

2002학년도 대학수학능력시험 문제지

제 2 교시

수리 영역

예·체능계

성명

수험번호

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $(2 - \sqrt{3}i)(2 + \sqrt{3}i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

2. $\log_2(4^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{2^5})^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

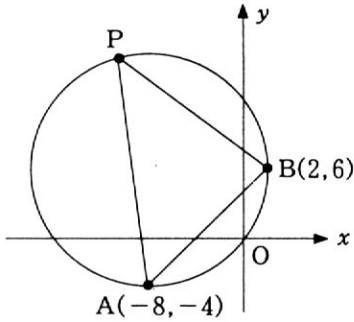
3. $\sin \frac{\pi}{6} + \tan \frac{9\pi}{4}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

4. 다항식 $(3x^2 + 2x + 1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수는? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 원 $(x+8)^2 + (y-6)^2 = 10^2$ 위에 두 점 $A(-8, -4)$, $B(2, 6)$ 가 있다. $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 원 위의 한 점 P 와 원의 중심을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라고 할 때 $a + b$ 의 값은? [3점]



- ① 1 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

10. 연립부등식 $x > 0$, $y + x \geq 0$, $y - 2x \leq 0$ 이 나타내는 좌표평면 위의 영역을 D 라 하자. D 에 속하는 두 점 $P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $\frac{b+d}{a+c}$ 의 최대값과 최소값의 차는? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2
④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

11. 지수함수의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [2점]

<보 기>

ㄱ. $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $y = \frac{1}{2^x}$ 의 그래프가 된다.

ㄴ. $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 $y = 2^x$ 의 그래프보다 아래에 놓이게 된다.

ㄷ. $y = \sqrt{2} \cdot 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 평행이동하여 $y = 2^x$ 의 그래프를 얻을 수 있다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $\cos \theta \geq \frac{1}{2}$ 일 때 $\sin^2 \theta$ 의 최대값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

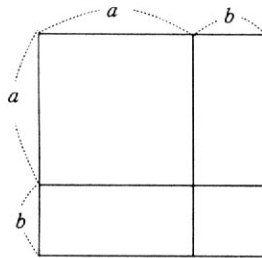
13. 그림과 같이 넓이가 다른 세 종류의 직사각형 종이 네 장을 이용하여

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

임을 보일 수 있다. 이와 유사한 방법으로 부피가 다른 몇 종류의 직육면체 나무토막을 이용하여

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

임을 보이려고 한다. 최소로 필요한 나무토막의 종류의 수와 전체의 개수를 순서대로 적은 것은? [2점]



- ① 3, 4 ② 3, 6 ③ 3, 8
④ 4, 6 ⑤ 4, 8

14. 한 평면에 서로 다른 n 개의 직선을 그려서 나누어진 영역의 수의 최소값을 $f(n)$, 최대값을 $g(n)$ 이라 하자. <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

- ㄱ. $f(2)=3$, $g(2)=4$ 이다.
ㄴ. 모든 n 에 대하여 $f(n)=n+1$ 이다.
ㄷ. 모든 n 에 대하여 $g(n) \leq f(n+1)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음을 만족하는 다항함수에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

$$f_0(x) = 1,$$

$$f_1(x) = x,$$

$$f_{n+1}(x) = xf_n(x) + f_{n-1}(x) \quad (n \text{ 은 자연수})$$

<보 기>

- ㄱ. $f_{2n-1}(0) = 0$, $f_{2n}(0) = 1$ 이다.
ㄴ. $f_{2n-1}(x)$ 는 기함수이고, $f_{2n}(x)$ 는 우함수이다.
ㄷ. $f_{2n-1}(x)$ 와 $f_{2n}(x)$ 의 항의 개수는 각각 n 개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 함수 $f(x)=[x[x]]$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

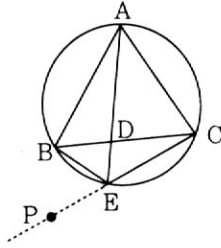
- ㄱ. $f(x) = -1$ 이 되는 x 는 존재하지 않는다.
ㄴ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid n \leq x < n+1\}$ 의 원소의 개수는 n 개이다.
ㄷ. 자연수 n 에 대해서 집합 $\{f(x) \mid -n \leq x < -n+1\}$ 의 원소의 개수는 $n+1$ 개이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 정삼각형 ABC의 변 BC 위의 한 점 D를 잡아 직선 AD가 $\triangle ABC$ 의 외접원과 만나는 점을 E라 할 때,

$$\frac{1}{DE} = \frac{1}{EB} + \frac{1}{CE}$$

임을 보인 것이다.



<증명>

선분 CE의 연장선 위에 $\overline{EB} = \overline{EP}$ 인 점 P를 잡는다. 네 점 A, B, E, C는 한 원 위에 있으므로

$$\angle AEC = \angle ABC = 60^\circ \text{ 이고}$$

$$\angle AEB = \angle ACB = 60^\circ \text{ 이다.}$$

따라서 $\angle AEB = 60^\circ$ 이고 $\overline{EB} = \overline{EP}$ 이므로

$\triangle EBP$ 는 정삼각형이다.

그러므로 $\angle BPE = 60^\circ = \angle DEC$ 이고

선분 BP와 DE는 평행하다. $\triangle CBP$ 와 $\triangle CDE$ 는 닮음
이므로

$$\overline{BP} : \overline{DE} = \overline{CP} : \overline{(다)} \text{ 이고}$$

$$\overline{BP} \cdot \overline{(다)} = \overline{DE} \cdot \overline{CP} \text{ 이다. 또한}$$

$$\overline{BP} = \overline{EP} = \overline{EB}, \quad \overline{CP} = \overline{CE} + \overline{EP} \text{ 이므로,}$$

$$\begin{aligned} \overline{EB} \cdot \overline{(다)} &= \overline{DE} (\overline{CE} + \overline{EP}) \\ &= \overline{DE} (\overline{CE} + \overline{EB}) \end{aligned}$$

가 된다. 양변을 $\overline{EB} \cdot \overline{CE} \cdot \overline{DE}$ 로 나누면

$$\frac{1}{DE} = \frac{1}{EB} + \frac{1}{CE} \text{ 이다.}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|----------------|--------------|---------------------------------------|-----|
| ① $\angle PEB$ | $\angle BPE$ | $\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}}$ | |
| ② $\angle PEB$ | $\angle BPE$ | $\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}}$ | |
| ③ $\angle EBP$ | $\angle CBE$ | $\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}}$ | |
| ④ $\angle PEB$ | $\angle DCE$ | $\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}}$ | |
| ⑤ $\angle PEB$ | $\angle BED$ | $\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}}$ | |

18. 다음은 자연수 m, n 에 대해서 $m^4 + 4^n$ 이 소수이고

$m \neq 1$ 또는 $n \neq 1$ 이면, m 은 홀수이고 n 은 짝수임을
증명한 것이다.

<증명>

m 이 짝수이거나 n 이 홀수라 가정하자.

(i) m 이 짝수이면 $m = 2j$ 꼴의 정수이고,

$$m^4 + 4^n = 4 \cdot (4j^4 + 4^{n-1}) \text{ 이므로 } m^4 + 4^n \text{은 } \boxed{(가)}.$$

이것은 가정에 모순이므로 m 은 홀수이다.

(ii) n 이 홀수이면 $n = 2k-1$ 꼴의 정수이다.

$$m^4 + 4^n = m^4 + 4^{2k-1} \text{은 다음과 같이 인수분해 된다.}$$

$$m^4 + 4^{2k-1} = (\boxed{(나)}) (m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1})$$

이 수는 소수이므로 $\boxed{(나)} = 1$ 또는

$$m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1} = 1 \text{ 이다.}$$

그런데, $m^2 + m2^k + 2 \cdot 4^{k-1} > 1$ 이므로 $\boxed{(나)} = 1$ 이다.

$$\boxed{(나)} = (\boxed{(다)})^2 + 4^{k-1} = 1 \text{로부터}$$

$$k = 1, \quad m = 1 \text{ 이다. 따라서, } m = 1, \quad n = 1 \text{ 이다.}$$

이것은 가정에 모순이므로 n 은 짝수이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|-----------|-------------------------------------|---------------|-----|
| ① 소수가 아니다 | $m^2 - m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^{k-1}$ | |
| ② 소수이다 | $m^2 - m2^k + 2 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^{k-1}$ | |
| ③ 소수가 아니다 | $m^2 - m2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^k$ | |
| ④ 소수이다 | $m^2 - m2^{k+1} + 5 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^k$ | |
| ⑤ 소수가 아니다 | $m^2 - m2^{k+2} + 17 \cdot 4^{k-1}$ | $m - 2^{k+1}$ | |

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 21\}$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈보 기〉

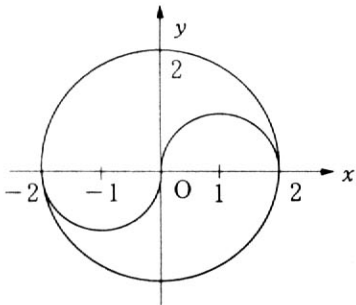
ㄱ. A 에 있는 서로 다른 두 수의 최소공배수 중 최대는 420 이다.

ㄴ. A 에 있는 서로 다른 두 수의 최대공약수 중 최대는 10 이다.

ㄷ. A 의 서로 다른 11 개의 수 중에는 서로 소인 두 수가 있다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극 문양이 있다. 태극문양과 직선 $y = a(x-1)$ 이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a 의 범위는? [3점]

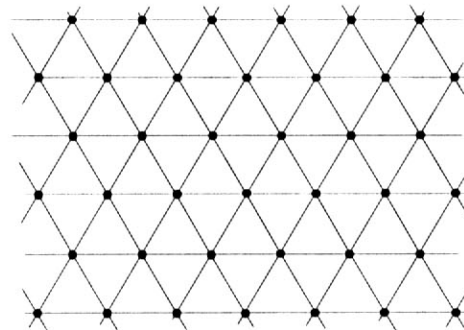


- ① $0 < a < \frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $0 < a < \frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $0 < a < \frac{2}{3}$
④ $0 < a < \frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $0 < a < \frac{\sqrt{6}}{3}$

21. 함수 $f(x) = x^2 - x - 6$, $g(x) = x^2 - ax + 4$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) \geq 0$ 이 되는 실수 a 의 범위는? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.) [3점]

- ① $a \leq -1$, $a \geq 1$ ② $-1 \leq a \leq 1$ ③ $a \leq -2$, $a \geq 2$
④ $-2 \leq a \leq 2$ ⑤ $-4 \leq a \leq 4$

22. 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 아래 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1 일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는? [3점]



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

23. 자전거 경기장에서 트랙의 반지름이 r m 이고 경사각이 a° 인 경사면을 안전하게 달릴 수 있는 속력 v (m/초)는 $v = \sqrt{0.2ra}$ 로 나타내어진다고 하자. 이 때 자전거 경기장에서 반지름이 40 m 이고 경사각이 32° 인 경사면을 안전하게 달릴 수 있는 속력 (m/초) 은? [2점]

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

24. 중심도시에서 상품을 구매하는 주변도시의 전체 구매량은 다음과 같은 법칙을 따른다고 하자.

“각 주변도시 B, C의 시민들이 중심도시 A에서 상품을 구매할 때, 각 도시의 전체 구매량은 그 도시의 인구수에 비례하고 A 시와의 거리의 제곱에 반비례한다.”

위 법칙과 아래 표에 의거하여 신도시 C시를 건설하려고 한다.

구분 도시	인 구 (단위 : 명)	A 시로부터의 거리 (단위 : km)
B 시	500000	20
C 시	x	10

- A 시에서 구매하는 C 시의 전체 구매량이 B 시의 전체 구매량의 절반이 되게 하려면 C 시의 인구 x 를 얼마로 예상해야 하는가? [3점]

① 42500 ② 52500 ③ 62500
④ 72500 ⑤ 82500

주관식 문항 (25~30)

25. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ 의 중심의 좌표를 (a, b) , 반지름을 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값을 구하시오. [2점]

26. $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 일 때 $\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $\{2, 3\} \cap A \neq \emptyset$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 A 의 개수를 구하시오. [3점]

28. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하시오. [2점]

$$(\log_2 x)^3 + \log_2 x^3 = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$$

29. 어떤 행사에서 20 종류의 스티커를 모으면 경품을 받을 수 있다고 한다. 갑은 네 종류, 을과 병은 각각 다섯 종류의 스티커를 모았다. 두 사람씩 비교하였을 때 각각 세 종류의 스티커가 공통으로 있었고, 세 사람을 함께 비교하였을 때는 두 종류의 스티커가 공통으로 있었다. 갑, 을, 병의 스티커를 모아서 경품을 받으려고 할 때, 최소로 더 필요한 스티커의 종류의 수를 구하시오. [3점]

30. 원 $x^2 + y^2 = \frac{13}{4}$ 과 함수 $y = \frac{3}{2x}$ 의 그래프가 만나는 모든 교점의 x 좌표의 곱을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3점]

• 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.