수리 영역(문과)

1. ④	2. ②	3. ①	4. ②	5. ④
6. ⑤	7. ⑤	8. ①	9. ④	10. ②
11. ⑤	12. ③	13. ③	14. ④	15. ②
16. ⑤	17. ③	18. ③	19. ②	20. ⑤
21. ④	22. ⑤	23. ③	24. ①	25. 20
26. 37	27. 13	28. 33	29. 200	30. 72

1. 수열 정답 ④

수열 $\{a_n\}$이 등차수열이므로 a_7은 a_6, a_8의 등차중항이다.

$a_6+a_8=2a_7$

$\therefore\ a_6-a_7+a_8=2a_7-a_7=a_7$

$\therefore\ a_7=2007$

2. 수와 식 정답 ②

(주어진 식)

$$=\frac{\left\{(\sqrt{10}+3)^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{10}-3)^{\frac{1}{2}}\right\}^2}{\left\{(\sqrt{10}+1)^{\frac{1}{2}}\right\}^2}$$

$$=\frac{(\sqrt{10}+3)+(\sqrt{10}-3)+2\{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{10}+1}$$

$$=\frac{2\sqrt{10}+2\cdot 1^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{10}+1}$$

$$=\frac{2(\sqrt{10}+1)}{\sqrt{10}+1}$$

$=2$

3. 확률 정답 ①

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(C)&=\mathrm{P}(A\cup B)\\&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\\&=\frac{1}{4}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\\&=\frac{3+8-2}{12}\\&=\frac{9}{12}\\&=\frac{3}{4}\end{aligned}$$

$$\mathrm{P}(B\mid C)=\frac{\mathrm{P}(B\cap C)}{\mathrm{P}(C)}=\frac{\mathrm{P}(B\cap(A\cup B))}{\mathrm{P}(C)}$$

$$=\frac{\mathrm{P}(B)}{\mathrm{P}(C)}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}}=\frac{8}{9}$$

4. 지수와 로그 정답 ②

$(17.8)^n$의 정수 부분이 9자리의 자연수가 되려면 $\log(17.8)^n$의 지표가 8이어야 한다.

$$\begin{aligned}\log(17.8)^n&=n\log 17.8\\&=n\log(10\times 1.78)\\&=n(\log 10+\log 1.78)\\&=n(1+0.25)\\&=1.25n=\frac{5}{4}n\end{aligned}$$

$8\le\frac{5}{4}n<9$

$8\times\frac{4}{5}\le n<9\times\frac{4}{5}$

$\frac{32}{5}\le n<\frac{36}{5}$

따라서 자연수 n의 값은 7이다.

5. 수열의 극한 정답 ④

$$a_n=\sum_{k=1}^{n}ck=c\sum_{k=1}^{n}k=c\cdot\frac{n(n+1)}{2}$$

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}&=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{cn(n+1)}\\&=\frac{2}{c}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\\&=\frac{2}{c}\lim_{n\to\infty}\left\{\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\cdots\right.\\&\qquad\left.+\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right)\right\}\\&=\frac{2}{c}\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=\frac{2}{c}\end{aligned}$$

따라서 $\frac{2}{c}=\frac{1}{2}$이므로 $c=4$이다.

6. 확률 정답 ⑤

X	0	1	2	3
$\mathrm{P}(X)$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$

$$\therefore\ \mathrm{E}(X)=0\times\frac{4}{16}+1\times\frac{6}{16}+2\times\frac{4}{16}+3\times\frac{2}{16}$$

$$=\frac{20}{16}=\frac{5}{4}$$

7. 행렬

정답 ⑤

ㄱ. 거짓

〔반례〕 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$이라 하면

$C_1=A^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

따라서 $C_1=O$이지만 $A\neq O$이다.

ㄴ. 참

$C_2=AB,\ C_3=BA,\ C_4=AB$에서

$C_2=C_3$이면 $AB=BA$이므로

$D_2=C_2C_3=(AB)(BA)=(AB)(AB)$

$=ABAB$

$D_3=C_3C_4=(BA)(AB)=(AB)(AB)$

$=ABAB$

$\therefore\ D_2=D_3$

ㄷ. 참

$D_2=ABBA=E$이면

$(AB)^{-1}=BA,\ (BA)^{-1}=AB$이므로

$D_3=BAAB=(AB)^{-1}AB=E$

그러므로 항상 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

8. 확률분포와 통계적 추정

정답 ①

X가 $\mathrm{N}(600,\ 144^2)$을 따를 때 $\overline{X}$는 $\mathrm{N}\left(600,\ \dfrac{144^2}{36}\right)$을 따른다. 즉, $\overline{X}$는 $\mathrm{N}(600,\ 24^2)$을 따른다.

$\therefore\ \mathrm{P}(576\leqq \overline{X}\leqq 636)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{576-600}{24}\leqq Z\leqq \dfrac{636-600}{24}\right)$

$=\mathrm{P}(-1\leqq Z\leqq 1.5)=0.3413+0.4332$

$=0.7745$

9. 확률분포와 통계적 추정

정답 ④

$\dfrac{1}{2}\pi r^2=1$에서 $r=\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}=\dfrac{1}{2}r$

x좌표가 $\dfrac{1}{2}r$인 반원 위의 점을 A라 하면 동경 OA가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ는 $\dfrac{1}{3}\pi$이다.

$\therefore\ \mathrm{P}\left(X\geqq \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)=\dfrac{1}{2}r^2\theta-\dfrac{1}{4}r^2\sin\theta$

$=\dfrac{1}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4\pi}$

10. 행렬

정답 ②

ㄱ. 참

$A^2-A-2E=O$

$A^2=A+2E$

$(A+E)^2=A^2+2A+E$

$=A+2E+2A+E$

$=3(A+E)$

ㄴ. 참

$A^2-A-2E=O$에서 $A(A-E)=2E$이므로

$A^{-1}=\dfrac{A-E}{2}$

$AB=AC$이면 $A^{-1}AB=A^{-1}AC$

$\therefore\ B=C$

ㄷ. 거짓

$A-E=2A^{-1}$이므로

$2A^{-1}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\therefore\ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\dfrac{1}{2}A\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

따라서 $x=y=0$ 이외의 다른 해를 가질 수 없다.

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

11. 확률

정답 ⑤

갑이 당첨될 확률 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{2}{5}$

을이 당첨될 확률

- 갑이 당첨됐을 경우

$\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{10}$

- 갑이 당첨되지 않았을 경우

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{4}=\dfrac{3}{10}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{10}+\dfrac{3}{10}=\dfrac{2}{5}$

ㄱ. 참

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{5}$

ㄴ. 거짓

$\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}}=\dfrac{1}{4}$

$\mathrm{P}(B|A^C)=\dfrac{\mathrm{P}(A^C\cap B)}{\mathrm{P}(A^C)}=\dfrac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B|A)<\mathrm{P}(B|A^C)$

ㄷ. 참

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$P(A)=P(B)$이므로 $P(B|A)=P(A|B)$

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

12. 확률 정답 ③

(i) 빨간 공 2개, 노란 공 2개, 서로 다른 색의 공 2개의 순서일 때

$$\frac{{}_3C_2}{{}_7C_2}\times\frac{{}_4C_2}{{}_5C_2}\times\frac{{}_1C_1\times{}_2C_1}{{}_3C_2}=\frac{1}{7}\times\frac{6}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{35}$$

(ii) 노란 공 2개, 빨간 공 2개, 서로 다른 색의 공 2개의 순서일 때

$$\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}\times\frac{{}_3C_2}{{}_5C_2}\times\frac{{}_2C_1\times{}_1C_1}{{}_3C_2}=\frac{2}{7}\times\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{35}$$

(i), (ii)에서 $\frac{2}{35}+\frac{2}{35}=\frac{4}{35}$

13. 수열 정답 ③

$$B=A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$$

$$B^2=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2^2}\begin{pmatrix}2^2 & 0\\ -3 & 1\end{pmatrix}$$

$$B^3=\frac{1}{2^2}\begin{pmatrix}2^2 & 0\\ -3 & 1\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2^3}\begin{pmatrix}2^3 & 0\\ -7 & 1\end{pmatrix}$$

$$\vdots$$

$$B^n=\frac{1}{2^n}\begin{pmatrix}2^n & 0\\ -2^n+1 & 1\end{pmatrix}$$

$$a_n=\frac{-2^n+1}{2^n}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}a_k=-\sum_{k=1}^{10}1+\sum_{k=1}^{10}\frac{1}{2^k}$$

$$=-10+\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^{10}}\right)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$=-10+1-\frac{1}{2^{10}}$$

$$=-9-\frac{1}{2^{10}}$$

14. 수열의 극한 정답 ④

모든 양의 실수 x에 대하여 $\frac{x}{2+x}<\sqrt{1+x}-1<\frac{x}{2}$가 성립한다.

자연수 k, n ($k\leq n$)에 대하여 $x=\frac{k}{n^2}$ 를 위 등식에 대입하여 정리하면

$$\frac{k}{2n^2+k}<\sqrt{1+\frac{k}{n^2}}-1<\frac{k}{2n^2}$$

이므로

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{2n^2+k}<S_n<\frac{1}{2n^2}\sum_{k=1}^{n}k$$

이다. 이 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n^2}\sum_{k=1}^{n}k=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n^2}\times\frac{n(n+1)}{2}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+n}{4n^2}=\frac{1}{4}$$

이고 $\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{2n^2}\sum_{k=1}^{n}k-\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{2n^2+k}\right\}$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2}{2n^2(2n^2+k)}$$

$$\leq\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k^2}{4n^4}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{4n^4}\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}=0$$

이므로 $\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{1}{4}-0=\frac{1}{4}$이다.

15. 확률분포와 통계적 추정 정답 ②

X가 $N(5,\ 3^2)$을 따르므로 $P(|Z|\leq 1)=0.6826$

$$\therefore\ P(0\leq Z\leq 1)=\frac{1}{2}\times 0.6826=0.3413$$

$$\therefore\ P(Y\geq 17)=P(2X+1\geq 17)$$

$$=P(X\geq 8)$$

$$=P(Z\geq 1)$$

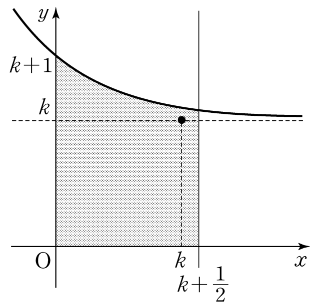
$$=0.5-P(0\leq Z\leq 1)$$

$$=0.5-0.3413$$

$$=0.1587$$

16. 수열 정답 ⑤

주어진 네 부등식을 모두 만족하는 영역은 다음과 같다. (경계 불포함)



이 영역에 있는 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 개수는 $N(k)=k^2$이다.

$$\therefore\ \sum_{k=1}^{10}N(k)=\sum_{k=1}^{10}k^2=385$$

17. 수열

정답 ③

가장 큰 수의 수열 3, 5, 8, 12, ⋯

$a_1=3$

계차수열 2, 3, 4, 5, ⋯

$b_n=n+1$

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k$$
$$=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(k+1)$$
$$=a_1+\frac{n(n-1)}{2}+n-1$$

$\therefore\ a_{38}=3+\frac{38\times37}{2}+38-1=743$

18. 수열

정답 ③

$f(1)=f(f(4))=f(2)=f(f(5))=f(3)$
$=f(f(6))=f(4)=2$

$f(1)=f(2)=f(3)=2$

$$\sum_{k=1}^{20}f(k)=\sum_{k=1}^{3}2+\sum_{k=4}^{20}(k-2)=6+\sum_{k=1}^{17}(k+1)$$
$$=6+\frac{17\times18}{2}+17=176$$

19. 수열

정답 ②

제 n행의 수의 개수는 $2^{(n-1)}$개이므로 10행의 수의 개수는 2^9개이다.

10행의 맨 왼쪽의 수는 $2\cdot10-1=19$이므로 (2^8+1)번째 수는 17이고 그 위의 수는 $17-2=15$이므로 (2^8+2)번째 수는 $\frac{1}{15}$ 이다.

20. 수열

정답 ⑤

$a=a,\ b=ar,\ c=ar^2$

ㄱ. 참

$a+c=a+ar^2\geq2\sqrt{a^2r^2}=2ar=2b$

ㄴ. 참

$\frac{1}{f(5)}=\log_5 a,\ \frac{1}{g(5)}=\log_5 ar,$

$\frac{1}{h(5)}=\log_5 ar^2$

$\log_5 ar-\log_5 a=\log_5 r$

$\log_5 ar^2-\log_5 ar=\log_5 r$

따라서 공차가 $\log_5 r$인 등차수열이다.

ㄷ. 참

$f(x_1)=g(x_2)=h(x_3)=5$

$x_1=a^5,\ x_2=a^5r^5,\ x_3=a^5r^{10}$

따라서 첫째항은 a^5이고 공비가 r^5인 등비수열이다.

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

21. 수열의 극한

정답 ④

n이 한없이 커지게 되면 P_n과 Q_n은 선분 AB 위에 놓이게 된다.

$\mathrm{P}_n(t,\ 1-t)$이라 하면 Q_n은 $\overline{\mathrm{BP}_n}$의 중점이므로

$\mathrm{Q}_n\left(\frac{t+1}{2},\ \frac{1-t}{2}\right)$

$\mathrm{P}_{n+1}\left(\frac{t+1}{4},\ \frac{3-t}{4}\right)$

$\lim_{n\to\infty}\mathrm{P}_n=\lim_{n\to\infty}\mathrm{P}_{n+1}$이므로 $t=\frac{t+1}{4}$

$t+1=4t$

$\therefore\ t=\frac{1}{3},\ 1-t=\frac{2}{3}$

$\therefore\ \mathrm{P}_n\left(\frac{1}{3},\ \frac{2}{3}\right)$

22. 순열과 조합

정답 ⑤

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$

(i) 두 수의 곱이 6인 경우 (2, 3), (1, 6)

$_2\mathrm{P}_2\times2\times2=2\times2\times2=8$가지

(ii) 두 수의 곱이 12인 경우 (1, 12), (2, 6), (3, 4)

$_3\mathrm{P}_2\times2\times2=6\times2\times2=24$가지

(iii) 두 수의 곱이 24인 경우 (2, 12), (4, 6)

$_2\mathrm{P}_2\times2\times2=2\times2\times2=8$가지

$\therefore\ 8+24+8=40$가지

23. 지수와 로그

정답 ③

$n(x_1)=\frac{1}{2}n_0$에서 $\log n(x_1)=\log n_0-\log 2$이므로

$\log n_0-kx_1=\log n_0-\log 2$

$\therefore\ kx_1=0.3$

$n(x_2)=\frac{1}{1000}n_0$에서 $\log n(x_2)=\log n_0-3$이므로

$\log n_0-kx_2=\log n_0-3$

$\therefore\ kx_2=3$

$\therefore\ \frac{x_2}{x_1}=\frac{kx_2}{kx_1}=\frac{3}{0.3}=10$

24. 수열의 극한

정답 ①

n번째 도형에서 작은 원 1개의 넓이는 $\left(\frac{1}{2^n}\right)^2\pi=\frac{1}{4^n}\pi$

n번째 도형에서 작은 원의 개수는 2^n-1

$$S_n=\frac{2^n-1}{4^n}\pi=\left(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{4^n}\right)\pi$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}S_n=\left(\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}\right)\pi$$

$$=\left(1-\frac{1}{3}\right)\pi=\frac{2}{3}\pi$$

25. 수열의 극한

정답 20

(i) $n=1$일 경우

$\sqrt{1+3}=2$

$a_1=2-2=0$

(ii) $n=2$일 경우

$\sqrt{4+6}=3.\times\times\times$, $a_2=\sqrt{10}-3$

(iii) $n=k$일 경우

$a_k=\sqrt{k^2+3k}-(k+1)$

$$\frac{10}{a_k}=\frac{10\{\sqrt{k^2+3k}+(k+1)\}}{\{\sqrt{k^2+3k}-(k+1)\}\{\sqrt{k^2+3k}+(k+1)\}}$$

$$=\frac{10(\sqrt{k^2+3k}+k+1)}{k^2+3k-(k^2+2k+1)}$$

$$=\frac{10(\sqrt{k^2+3k}+k+1)}{k-1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{10}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{10(\sqrt{n^2+3n}+n+1)}{n-1}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{10\left(\sqrt{1+\frac{3}{n}}+1+\frac{1}{n}\right)}{1-\frac{1}{n}}$$

$$=10(1+1)=20$$

26. 수열

정답 37

(i) $1\leq n<4$일 때

$\left[\frac{n}{4}\right]=0$이므로 $\sum_{n=1}^{3}n=6$

(ii) $4\leq n<8$일 때

$\left[\frac{n}{4}\right]=1$이므로 $\sum_{n=4}^{7}(n-4)=\sum_{n=1}^{4}(n-1)=6$

(iii) $8\leq n<12$일 때

$\left[\frac{n}{4}\right]=2$이므로 $\sum_{n=8}^{11}(n-8)=\sum_{n=1}^{4}(n-1)=6$

이런 식으로 계속하게 되면

$12\leq n<16$일 때, $16\leq n<20$일 때, $20\leq n<24$일 때도 모두 6이고, $24\leq n\leq 25$일 때 $0+1=1$이므로

$\sum_{n=1}^{25}a_n=6\times 6+1=37$

27. 행렬

정답 13

$$A^2=\begin{pmatrix}1&3\\-1&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3\\-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-3\\1&1\end{pmatrix}$$

$$A^3=\begin{pmatrix}-2&-3\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&3\\-1&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}=E$$

$$A^{11}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=(A^3)^3\cdot A^2\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=A^2\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-2&-3\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}18\\13\end{pmatrix}$$

$\therefore x+y=13$

28. 확률

정답 33

전체 학생의 수를 x라 하면

처음 유럽을 선택한 학생의 수는 $0.3x$

처음 미국을 선택한 학생의 수는 $0.5x$

처음 아시아를 선택한 학생의 수는 $0.2x$

유럽에서 변경한 학생의 수는 $0.3x\times 0.15=0.045x$

미국에서 변경한 학생의 수는 $0.5x\times 0.05=0.025x$

아시아에서 변경한 학생의 수는 $0.2x\times 0.35=0.07x$

지역을 변경한 총 학생의 수는 $0.14x$

$$\frac{\text{미국에서 변경한 학생의 수}}{\text{지역을 변경한 총 학생의 수}}=\frac{0.025x}{0.14x}=\frac{25}{140}=\frac{5}{28}$$

$\therefore p+q=28+5=33$

29. 지수와 로그

정답 200

$v(0)=a=1000$

$v\left(\frac{1}{100}\right)=1000\cdot b=50$에서 $b=\frac{1}{20}$

$100\sqrt{5}=1000\cdot b^{100p}$에서 $b^{100p}=\frac{\sqrt{5}}{10}$

$100p\log\frac{1}{20}=\log\sqrt{\frac{1}{20}}$에서 $100p=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{p}=200$

30. 순열과 조합

정답 72

(가) 일대일 대응이다.

(나) 정의역의 1은 공역의 1과 대응되지 않는다.

(다) 정의역의 1은 공역의 2와 대응되지 않는다.

(나), (다)에서 1은 3, 4, 5로만 갈 수 있고, 나머지는 순열로 계산하면 $3\times 4!=72$이다.

수리 영역(자연)

1. ④	2. ②	3. ③	4. ②	5. ①
6. ⑤	7. ⑤	8. ③	9. ④	10. ②
11. ⑤	12. ⑤	13. ③	14. ④	15. ③
16. ④	17. ①	18. ②	19. ②	20. ⑤
21. ④	22. ②	23. ③	24. ①	25. 16
26. 37	27. 30	28. 26	29. 200	30. 72

1. 수열 정답 ④

수열 $\{a_n\}$이 등차수열이므로 a_7은 a_6, a_8의 등차중항이다.

$a_6+a_8=2a_7$

$\therefore a_6-a_7+a_8=2a_7-a_7=a_7$

$\therefore a_7=2007$

2. 수와 식 정답 ②

(주어진 식)

$$=\frac{\left\{(\sqrt{10}+3)^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{10}-3)^{\frac{1}{2}}\right\}^2}{\left\{(\sqrt{10}+1)^{\frac{1}{2}}\right\}^2}$$

$$=\frac{(\sqrt{10}+3)+(\sqrt{10}-3)+2\{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)\}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{10}+1}$$

$$=\frac{2\sqrt{10}+2\cdot 1^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{10}+1}$$

$$=\frac{2(\sqrt{10}+1)}{\sqrt{10}+1}$$

$=2$

3. 다항함수의 미분법 정답 ③

$g(x)=x^4+2kx^2+k^2$

$g'(x)=4x^3+4kx$

$g'(1)=4+4k=16$

$\therefore k=3$

4. 함수의 극한과 연속성 정답 ②

$\alpha^3+1=\alpha$에서 $\alpha^3-\alpha+1=0$

$f(\alpha)=\alpha^3-\alpha+1$이라 하면

$f(-2)=(-2)^3-(-2)+1=-5$

$f(-1)=(-1)^3-(-1)+1=1$

이므로 중간값 정리에 의하여 $f(\alpha)=0$을 만족하는 α가 구간 $(-2,\ -1)$에서 존재한다.

5. 방정식과 부등식 정답 ①

$f(x)=a(x-1)(x-3)$

$f(x-2)=a(x-3)(x-5)$

$$\frac{f(x-2)}{f(x)}=\frac{(x-3)(x-5)}{(x-1)(x-3)}\le 0$$

$(x-1)(x-3)^2(x-5)\le 0,\ x\ne 1,\ x\ne 3$

$\therefore 1<x\le 5\ (x\ne 3)$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$ 또는 $x=5$

따라서 x의 값의 합은 $2+4+5=11$이다.

6. 벡터 정답 ⑤

점 A를 원점으로 하고 직선 AB를 x축으로 하는 좌표평면을 생각하면

$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\left(\frac{1}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$$

7. 행렬 정답 ⑤

ㄱ. 거짓

〔반례〕 $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$이라 하면

$C_1=A^2=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

따라서 $C_1=O$이지만 $A\ne O$이다.

ㄴ. 참

$C_2=AB,\ C_3=BA,\ C_4=AB$에서

$C_2=C_3$이면 $AB=BA$이므로

$D_2=C_2C_3=(AB)(BA)=(AB)(AB)$

$=ABAB$

$D_3=C_3C_4=(BA)(AB)=(AB)(AB)$

$=ABAB$

$\therefore D_2=D_3$

ㄷ. 참

$D_2=ABBA=E$이면

$(AB)^{-1}=BA,\ (BA)^{-1}=AB$이므로

$D_3=BAAB=(AB)^{-1}AB=E$

그러므로 항상 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

8. 함수의 극한과 연속성

정답 ③

ㄱ. $-1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1$이므로 $\lim_{x\to0}\left(x^2\sin\frac{1}{x}\right)=0$이다.

ㄴ. 유리수인 경우 (좌극한)=(우극한)=0

ㄷ. (좌극한)=0, (우극한)=1

그러므로 $\lim_{x\to0} f(x)$의 값이 존재하는 것은 ㄱ, ㄴ이다.

9. 확률분포와 통계적 추정

정답 ④

$\frac{1}{2}\pi r^2=1$에서 $r=\sqrt{\frac{2}{\pi}}$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}=\frac{1}{2}r$

x좌표가 $\frac{1}{2}r$인 반원 위의 점을 A라 하면 동경 OA가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ는 $\frac{1}{3}\pi$이다.

$$\therefore \mathrm{P}\left(X\ge\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\right)=\frac{1}{2}r^2\theta-\frac{1}{4}r^2\sin\theta$$
$$=\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$$

10. 다항함수의 미분법

정답 ②

$f(1)+f(1)+12=0$

$\therefore f(1)=-6$

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)+f(x)+12}{x-1}$$
$$=\lim_{x\to1}\left\{\frac{f(x^2)+6}{x-1}+\frac{f(x)+6}{x-1}\right\}$$
$$=\lim_{x\to1}\left\{\frac{\{f(x^2)-f(1)\}(x+1)}{(x-1)(x+1)}+\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right\}$$
$$=\lim_{x\to1}\left\{\frac{\{f(x^2)-f(1)\}(x+1)}{x^2-1}+\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\right\}$$
$=2f'(1)+f'(1)$

$=3f'(1)=12$

$\therefore f'(1)=4$

따라서 접선의 방정식이 $y=4(x-1)-6=4x-10$이므로 y절편은 -10이다.

11. 확률

정답 ⑤

갑이 당첨될 확률 $\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$

을이 당첨될 확률

- 갑이 당첨됐을 경우

  $\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

- 갑이 당첨되지 않았을 경우

  $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$

$\therefore \mathrm{P}(B)=\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{2}{5}$

ㄱ. 참

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$

ㄴ. 거짓

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}}=\frac{1}{4}$$

$$\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{\mathrm{P}(A^C\cap B)}{\mathrm{P}(A^C)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{2}$$

$\therefore \mathrm{P}(B|A)<\mathrm{P}(B|A^C)$

ㄷ. 참

$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$

$\mathrm{P}(A|B)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)$이므로 $\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(A|B)$

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

12. 벡터

정답 ⑤

$\angle\mathrm{POQ}=\theta$라 할 때

ㄱ. 참

$$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|=\sqrt{1^2+1^2-2\cos(\pi-\theta)}$$
$$=\sqrt{1^2+1^2+2\cos\theta}\ge\sqrt{2}$$

ㄴ. 참

$$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|=\sqrt{1^2+1^2-2\cos\theta}\le\sqrt{2}$$

ㄷ. 참

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\cos\theta\le1$$

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

13. 수열

정답 ③

$$B=A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}$$

$$B^2=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2^2}\begin{pmatrix}2^2&0\\-3&1\end{pmatrix}$$

$$B^3=\frac{1}{2^2}\begin{pmatrix}2^2&0\\-3&1\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{2}\begin{pmatrix}2&0\\-1&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2^3}\begin{pmatrix}2^3&0\\-7&1\end{pmatrix}$$

$\vdots$

$$B^n=\frac{1}{2^n}\begin{pmatrix}2^n&0\\-2^n+1&1\end{pmatrix}$$

$$a_n=\frac{-2^n+1}{2^n}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = -\sum_{k=1}^{10} 1 + \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k} = -10 + \frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^{10}}\right)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= -10 + 1 - \frac{1}{2^{10}}$$

$$= -9 - \frac{1}{2^{10}}$$

14. 수열의 극한

정답 ④

모든 양의 실수 x에 대하여 $\frac{x}{2+x} < \sqrt{1+x}-1 < \frac{x}{2}$ 가 성립한다.

자연수 k, n ($k \leq n$)에 대하여 $x = \frac{k}{n^2}$ 를 위 등식에 대입하여 정리하면

$$\frac{k}{2n^2+k} < \sqrt{1+\frac{k}{n^2}} - 1 < \frac{k}{2n^2}$$

이므로 $\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2n^2+k} < S_n < \frac{1}{2n^2} \sum_{k=1}^{n} k$

이다. 이 때,

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{2n^2} \sum_{k=1}^{n} k = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{2n^2} \times \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{n^2+n}{4n^2} = \frac{1}{4}$$

이고 $\lim_{n \to \infty} \left\{ \frac{1}{2n^2} \sum_{k=1}^{n} k - \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2n^2+k} \right\}$

$$= \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{2n^2(2n^2+k)}$$

$$\leq \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2}{4n^4}$$

$$= \lim_{n \to \infty} \frac{1}{4n^4} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = 0$$

이므로 $\lim_{n \to \infty} S_n = \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}$ 이다.

15. 다항함수의 적분법

정답 ③

ㄱ. 참

$f(x)$는 $g(x)$의 도함수이므로 (+)에서 (−)부호로 바뀌는 곳이 극대값이다.

따라서 $x=1$과 $x=5$에서 극대값을 갖는다.

ㄴ. 거짓

$g(x)$는 $x=1$에서 극대값을 갖는다.

ㄷ. 참

$$g(1) - \left| \int_1^3 f(t)dt \right| + \left| \int_3^5 f(t)dt \right|$$

$$= \int_0^1 f(t)dt + \int_1^3 f(t)dt + \int_3^5 f(t)dt$$

$$= \int_0^5 f(t)dt = g(5)$$

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

16. 공간도형과 공간좌표

정답 ④

$P(1,\ p,\ 0)$이라 하면

직선 AP의 방정식은 $\frac{x}{1} = \frac{y}{p} = \frac{z-1}{-1}$, 평면의 방정식은 $y=z$이므로 직선의 방정식과 평면의 방정식을 연립하여 풀면 $x = \frac{1}{p+1}$, $y = \frac{p}{p+1}$, $z = \frac{p}{p+1}$

P가 처음 B에 있을 때

$Q = B(1,\ 0,\ 0)$

y축의 양의 방향으로 한없이 움직이므로 $p \to \infty$이다.

$Q\left(\frac{1}{p+1},\ \frac{p}{p+1},\ \frac{p}{p+1}\right)$ 가 $(0,\ 1,\ 1)$로 수렴하므로

Q의 자취의 길이는 $\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$이다.

17. 이차곡선

정답 ①

쌍곡선의 접선의 방정식이 $ax-by=1$이므로

$y=0$일 때, $x = \frac{1}{a}$

$\therefore\ \overline{OA} = \frac{1}{a}$

또한 점근선의 방정식이 $y=x$이므로

$ax-bx=1$에서 $(a-b)x=1$

$\therefore\ B\left(\frac{1}{a-b},\ \frac{1}{a-b}\right)$

$P(a,\ b)$가 쌍곡선 위의 점이므로

$a^2-b^2=1$에서 $b^2=a^2-1$

$\therefore\ b = \sqrt{a^2-1}\ (\because b>0)$

$$S(a) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a-b}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a-\sqrt{a^2-1}}$$

$$= \frac{a+\sqrt{a^2-1}}{2a}$$

$$\therefore \lim_{a \to \infty} \frac{a+\sqrt{a^2-1}}{2a} = \lim_{a \to \infty} \frac{1+\sqrt{1-\frac{1}{a^2}}}{2}$$

$$= \frac{1+1}{2}$$

$$= 1$$

18. 이차곡선

정답 ②

$$\overline{CP} - \overline{AP} = (\overline{CP} + \overline{PB}) - (\overline{AP} + \overline{PB})$$

$$= (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}) - (\overline{AB} + \overline{BC})$$

$$= \overline{CD} = \overline{AB}$$

$$= 8$$

19. 수열 정답 ②

제 n행의 수의 개수는 $2^{(n-1)}$개이므로 10행의 수의 개수는 2^9개이다.

10행의 맨 왼쪽의 수는 $2\cdot 10-1=19$이므로 (2^8+1)번째 수는 17이고 그 위의 수는 $17-2=15$이므로 (2^8+2)번째 수는 $\frac{1}{15}$이다.

20. 수열 정답 ⑤

$a=a,\ b=ar,\ c=ar^2$

ㄱ. 참

$$a+c=a+ar^2 \geq 2\sqrt{a^2r^2} = 2ar=2b$$

ㄴ. 참

$$\frac{1}{f(5)}=\log_5 a,\ \frac{1}{g(5)}=\log_5 ar,$$

$$\frac{1}{h(5)}=\log_5 ar^2$$

$\log_5 ar-\log_5 a=\log_5 r$

$\log_5 ar^2-\log_5 ar=\log_5 r$

따라서 공차가 $\log_5 r$인 등차수열이다.

ㄷ. 참

$f(x_1)=g(x_2)=h(x_3)=5$

$x_1=a^5,\ x_2=a^5r^5,\ x_3=a^5r^{10}$

따라서 첫째항은 a^5이고 공비가 r^5인 등비수열이다.

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

21. 수열의 극한 정답 ④

n이 한없이 커지게 되면 P_n과 Q_n은 선분 AB 위에 놓이게 된다.

$P_n(t,\ 1-t)$이라 하면 Q_n은 $\overline{BP_n}$의 중점이므로

$$Q_n\left(\frac{t+1}{2},\ \frac{1-t}{2}\right)$$

$$P_{n+1}\left(\frac{t+1}{4},\ \frac{3-t}{4}\right)$$

$\lim_{n\to\infty} P_n=\lim_{n\to\infty} P_{n+1}$이므로 $t=\frac{t+1}{4}$

$t+1=4t$

$\therefore\ t=\frac{1}{3},\ 1-t=\frac{2}{3}$

$\therefore\ P_n\left(\frac{1}{3},\ \frac{2}{3}\right)$

22. 공간도형과 공간좌표 정답 ②

(i) 태양광선과 밑면이 접하는 쪽의 반원의 정사영의 넓이는

$$6^2\pi\times\frac{1}{2}=18\pi$$

(ii) 태양광선과 구면이 접하는 쪽의 나머지 부분의 정사영의 넓이는 $6^2\pi\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{\cos 30^\circ}=12\sqrt{3}\pi$

(i), (ii)에서 $18\pi+12\sqrt{3}\pi=6(3+2\sqrt{3})\pi$

23. 지수와 로그 정답 ③

$n(x_1)=\frac{1}{2}n_0$에서 $\log n(x_1)=\log n_0-\log 2$이므로

$\log n_0-kx_1=\log n_0-\log 2$

$\therefore\ kx_1=0.3$

$n(x_2)=\frac{1}{1000}n_0$에서 $\log n(x_2)=\log n_0-3$이므로

$\log n_0-kx_2=\log n_0-3$

$\therefore\ kx_2=3$

$$\therefore\ \frac{x_2}{x_1}=\frac{kx_2}{kx_1}=\frac{3}{0.3}=10$$

24. 수열의 극한 정답 ①

n번째 도형에서 작은 원 1개의 넓이는 $\left(\frac{1}{2^n}\right)^2\pi=\frac{1}{4^n}\pi$

n번째 도형에서 작은 원의 개수는 2^n-1

$$S_n=\frac{2^n-1}{4^n}\pi=\left(\frac{1}{2^n}-\frac{1}{4^n}\right)\pi$$

$$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty}S_n=\left(\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}\right)\pi$$

$$=\left(1-\frac{1}{3}\right)\pi=\frac{2}{3}\pi$$

25. 다항함수의 적분법 정답 16

$f'(x)=-12(x-a)-12x=-24x+12a$

$f'(0)+f'(2)=12a-48+12a$

$=24a-48=0$

$\therefore\ a=2$

$$\int_0^a f(x)dx=\int_0^2\{-12x(x-2)\}dx$$

$$=\int_0^2(-12x^2+24x)dx$$

$$=[-4x^3+12x^2]_0^2$$

$$=-32+48=16$$

26. 수열

정답 37

(i) $1\leqq n<4$일 때 $\left[\frac{n}{4}\right]=0$이므로

$$\sum_{n=1}^{3} n=6$$

(ii) $4\leqq n<8$일 때 $\left[\frac{n}{4}\right]=1$이므로

$$\sum_{n=4}^{7}(n-4)=\sum_{n=1}^{4}(n-1)=6$$

(iii) $8\leqq n<12$일 때 $\left[\frac{n}{4}\right]=2$이므로

$$\sum_{n=8}^{11}(n-8)=\sum_{n=1}^{4}(n-1)=6$$

이런 식으로 계속하게 되면

$12\leqq n<16$일 때, $16\leqq n<20$일 때, $20\leqq n<24$일 때도 모두 6이고, $24\leqq n\leqq 25$일 때 $0+1=1$이므로

$$\sum_{n=1}^{25} a_n=6\times 6+1=37$$

27. 공간도형과 공간좌표

정답 30

$D_1=(1,\ 2,\ 5)$

$D_2=(1,\ 4,\ 5)$

$$D_n=\left(1,\ 4+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n},\ 5\right)$$

$$\lim_{n\to\infty} D_n=\left(1,\ 5+\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}},\ 5\right)=(1,\ 6,\ 5)$$

$\therefore\ abc=30$

28. 다항함수의 미분법

정답 26

(가) $f(1)=-1,\ f'(1)=0$

(나) $f(-1)=1,\ f'(-1)=0$

$f'(x)=a(x-1)(x+1)$이므로

$$f(x)=a\left(\frac{1}{3}x^3-x\right)+C$$

$$f(1)=-\frac{2}{3}a+C=-1 \ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ ㉠$$

$$f(-1)=\frac{2}{3}a+C=1 \ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ ㉡$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$C=0,\ a=\frac{3}{2}$

$$\therefore\ f(x)=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{3}x^3-x\right)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x$$

$\therefore\ f(4)=32-6=26$

29. 지수와 로그

정답 200

$v(0)=a=1000$

$v\left(\frac{1}{100}\right)=1000\cdot b=50$에서 $b=\frac{1}{20}$

$100\sqrt{5}=1000\cdot b^{100p}$에서 $b^{100p}=\frac{\sqrt{5}}{10}$

$100p\log\frac{1}{20}=\log\sqrt{\frac{1}{20}}$에서 $100p=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \frac{1}{p}=200$

30. 순열과 조합

정답 72

(가) 일대일 대응이다.

(나) 정의역의 1은 공역의 1과 대응되지 않는다.

(다) 정의역의 1은 공역의 2와 대응되지 않는다.

(나), (다)에서 1은 3, 4, 5로만 갈 수 있고, 나머지는 순열로 계산하면 $3\times 4!=72$이다.