 R가 나타내는 영역 전체의 넓이는? [4점]



①  $\sqrt{3}$

② 2

③  $2\sqrt{3}$

④ 4

⑤  $3\sqrt{3}$

16. 첫째항이  $-8$ 인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_{n+1} - 2 \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} = 2^{n+1}(n^2 + n + 2) \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 의하여

$$a_n - 2 \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a_k}{k} = 2^n(n^2 - n + 2) \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n - \frac{2}{n}a_n = \boxed{\text{(가)}}$$

이므로

$$a_{n+1} - \frac{n+2}{n}a_n = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.  $b_n = \frac{a_n}{n(n+1)}$ 이라 하면

$$b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

이고,  $b_2 = 0$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 2)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때,  $\frac{f(4)}{g(5)} + h(6)$ 의 값은?

[4점]

① 65

② 70

③ 75

④ 80

⑤ 85

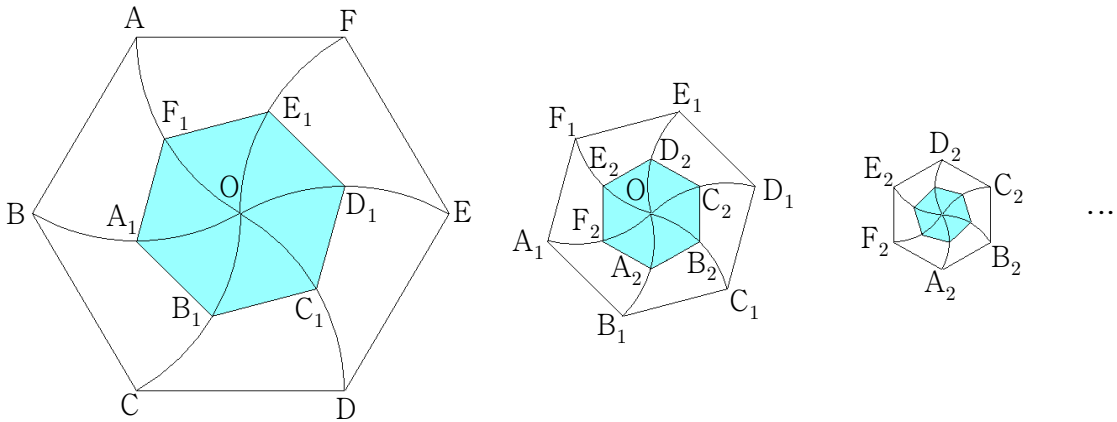
17. 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 길이가 2인 대각선의 교점을 O라 하자. 그림과 같이 꼭짓점 A, B, C, D, E, F를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, E<sub>1</sub>, F<sub>1</sub>이라 하자.

정육각형 A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>E<sub>1</sub>F<sub>1</sub>에서 꼭짓점 A<sub>1</sub>, B<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>, D<sub>1</sub>, E<sub>1</sub>, F<sub>1</sub>을 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A<sub>2</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>, D<sub>2</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>2</sub>라 하자.

정육각형 A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>E<sub>2</sub>F<sub>2</sub>에서 꼭짓점 A<sub>2</sub>, B<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>, D<sub>2</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>2</sub>를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A<sub>3</sub>, B<sub>3</sub>, C<sub>3</sub>, D<sub>3</sub>, E<sub>3</sub>, F<sub>3</sub>이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정육각형 A<sub>n</sub>B<sub>n</sub>C<sub>n</sub>D<sub>n</sub>E<sub>n</sub>F<sub>n</sub>의 넓이를 S<sub>n</sub>이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



①  $\frac{7-3\sqrt{3}}{4}$

②  $\frac{7-2\sqrt{3}}{4}$

③  $\frac{9-4\sqrt{3}}{4}$

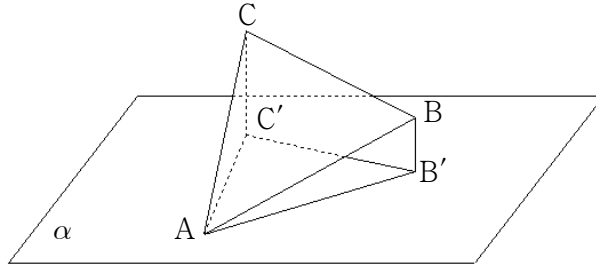
④  $\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$

⑤  $\frac{9-2\sqrt{3}}{4}$

18.  $0 \leq x \leq \pi$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 직선  $x=\pi$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $S_1+S_2$ 의 값은? [4점]

- ①  $\ln \frac{3}{2}$       ②  $\ln \frac{4}{3}$       ③  $2\ln \frac{3}{2}$       ④  $2\ln \frac{4}{3}$       ⑤  $4\ln \frac{3}{2}$

19. 그림과 같이 평면  $\alpha$ 와 한 점 A에서 만나는 정삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C의 평면  $\alpha$  위로의 정사영을 각각 B', C'이라 하자.  $\overline{AB'} = \sqrt{5}$ ,  $\overline{B'C'} = 2$ ,  $\overline{C'A} = \sqrt{3}$  일 때, 정삼각형 ABC의 넓이는? [4점]



①  $\sqrt{3}$

②  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

③  $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

④  $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{2}$

⑤  $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{2}$

20. 함수  $f(x) = x \sin x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

————— <보 기> —————

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 극솟값을 갖는다.  
 ㄴ. 직선  $y=x$ 는 곡선  $y=f(x)$ 에 접한다.  
 ㄷ. 함수  $f(x)$ 가  $x=a$ 에서 극댓값을 갖는  $a$ 가 구간  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{4}\pi\right)$ 에 존재한다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $0 \leq x < 1$ 일 때,  $f(x) = e^x - 1$  이다.

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+1) = -f(x) + e - 1$  이다.

$\int_0^3 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

①  $2e - 3$

②  $2e - 1$

③  $2e + 1$

④  $2e + 3$

⑤  $2e + 5$

22. 좌표평면에서  $x$ 축에 대한 대칭변환을  $f$ , 원점을 중심으로  $60^\circ$ 만큼 회전하는 회전변환을  $g$ 라

하자. 일차변환  $(g \circ f)^{-1}$ 을 나타내는 행렬을  $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & a \\ b & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 이라 할 때,  $100(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 표는 어느 학교의 두 동아리 A, B의 남학생 수와 여학생 수를 나타낸 것이다.

동아리 \ 구분	남학생(명)	여학생(명)	합계(명)
A	8	16	24
B	12	12	24

다음은 여름방학이 지난 후 두 동아리 A, B의 변동된 학생 수에 대한 설명이다.

- (가) 동아리 A에서는 남학생  $x$ 명이 새로 가입하여 동아리 A의 학생 중에서 남학생의 비율이  $y\%$ 가 되었다.
- (나) 동아리 B에서는 여학생  $x$ 명이 탈퇴하여 동아리 B의 학생 중에서 남학생의 비율이  $(y+25)\%$ 가 되었다.

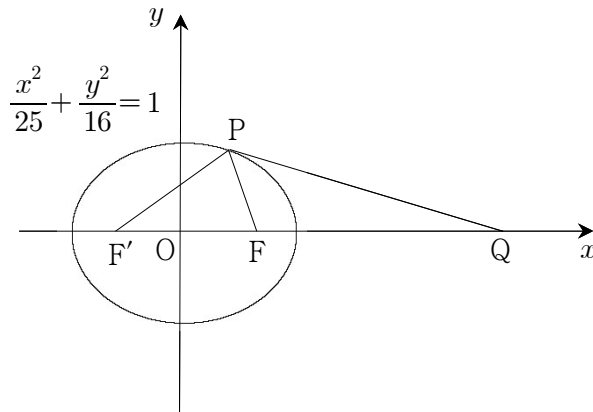
$x+y$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 한 모서리의 길이가  $6\sqrt{6}$ 인 정사면체 ABCD에 대하여 등식

$$\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PA}$$

를 만족시키는 점 P가 있다. 삼각형 BCD의 무게중심을 G라 할 때, 선분 PG의 길이를 구하시오. [3점]

25. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점을 각각 F, F'이라 하자. 타원 위의 한 점 P와  $x$ 축 위의 한 점 Q에 대하여  $\overline{PF} : \overline{PF'} = \overline{QF} : \overline{QF'} = 2 : 3$  일 때,  $\overline{PQ}^2$ 의 값을 구하시오. (단, 점 Q는 타원 외부의 점이다.) [3점]



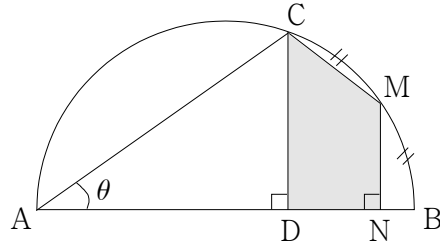
26. 지호와 영수는 가위바위보를 한 번 할 때마다 다음과 같은 규칙으로 사탕을 받는 게임을 한다.

- (가) 이긴 사람은 2개의 사탕을 받고, 진 사람은 1개의 사탕을 받는다.  
(나) 비긴 경우에는 두 사람 모두 1개의 사탕을 받는다.

게임을 시작하고 나서 지호가 받은 사탕의 총 개수가 5인 경우가 생길 확률은  $\frac{k}{243}$  이다. 자연수  $k$ 의 값을 구하시오. (단, 두 사람이 각각 가위, 바위, 보를 낼 확률은 같다.) [4점]

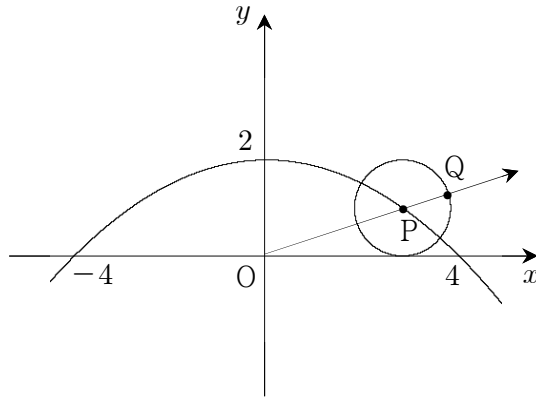
27. 그림과 같이 길이 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 움직이는 점 C가 있다. 호 BC의 길이를 이등분하는 점을 M이라 하고, 두 점 C, M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 각각 D, N이라 하자.  $\angle CAB = \theta$  라 할 때, 사각형 CDNМ의 넓이를  $S(\theta)$  라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = a$  일 때,  $16a$ 의 값을 구하시오. (단, 점 C는 선분 AB의 양 끝점이 아니다.) [4점]



28. 좌표공간에 여섯 개의 점  $A(0, 0, 2)$ ,  $B(2, 0, 0)$ ,  $C(0, 2, 0)$ ,  $D(-2, 0, 0)$ ,  $E(0, -2, 0)$ ,  $F(0, 0, -2)$  를 꼭짓점으로 하는 정팔면체  $ABCDEF$  가 있다. 이 정팔면체와 평면  $x+y+z=0$  이 만나서 생기는 도형의 넓이를  $S$  라 할 때,  $S^2$  의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 좌표평면에서 세 점  $(4, 0)$ ,  $(-4, 0)$ ,  $(0, 2)$ 를 지나는 포물선이 있다.  $-4 < x < 4$ 인 범위에서 포물선 위를 움직이는 점을 P라 할 때, 점 P를 중심으로 하고  $x$ 축에 접하는 원을 그린 다음, 반직선 OP와 이 원의 교점 중에서 원점 O로부터 더 멀리 있는 점을 Q라 하자. 점 Q가 그리는 도형과  $x$ 축 및 직선  $x = -4$ ,  $x = 4$ 로 둘러싸인 부분을  $x$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표와 가수를 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 하자.  
좌표평면 위의 점  $P_n(f(n), g(n))$ 이 연립부등식

$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{3}x \\ 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$x$	$\log x$
2.1	0.3222
2.2	0.3424
3.1	0.4914
3.2	0.5051

의 영역에 속하도록 하는 자연수  $n$ 의 개수를 오른쪽 상용로그표를 이용하여 구하시오. [4점]

관  
망