2007학년도 육군사관학교 1차 선발시험 문제지

제 3 교시

수리 영역

문 과

성명	

수험번호							

○ 먼저 문제지에 성명과 수험 번호를 기입하시오.

○ 답안지에 성명과 수험 번호를 정확하게 표기하시오.

○ 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며   이 포함된 경우에는 0 을 OMR 답안지에 반드시 표기하시오.

---

1. 등차수열 $\{a\ \}$에 대하여

$$a_6 - a_7 + a_8 = 2007$$

일 때, a_7 의 값은? [2점]

① $\frac{2007}{4}$　② 669　③ $\frac{2007}{2}$

④ 2007　⑤ 4014

2. $\left\{ \dfrac{(\sqrt{10}+3)^{\frac{1}{2}} + (\sqrt{10}-3)^{\frac{1}{2}}}{(\quad 10+1)^{\frac{1}{2}}} \right\}^2$의 값은? [2점]

① $\sqrt{3}$　② 2　③ $\sqrt{5}$

④ 3　⑤ $\sqrt{10}$

3. 두 사건 , B에 대하여 사건 C를 C $A \cup B$라 하자.

$$\mathrm{P}(A) = \frac{1}{4}, \quad \mathrm{P}(B) = \frac{2}{3}, \quad \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, 조건부확률 $\mathrm{P}(B \mid C)$의 값은? [2점]

① $\frac{8}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{9}$

④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

4. (17.8) 의 정수부분이 9자리의 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 값은? (단, $\log 1.78 = 0.25$로 계산한다.) [3점]

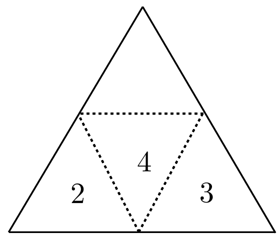
① 6 ② 7 ③ 8

④ 9 ⑤ 10

5. $a \ = \overset{n}{\underset{k=1}{}} ck$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 상수 c 의 값은? [3점]

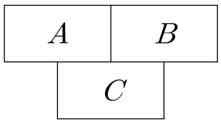
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

6. 그림은 1, 2, 3, 4 가 적힌 정사면체의 전개도이다. 이 전개도로 만든 정사면체를 두 번 던질 때, 밑면에 적힌 수 중 첫 번째 수를 a, 두 번째 수를 b 라 하자. $|a-b|$ 의 값을 확률변수 라 할 때, $\mathrm{E}(X)$ 의 값은? [3점]



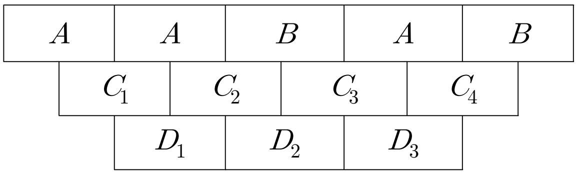
① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{7}{8}$
③ 1 ④ $\frac{9}{8}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

7. 이차정사각행렬 , B에 대하여 AB C일 때, 이를 [그림1]과 같이 나타내기로 하자.



[그림1]

이와 같은 방법으로 [그림2]의 이차정사각행렬 C, C_2, C_3, C_4 와 D_1, D_2, D_3 을 정의할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, O는 영행렬, E는 단위행렬이다.) [3점]



[그림2]

<보 기>

ㄱ. $C_1 = O$ 이면 $A = O$ 이다.

ㄴ. $C_2 = C_3$ 이면 $D_2 = D_3$ 이다.

ㄷ. $D_2 = E$ 이면 $D_3 = E$ 이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

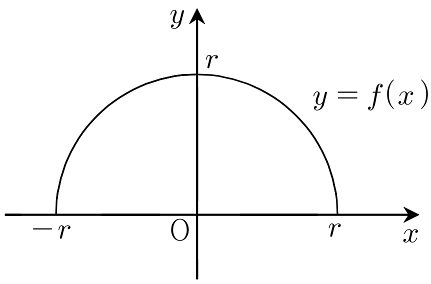
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 어느 양식장에 있는 물고기의 무게는 평균 600g, 표준편차 144g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양식장에서 36마리의 물고기를 임의추출하였을 때, 무게의 평균이 576g 이상 636g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \leqq \quad \leqq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.7745 ② 0.6826 ③ 0.6687 ④ 0.6247 ⑤ 0.5328

9. 연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같이 중심이 원점이고 반지름의 길이가 r인 반원의 호가 되도록 상수 r의 값을 정할 때, 확률 $\mathrm{P}\ X \geqq \frac{1}{2\pi}\Big)$의 값은? (단, $-r \leqq x \leqq r$이다.) [3점]



① $\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi}$ ② $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3\pi}$ ③ $\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ ④ $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi}$ ⑤ $1 - \frac{\sqrt{3}}{\pi}$

10. 이차정사각행렬 가 A $A-2E=O$를 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, O는 영행렬, E는 단위행렬이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $(A+E)^2=3(A+E)$

ㄴ. 이차정사각행렬 B, C에 대하여 $AB=AC$이면 $B=C$이다.

ㄷ. 연립일차방정식 $(A-E)\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$은 $x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가진다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 5개의 제비 중에서 당첨제비가 2개 있다. 갑이 먼저 한 개의 제비를 뽑은 다음 을이 한 개의 제비를 뽑을 때, 갑이 당첨제비를 뽑을 사건을 A, 을이 당첨제비를 뽑을 사건을 B라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, 한 번 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)$

ㄴ. $\mathrm{P}(B|A)>\mathrm{P}(B|A^c)$

ㄷ. $\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(A|B)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

12. 주머니 속에 빨간 공 개, 노란 공 4 개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2 개의 공을 꺼내는 시행을 반복할 때, 세 번째 시행에서 처음으로 서로 다른 색의 공이 뽑힐 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [3점]

① $\frac{2}{35}$ ② $\frac{3}{35}$ ③ $\frac{4}{35}$

④ $\frac{6}{35}$ ⑤ $\frac{8}{35}$

13. 행렬 $= \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{matrix}\Big)$ 의 역행렬을 B 라 할 때, B 의 $(2\,,\ 1)$ 성분을 a_n 이라 하자.

$\overset{10}{\underset{k=1}{\ }} a_k$ 의 값은? [4점]

① $-11-\frac{1}{2^{10}}$ ② $-10-\frac{1}{2^{10}}$ ③ $-9-\frac{1}{2^{10}}$

④ $-10-\frac{1}{2^{11}}$ ⑤ $-9-\frac{1}{2^{11}}$

14. 수열 $\}$에 대하여 $S_n \quad \overset{n}{\underset{k=1}{}} \quad 1+\frac{k}{n^2}-1\Big)$ 일 때, 다음은 $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

> 모든 양의 실수 x에 대하여 $\frac{x}{2+x} < \quad 1+x-1 < \frac{x}{2}$ 가 성립한다.
>
> 자연수 k, n $(k \leqq n)$에 대하여 $x=\frac{k}{n^2}$ 를 위 부등식에 대입하여 정리하면
>
> $$\frac{k}{2n^2+k} < \sqrt{1+\frac{k}{n^2}}-1 < \frac{k}{2n^2}$$
>
> 이므로
>
> $$\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{2n^2+k} < S_n < \frac{1}{2n^2}\sum_{k=1}^{n}k$$
>
> 이다. 이 때,
>
> $$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n^2}\sum_{k=1}^{n}k = \boxed{\text{(가)}} \text{ 이고}$$
>
> $$\lim_{n\to\infty} \quad \frac{1}{2n^2}\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{2n^2+k}\Big\} = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2}{2n^2(2n^2+k)} \leqq \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2}{4n^4} \quad = \boxed{\text{(나)}}$$
>
> 이므로 $\lim_{n\to\infty} S_n = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	( )	(나)	(다)
①	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
②	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
③	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{2}$
④	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
⑤	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

15. 확률변수 가 정규분포 N 5, 3)을 따를 때, $\mathrm{P}(|X-5| \leqq 3)=0.6826$ 이다.
확률변수 Y를 $Y=2X+1$이라 할 때, $\mathrm{P}(Y \geqq 17)$의 값은? [3점]

① 0.1037 ② 0.1587 ③ 0.3174
④ 0.3413 ⑤ 0.6826

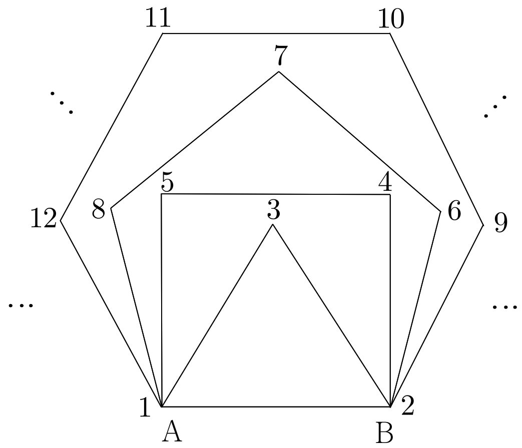
16. 좌표평면에서 자연수 k에 대하여 네 부등식

$$x > 0, \quad y > 0, \quad y < 2^{-x}+k, \quad x < k+\frac{1}{2}$$

을 모두 만족하는 영역에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 $N(k)$라 하자. $\underset{k=1}{\overset{10}{}} N(k)$ 의 값은? [4점]

① 55 ② 125 ③ 144
④ 252 ⑤ 385

17. 선분 AB를 한 변으로 공유하는 정삼각형, 정사각형, 정오각형, … 을 차례로 그린다. 그림과 같이 선분 AB의 양 끝점에 1, 2를 각각 적고, 각 정다각형의 꼭지점 중 두 점 A, B를 제외한 모든 꼭지점에 정삼각형, 정사각형, 정오각형, … 의 순서로 자연수 3, 4, 5, …를 차례로 대응시킨다. 정40각형의 꼭지점에 대응되는 자연수 중에서 가장 큰 수는? [4점]



① 555 ② 639 ③ 743 ④ 857 ⑤ 950

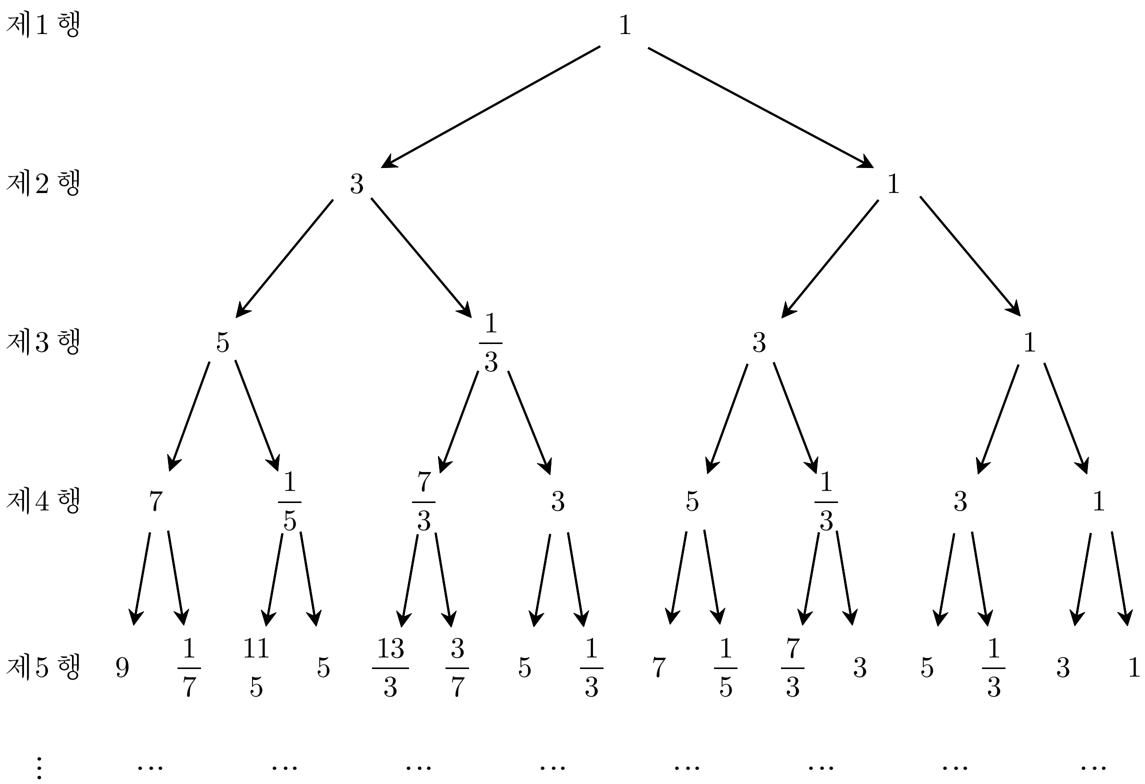
18. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(k)$가

$$f(k)=\begin{cases} k-2 & (k \geqq 4) \\ f(f(k+3)) & (k < 4) \end{cases}$$

을 만족할 때, $\overset{20}{\underset{=1}{}} f(k)$의 값은? [4점]

① 168 ② 172 ③ 176 ④ 180 ⑤ 184

19. 그림은 제 행에 1을 시작으로 바로 다음 행에 ↙ 방향으로는 직전의 수에 2를 더한 수를, ↘ 방향으로는 직전의 수의 역수를 나열하는 과정을 반복한 것이다. 예를 들면, 제3행의 첫 번째 수 5는 직전의 수 3에 2를 더한 수이고, 두 번째 수 $\frac{1}{3}$은 직전의 수 3의 역수이다.



제10행의 맨 왼쪽부터 2 +2) 번째에 있는 수는? [4점]

① $\frac{1}{17}$　　② $\frac{1}{15}$　　③ 13

④ 15　　⑤ 17

20. 세 로그함수 $(x)=\log\ \ x$, $g(x)=\log_b x$, $h(x)=\log_c x$ 의 밑 a, b, c 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a+c$ 의 최소값은 $2b$ 이다.

ㄴ. $\dfrac{1}{f(5)}$, $\dfrac{1}{g(5)}$, $\dfrac{1}{h(5)}$ 은 이 순서로 등차수열을 이룬다.

ㄷ. $f(x_1)=g(x_2)=h(x_3)=5$ 이면 x_1, x_2, x_3 은 이 순서로 등비수열을 이룬다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점 $\mathrm{A}(0, 1)$, $\mathrm{B}(1, 0)$, $\mathrm{C}(a, b)$ 가 있다. 선분 AC 의 중점을 P_1 이라 하고, 선분 BP_1 의 중점을 Q_1 이라 하자. 또, 선분 AQ_1 의 중점을 P_2 라 하고, 선분 BP_2 의 중점을 Q_2 라 하자. 이와 같이 모든 자연수 n 에 대하여 선분 BP_n 의 중점을 Q_n 이라 하고, 선분 AQ_n 의 중점을 P_{n+1} 이라 하자. n 이 한없이 커질 때, 점 P_n 은 어떤 점에 한없이 가까워지는가? [4점]

① $\begin{matrix}3\\4\end{matrix}, \dfrac{1}{4}\Big)$ ② $\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$ ③ $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$
④ $\left(\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$ ⑤ $\left(\dfrac{1}{4}, \dfrac{3}{4}\right)$

22. 집합 $x \mid x$ 12의 양의 약수} 의 원소 중에서 서로 다른 4 개의 원소를 택하여 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 두 수의 곱과 나머지 두 수의 곱이 서로 같은 경우의 수는? [4점]

① 18 ② 24 ③ 30

④ 32 ⑤ 40

23. 공기는 산소, 수소, 질소 등과 같은 여러 가지 원소들로 이루어져 있다. 지표면에서부터 높이가 x (km)인 곳에서의 어떤 원소의 밀도를 $n(x)$라 하면 관계식

$\log n(x) = \log n - kx$ (단, n_0은 지표면에서의 밀도, k는 양의 상수)

가 성립한다고 한다. 이 원소의 밀도가 지표면에서의 밀도의 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{1000}$배가 되는 높이를 각각 x_1, x_2라 할 때, $\frac{x_2}{x_1}$의 값은? (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.) [4점]

① 5 ② 8 ③ 10

④ 15 ⑤ 20

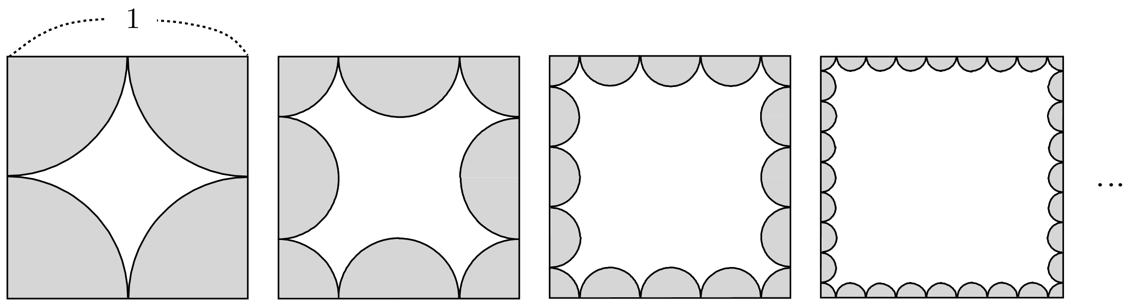
24. 한 변의 길이가 인 정사각형을 라 하자.

R의 각 변을 2등분 한 후 [그림1]과 같이 각 꼭지점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 사분원을 그릴 때, 어두운 부분의 넓이를 S 이라 하자.

R의 각 변을 4등분 한 후 [그림2]와 같이 각 꼭지점 및 각 변의 이등분점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 사분원과 반원을 그릴 때, 어두운 부분의 넓이를 S_2 라 하자.

R의 각 변을 8등분 한 후 [그림3]과 같이 각 꼭지점 및 각 변의 사등분점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{8}$ 인 사분원과 반원을 그릴 때, 어두운 부분의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 S_4, S_5, S_6, $\cdots$을 구할 때, $\overset{\infty}{\underset{n=1}{}} S_n$ 의 값은? [4점]



[그림1] [그림2] [그림3] [그림4]

① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ $\frac{7}{9}\pi$

④ $\frac{7}{8}\pi$ ⑤ $\frac{8}{9}\pi$

주관식 문항 (25 ~ 30)

25. 자연수 에 대하여 $n \ \ +3n$ 의 소수부분을 a_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{10}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n = n - 4\left[\frac{n}{4}\right]$$

일 때, $\mathop{}_{n=1}^{25} a_n$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

27. $\begin{matrix}1 & 3\\ -1 & -2\end{matrix}\Big)$이고, $A^{1}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18\\ 13\end{pmatrix}$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 어느 사관학교에서는 매년 휴가기간에 4 학년 생도 전부를 대상으로 해외 배낭여행을 실시하고 있다. 여행 6 개월 전에 희망지역을 조사한 결과, 유럽, 미국, 아시아 지역을 희망한 생도의 비율이 각각 30 %, 50 %, 20 %이었다. 비자발급을 위해 여행 3 개월 전에 희망지역을 최종적으로 조사한 결과 유럽 지역을 희망했던 생도의 15 %, 미국 지역을 희망했던 생도의 5 %, 아시아 지역을 희망했던 생도의 35 %가 여행지를 변경하였다. 여행지역을 변경한 생도 1 명을 임의로 택할 때, 그 생도가 최초에 미국 지역을 희망했을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 수면에서 수면과 수직인 방향으로 물속을 향해 발사된 총알은 시간이 지날수록 물의 저항에 의해 속도가 줄어든다. 수면에서 000(m/초)의 속도로 어떤 총알이 발사된 후 t초 $0 \le t < \frac{1}{50}\Big)$가 지난 순간 총알의 속도를 $v(t)$(m/초)라 하면 관계식

$$(t) = a \cdot b^{00t} \quad \text{(단, } a \text{와 } b \text{는 양의 상수)}$$

이 성립한다고 하자. 발사 후 $\frac{1}{100}$초가 지난 순간 총알의 속도가 50(m/)이었다. 총알의 속도가 100 5 (m/초)가 되는 것은 총알이 발사된 후 p초가 지난 순간이다. $\frac{1}{p}$의 값을 구하시오. [4점]

30. 집합 = 1, 2, 3, 4, 5 }에서 X로의 함수 중에서 다음 조건을 모두 만족하는 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

(가) f의 역함수가 존재한다.
(나) $f(1)=1$
(다) $f(2) \neq f(f(1))$