수리 영역(인문)

1. ③	2. ①	3. ④	4. ⑤	5. ②
6. ④	7. ⑤	8. ①	9. ③	10. ③
11. ④	12. ②	13. ⑤	14. ①	15. ⑤
16. ⑤	17. ③	18. ⑤	19. ③	20. ④
21. ②	22. ①	23. ②	24. ④	25. 81
26. 126	27. 165	28. 544	29. 28	30. 75

1. 수열 정답 ③

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1+a_2+a_3=a+ar+ar^2=a(1+r+r^2)$

이므로 $a(1+r+r^2)=48$ ·············· ㉠

$a_4+a_5+a_6=ar^3+ar^4+ar^5=ar^3(1+r+r^2)$

이므로 $ar^3(1+r+r^2)=12$ ·············· ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $r^3=\dfrac{1}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore\ a_7+a_8+a_9&=ar^6+ar^7+ar^8\\&=ar^6(1+r+r^2)\\&=\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot 48\\&=3\end{aligned}$$

2. 순열과 조합 정답 ①

9의 배수는 각 자릿수의 합이 9의 배수이므로 1, 2, 3으로 만들 수 있는 4자리의 자연수 중에서 9의 배수는 $(1, 2, 3, 3)$, $(2, 2, 2, 3)$의 두 가지 경우뿐이다.

$\therefore\ \dfrac{4!}{2!}+\dfrac{4!}{3!}=12+4=16$(가지)

3. 행렬 정답 ④

$A^2=AA=\begin{pmatrix}1&-1\\3&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\3&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\-3&1\end{pmatrix}$

$A^3=A^2\cdot A=\begin{pmatrix}-2&1\\-3&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\3&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=E$

그러므로 $X=\{A,\ A^2,\ E\}$

(가)에 의해 P의 모든 성분의 합이 -3이므로 $P=A^2$

(나)에 의해 Q는 P의 역행렬이므로

$Q=(A^2)^{-1}=\begin{pmatrix}-2&1\\-3&1\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1\\3&-2\end{pmatrix}$

따라서 Q의 모든 성분의 합은

$1+(-1)+3+(-2)=1$

4. 확률 정답 ⑤

세 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수 a, b, c의 최대공약수가 2가 되기 위해서는 세 수 모두 짝수가 되어야 한다. 그러나 $a=b=c=4$이거나 $a=b=c=6$인 경우에는 최대공약수가 2가 되지 않으므로 두 경우를 제외한다.

따라서 구하는 확률은 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3-2\cdot\left(\dfrac{1}{6}\right)^3=\dfrac{25}{216}$

《다른 풀이》

a, b, c의 최대공약수가 2가 되는 경우는

i) $(2,\ 2,\ 2)$

ii) 같은 수가 2개 나오는 경우

$(2,\ 2,\ 4)$, $(2,\ 2,\ 6)$, $(2,\ 4,\ 4)$, $(2,\ 6,\ 6)$

$(4,\ 4,\ 6)$, $(4,\ 6,\ 6)$

iii) $(2,\ 4,\ 6)$

그러므로 $1+\dfrac{3!}{2!}\times 6+3!=25$(가지)이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{25}{6^3}=\dfrac{25}{216}$

5. 수열의 극한 정답 ②

(나)에서 $\begin{cases}a_{n+1}=\dfrac{1}{2}a_n+\dfrac{1}{2}b_n\\ b_{n+1}=a_n\end{cases}$ 이므로

$a_{n+2}=\dfrac{1}{2}a_{n+1}+\dfrac{1}{2}a_n$

$a_{n+2}-a_{n+1}=-\dfrac{1}{2}(a_{n+1}-a_n)$

그런데, $a_1=10$, $b_1=1$이므로 (나)에 의해 $a_2=\dfrac{11}{2}$

$$\therefore a_n = 10 + \sum_{k=1}^{n-1}\left\{\left(\frac{11}{2} - 10\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}\right\}$$

$$= 10 + 9\sum_{k=1}^{n-1}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k}$$

$$= 10 + 9 \cdot \frac{-\frac{1}{2}\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= 7 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore b_n = a_{n-1} = 7 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

따라서 $\lim_{n\to\infty}(a_n + b_n) = \lim_{n\to\infty} a_n + \lim_{n\to\infty} b_n = 14$

6. 행렬 　　정답 ④

(가)에서 $A = E - B$이므로

$A^2 = (E-B)^2 = E - 2B + B^2 = -E$

$B^2 - 2B = -2E$

$B(B-2E) = -2E$

$\therefore\ B^{-1} = -\frac{1}{2}(B-2E)$

그러므로 $AB = (E-B)B$

$= B - B^2$

$= B - (2B - 2E)$

$= 2E - B$

$\therefore\ (AB)^2 + 2B^{-1} = (2E-B)^2 - (B-2E)$

$= 4E - 4B + B^2 - B + 2E$

$= 4E - 4B + 2B - 2E - B + 2E$

$= 4E - 3B$

$= E + 3(E - B)$

$= E + 3A$

7. 지수와 로그 　　정답 ⑤

ㄱ. $f(1234) = 3,\ f(0.1234) = -1$이므로

$f(1234) + f(0.1234) = 2$ (참)

ㄴ. $\log 5034 = 3 + \log 5.034$,

$\log 0.05034 = -2 + \log 5.034$이므로

$g(5034) = g(0.05034)$

$\therefore\ g(5034) - g(0.05034) = 0$ (참)

ㄷ. $\log a = 4 + \log 0.0762 = \log 762$

$\therefore\ a = 762$

$\therefore\ f(a) = 2$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

8. 순열과 조합 　　정답 ①

오른쪽으로 한 칸 이동하는 것을 a, 위로 한 칸 이동하는 것을 b라고 하자.

P지점에서 Q지점까지 최단거리로 갈 때, 도중에 7번 방향을 바꾸려면 b가 두 번 이상 연속해서 나오면 안 되고, a가 두 번만 연속해서 나와야 한다.

이제, 연속해서 두 번 나오는 aa를 한 문자로 취급하자.

b와 a가 번갈아서 배열되어야 하므로 b를 먼저 배열한 $b\_b\_b\_b\_$ 또는 $\_b\_b\_b\_b$ 사이사이에 a, a, a, aa를 배열하면 된다.

따라서 경로의 수는 $\frac{4!}{3!}\times 2 = 8$(가지)

9. 수열의 극한 　　정답 ③

$x^2 = 2x + n$

$x^2 - 2x - n = 0$

$\therefore\ x = 1 \pm \sqrt{n+1}$

$\therefore \mathrm{A}_n(1-\sqrt{n+1},\ n+2-2\sqrt{n+1})$,

$\mathrm{B}_n(1+\sqrt{n+1},\ n+2+2\sqrt{n+1})$

그러므로 $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}$의 길이는

$a_n = \sqrt{(2\sqrt{n+1})^2 + (4\sqrt{n+1})^2} = \sqrt{20n+20}$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{5n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{5n+1}}{\sqrt{20n+20}} = \frac{1}{2}$$

《다른 풀이》

$y = x^2,\ y = 2x + n$을 연립하면 $x^2 - 2x - n = 0$

이차방정식의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$\alpha + \beta = 2,\ \alpha\beta = -n$

$\mathrm{A}_n(\alpha,\ 2\alpha+n),\ \mathrm{B}_n(\beta,\ 2\beta+n)$

$a_n = \sqrt{(\alpha-\beta)^2 + (2\alpha-2\beta)^2} = \sqrt{5(\alpha-\beta)^2}$

$= \sqrt{5\{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta\}} = \sqrt{5(4+4n)}$

$$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{5n+1}}{\sqrt{5(4+4n)}} = \frac{1}{2}$$

10. 수열 정답 ③

하루 회원 수의 증가율을 $r\%$,

n일 후 회원 수를 a_n이라고 하면

$a_n = 20000 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

7월 7일의 회원 수는

$1.21 \times 20000 = 20000 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^6$

$\therefore \left(1+\frac{r}{100}\right)^6 = 1.21 = (1.1)^2$

그러므로 7월 4일의 회원 수는 $20000 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)^3$

따라서 3일 후 회원 수의 증가율은

$\left(1+\frac{r}{100}\right)^3 = 1.1 = 1 + \frac{10}{100}$

$\therefore \ A = 10$

11. 확률분포와 통계적 추정 정답 ④

4과목 중 2과목을 선택할 확률은 $\frac{1}{{}_4C_2} = \frac{1}{6}$

A, B를 선택한 서류전형 합격자의 수를 확률변수 X라고 하면, X는 이항분포 $B\left(720, \frac{1}{6}\right)$을 따른다.

이항분포는 $n = 720$이 충분히 클 때, 근사적으로 정규분포를 따른다는 것을 이용하자.

$m = 720 \cdot \frac{1}{6} = 120$, $\sigma^2 = 720 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = 100$

이므로 X는 근사적으로 정규분포 $N(120, 10^2)$을 따른다.

$\therefore P(110 \leqq X \leqq 145)$

$= P\left(\frac{110-120}{10} \leqq Z \leqq \frac{145-120}{10}\right)$

$= P(-1 \leqq Z \leqq 2.5)$

$= 0.3413 + 0.4938$

$= 0.8351$

12. 수열의 극한 정답 ②

ㄱ. 【반례】 $a_n = \frac{1}{n^2}$, $b_n = n$인 경우

$\lim_{n\to\infty} a_n b_n = 0$이지만, $\lim_{n\to\infty} b_n = \infty$

ㄴ. 수열 $\{a_n - b_n\}$이 수렴할 때, 수열 $\{b_n\}$이 수렴하면 수열 $\{a_n\}$도 수렴함을 보이자.

$\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$라고 하면

$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\{(a_n - b_n) + b_n\}$

$= \lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) + \lim_{n\to\infty} b_n = \alpha + \beta$

따라서 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.
즉, 수열 $\{a_n - b_n\}$이 수렴할 때, 수열 $\{a_n\}$이 발산하면 수열 $\{b_n\}$도 발산한다. (참)

ㄷ. 【반례】 $a_n = 0,\ 1,\ 0, 1, \cdots$

$b_n = 1,\ 0,\ 1, 0, \cdots$

$\lim_{n\to\infty} a_n b_n = 0$, $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$이지만 $\lim_{n\to\infty} b_n \neq 0$이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ뿐이다.

13. 지수함수와 로그함수 정답 ⑤

$f(x) = 3^{x+1} - 2$

ㄱ. $b = 3^{a+1} - 2$이므로 $b + 2 = 3^{a+1}$

$a + 1 = \log_3(b+2)$

$\therefore \ a = \log_3(b+2) - 1$ (참)

ㄴ. $3^{x+1} - 2 = 3^x$

$3^{x+1} - 3^x = 2$

$2 \cdot 3^x = 2$

$3^x = 1$

$\therefore x = 0,\ y = 1$

그러므로 두 함수는 한 점 $(0, 1)$에서 만난다. (참)

ㄷ. $3^{x+1} - 2 < 3^x$

$3^{x+1} - 3^x < 2$

$3^x < 1$

$\therefore \ x < 0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

14. 수열 정답 ①

2008년 이 대학의 대학예산을 A라고 하면

2008년 이 대학의 시설투자비는 $A \cdot \frac{4}{100}$이다.

그러므로 n년 후 대학예산은 $A \cdot \left(1+\frac{12}{100}\right)^n$,

n년 후 시설투자비는 $A \cdot \frac{4}{100} \cdot \left(1+\frac{20}{100}\right)^n$이다.

n년 후에 대학예산에서 시설투자비가 차지하는 비율이 6% 이상이 되려면

$$A \cdot \left(1+\frac{12}{100}\right)^n \cdot \frac{6}{100} \leqq A \cdot \frac{4}{100} \cdot \left(1+\frac{20}{100}\right)^n$$

$(1.12)^n \cdot 6 \leqq 4 \cdot (1.2)^n$

양변에 상용로그를 취하면

$n\log 1.12+\log 6 \leqq \log 4+n\log 1.2$

$n(\log 1.12-\log 1.2) \leqq \log 4-\log 6$

$$n \geqq \frac{\log 3-\log 2}{\log 1.2-\log 1.12}=\frac{0.1761}{0.03}=5.87$$

따라서 6년 후 부터이다.

15. 수열 정답 ⑤

(가) $k=m+1$일 때

$$(m+1)^2 \cdot \frac{1}{(m+1)(2m+3)}=\frac{m+1}{2m+3}$$

(나) $\frac{1}{(m+1)(2m+3)}\sum_{k=1}^{m}k^2$항이 { } 밖으로 나왔으므

로 주어진 식의 마지막은 m번째 항인 $\frac{1}{m(2m+1)}$

이 들어가야 한다.

(다) (주어진 식)

$$=\frac{m(m+3)}{12}+\frac{1}{(m+1)(2m+3)}\sum_{k=1}^{m}k^2+\frac{m+1}{2m+3}$$

$$=\frac{m(m+3)}{12}+\frac{1}{(m+1)(2m+3)}\sum_{k=1}^{m}k^2$$

$$+\frac{1}{(m+1)(2m+3)}(m+1)^2$$

$$=\frac{m(m+3)}{12}+\frac{1}{(m+1)(2m+3)}\left\{\sum_{k=1}^{m}k^2+(m+1)^2\right\}$$

$$=\frac{m(m+3)}{12}+\frac{1}{(m+1)(2m+3)}\sum_{k=1}^{m+1}k^2$$

따라서 (가) : $m+1$, (나) : $m(2m+1)$, (다) : k^2

16. 행렬 정답 ⑤

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$라 하자.

ㄱ. $A-B=\begin{pmatrix} a-p & b-q \\ c-r & d-s \end{pmatrix}$이므로

$$\begin{aligned} f(A-B) &= (a-p)+(d-s) \\ &= (a+d)-(p+s) \\ &= f(A)-f(B) \ (\text{참}) \end{aligned}$$

ㄴ. $AB=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ap+br & aq+bs \\ cp+dr & cq+ds \end{pmatrix}$

$BA=\begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} pa+qc & pb+qd \\ ra+sc & rb+sd \end{pmatrix}$

이므로 $f(AB)=(ap+br)+(cq+ds)$

$$\begin{aligned} &= (pa+qc)+(rb+sd) \\ &= f(BA) \ (\text{참}) \end{aligned}$$

ㄷ. $f(M)=f(ACA^{-1}-BCB^{-1})$

$=f(ACA^{-1})-f(BCB^{-1})$ ($\because$ ㄱ에 의해)

$=f(CA^{-1}A)-f(CB^{-1}B)$ ($\because$ ㄴ에 의해)

$=f(C)-f(C)$

$=0$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

17. 수열 정답 ③

$x^3-1=(x-1)(x^2+x+1)=0$

$\omega^2+\omega+1=0,\quad \omega^3=1$

$\omega=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}\qquad \therefore\ a_1=-\frac{1}{2}$

$\omega^2=-\omega-1=\frac{-1\mp\sqrt{3}i}{2}\qquad \therefore\ a_2=-\frac{1}{2}$

$\omega^3=1\qquad \therefore\ a_3=1$

$\omega^4=\omega^3\cdot\omega=\omega$이므로

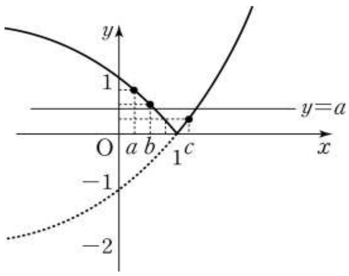
수열 $\{a_n\}$은 $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, 1이 반복된다.

$\therefore\ a_k a_{k+1} a_{k+2}=\frac{1}{4}$

$\therefore \displaystyle\sum_{k=1}^{10} a_k a_{k+1} a_{k+2} = \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{4} = 10 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{2}$

18. 지수함수와 로그함수 정답 ⑤

$f(x) = |2^x - 2|$의 그래프는 다음과 같다.



ㄱ. 그래프에서 $c > 1$일 수도 있다. (거짓)

ㄴ. $0 < a < b < c$와 $f(a) > f(b) > f(c)$를 만족하므로 f는 감소함수이다. 즉, $0 < a < 1$이다.
따라서 이 범위 내에서 $0 < f(a) < 1$이므로
$0 < f(a) + f(b) + f(c) < 3$ (참)

ㄷ. $0 < a < 1$이므로 $f(x) = a$는 서로 다른 두 실근을 갖 는다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

19. 확률 정답 ③

입고 전에 확률과 통계 과목을 배웠을 사건을 A,
통계학 성적이 A 학점일 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A) = \dfrac{6}{10}$, $\mathrm{P}(B) = \dfrac{60}{100} \times \dfrac{20}{100} + \dfrac{40}{100} \times \dfrac{10}{100} = \dfrac{16}{100}$

따라서 구하는 확률은

$$\mathrm{P}(A|B) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)} = \frac{\frac{60}{100} \times \frac{20}{100}}{\frac{16}{100}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

20. 지수함수와 로그함수 정답 ④

$\log_2 \left[\dfrac{f(x)}{[f(x)]} \right] = 0$이므로 $\left[\dfrac{f(x)}{[f(x)]} \right] = 1$

$1 \leq \dfrac{f(x)}{[f(x)]} < 2$ ⋯⋯⋯⋯⋯ ㉠

$\log_2 x = n + \alpha$(단, n은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)라 하면

$[f(x)] = n$이므로 ㉠에 대입하면 $1 \leq \dfrac{n+\alpha}{n} < 2$

그런데, $0 < x < 1$이므로 $f(x) = n + \alpha < 0$

즉, $n < 0$ $(\because \alpha \geq 0)$

그러므로 $2n < n + \alpha \leq n$, $n < \alpha \leq 0$

$\therefore \alpha = 0$

따라서 $f(x)$는 음의 정수 값을 갖는다.

그러므로 $x = 2^{-1}, 2^{-2}, 2^{-3}, \cdots$

$\therefore a_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

21. 확률 정답 ②

$x = 5$가 되려면

[규칙 1]에 의해

5와 5보다 작은 수, 5보다 큰 수가 뽑혀야 한다.

${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_5\mathrm{C}_1 \times 3! = 120$(가지)

또, [규칙 2]에 의해

5가 두 번, 5가 아닌 수가 한 번 뽑히거나,

5가 세 번 뽑혀야 한다.

${}_9\mathrm{C}_1 \times \dfrac{3!}{2!} + 1 = 27 + 1 = 28$(가지)

따라서 구하는 확률은

$\dfrac{148}{10^3} = \dfrac{37}{250}$

22. 지수함수와 로그함수 정답 ①

$$S_n = (\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n} + \overline{\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}}) \times \overline{\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}} \times \frac{1}{2}$$
$$= \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \right\} \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}S_n=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n}\right\}$$

$$=\frac{3}{4}\times\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{3}{4}$$

23. 확률 **정답 ②**

$a_n-b_n<5$가 되려면 1과 6이 동시에 나오지 않아야 한다. 1을 제외한 나머지 5개의 수가 나오는 사건을 A, 6을 제외한 나머지 5개의 수가 나오는 사건을 B라 하면

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

$$=5^n+5^n-4^n$$

$$=2\cdot 5^n-4^n$$

그러므로 확률 p_n은

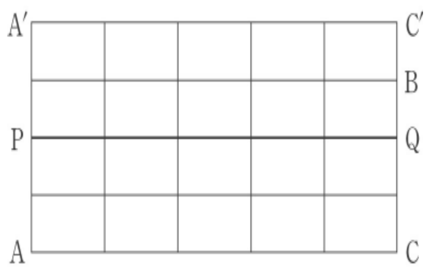
$$p_n=\frac{2\cdot 5^n-4^n}{6^n}=2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n}-\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}p_n=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n}-\left(\frac{2}{3}\right)^{n}\right\}$$

$$=2\cdot\frac{\frac{5}{6}}{1-\frac{5}{6}}-\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}$$

$$=2\cdot 5-2=8$$

24. 순열과 조합 **정답 ④**



주어진 도형을 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 기준으로 펼치면 구하려는 경우의 수는 A에서 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 거쳐 C′으로 가는 경우의 수와 같다.

$$\therefore \frac{9!}{5!4!}=126(\text{가지})$$

25. 지수와 로그 **정답 81**

$ab=12$ ·············· ㉠

$bc=8$ ·············· ㉡

㉡을 ㉠으로 나누면

$\frac{c}{a}=\frac{2}{3}$이므로 $c=\frac{2}{3}a$이다.

$2^a=27$이므로 $4^c=(2^2)^{\frac{2}{3}a}=(2^a)^{\frac{4}{3}}=27^{\frac{4}{3}}=81$

$\therefore\ 4^c=81$

26. 확률 **정답 126**

$a_1<a_2<a_3<a_4$가 되려면 서로 다른 4개의 수를 뽑아야 한다. 이때, 순서는 이미 정해져 있으므로 경우의 수는

${}_5\mathrm{C}_4=5(\text{가지})$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{5}{5^4}=\frac{1}{125}$$

$\therefore\ p+q=125+1=126$

27. 수열 **정답 165**

$$a_nA+b_nB=\begin{pmatrix}2a_n & 4a_n\\ a_n & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3b_n & 3b_n\\ b_n & 2b_n\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2a_n-3b_n & 4a_n+3b_n\\ a_n+b_n & 2b_n\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}6n-3\cdot 2^n & 12n+3\cdot 2^n\\ 3n+2^n & 2^{n+1}\end{pmatrix}$$

$\therefore\ b_n=2^n,\ a_n=3n$

따라서 $\displaystyle\sum_{k=1}^{10}a_k=\sum_{k=1}^{10}3k=3\cdot\frac{10\times 11}{2}=165$

28. 수열 **정답 544**

$a_{n+1}=\dfrac{a_n+a_{n+2}}{2}$에서

$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$

$a_{n+2} - a_{n+1} = a_{n+1} - a_n$

이므로 수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 1, 공차가 $a_2 - a_1 = 2$인 등차수열이다.

$\therefore\ a_n = 2n - 1$ .... ㉠

$\sum_{k=1}^{n} a_k b_k = S_n = (4n^2-1)2^n + 1$

이므로 $a_n b_n = S_n - S_{n-1}$

$$= (4n^2-1)2^n + 1 - [\{4(n-1)^2 - 1\} \cdot 2^{n-1} + 1]$$

$$= 2^{n-1}(2n+5)(2n-1)$$

따라서 ㉠에 의해 $b_n = 2^{n-1}(2n+5)$

$\therefore\ b_6 = 2^5 \times 17 = 544$

29. 확률분포와 통계적 추정 정답 28

모두 100그루의 소나무들을 조사하였으므로

$a + b = 100$ .... ㉠

신뢰구간의 길이가 서로 같으므로

$2 \times 1.96 \times \frac{3}{\sqrt{a}} = 2 \times 1.96 \times \frac{4}{\sqrt{b}}$

$3\sqrt{b} = 4\sqrt{a}$

$9b = 16a$ .... ㉡

㉠과 ㉡을 연립하면

$a = 36,\ b = 64$

$\therefore\ |a - b| = |36 - 64| = 28$

30. 지수함수와 로그함수 정답 75

$2^n \leqq x \leqq 2^{n+10}$의 양변에 밑이 2인 로그를 취하면

$n \leqq \log_2 x \leqq n + 10$

$-n \leqq \log_2 x - 2n \leqq -n + 10$

i) $1 \leqq n \leqq 5$일 때

$10 - n$의 절댓값이 더 크므로 $a_n = 10 - n$

ii) $n \geqq 6$일 때

$-n$의 절댓값이 더 크므로 $a_n = n$

$\therefore\ \sum_{k=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{5}(10-k) + \sum_{k=6}^{10} k$

$$= 50 - \frac{5 \times 6}{2} + (6+7+8+9+10)$$

$$= 75$$