

제 2 교시 수리·탐구 영역(I)

(자 연 계

성명

수험번호

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 주관 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\log_7 \frac{1}{\sqrt{7}}$ 의 값은? [2 점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

2. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 에 대하여

$$|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3, |\vec{a}-2\vec{b}|=6$$

일 때, 내적 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2 점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

3. $4\cos^2 x + 4\sin x = 5$ 일 때, $\sin x$ 의 값은? [2 점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. 정적분 $\int_e^{e^2} \frac{3(\ln x)^2}{x} dx$ 의 값은? [2 점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 복소수 z 가

$$z + \bar{z} = 2, \arg(z) = \frac{\pi}{3}$$

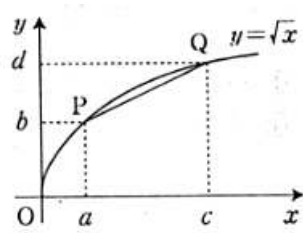
를 만족시킬 때, z^3 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이며, $\arg(z)$ 는 z 의 편각이다.) [2점]

- ① $8+3\sqrt{3}i$ ② $-8-3\sqrt{3}i$ ③ $8i$
 ④ -2 ⑤ -8

6. 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프 위의 두 점 $P(a,b)$, $Q(c,d)$ 에 대하여

$\frac{b+d}{2} = 1$ 일 때, 직선 PQ의 기울기는? (단, $0 < a < c$) [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



7. 시간 t 에 따라 감소하는 함수 $f(t)$ 에 대하여

$$f(t+c) = \frac{1}{2}f(t)$$

를 만족시키는 양의 상수 c 를 $f(t)$ 의 반감기라 한다.

함수 $f(t) = 3^{-t}$ 의 반감기는? [3점]

- ① $\frac{1}{3} \log_3 2$ ② $\frac{1}{2} \log_3 2$ ③ $\log_3 2$
 ④ $2 \log_3 2$ ⑤ $3 \log_3 2$

8. 고대 인도의 수학자 바스카라는 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{a + \frac{\sqrt{\square}}{2}} + \sqrt{a - \frac{\sqrt{\square}}{2}}$$

$\square$ 안에 알맞은 것은? (단, $a \geq b \geq 1$) [2점]

- ① b ② $a^2 - b$ ③ $a^2 + b$
 ④ $a + b$ ⑤ $a - b$

9. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 부분집합 A 에 대하여 $f(A)$ 를 A 에 속하는 모든 원소의 합이라고 하자. U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $\langle \text{보기} \rangle$ 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, $f(\Phi)=0$) [3 점]

<보 기>

7. $f(A^c) = f(U) - f(A)$
8. $A \subset B$ 이면, $f(A) \leq f(B)$ 이다.
9. $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$

- ① レ ② フ, レ ③ フ, ヒ
④ レ, ヒ ⑤ フ, レ, ヒ

10. 1 이 두 번만 나타나는 이진법의 수를 작은 수부터 차례로 배열하여 얻은 수열

$$11_{(2)}, 101_{(2)}, 110_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, \dots$$

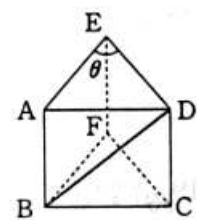
의 제 56 항과 같은 수는? [3 점]

- ① 2^9+1 ② $2^{10}+2^9$ ③ $2^{11}+1$
④ $2^{11}+2^{10}$ ⑤ $2^{13}+1$

11. 곡선 $x^3 - xy^2 = 10$ 위의 점 $(-2, 3)$ 에서의 접선의 기울기는? [3 점]

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

12. 오른쪽 삼각기둥에서 두 정사각형 ABFE 와 CDEF 의 한 변의 길이는 1 이다.
 $\angle AED = \theta$ 일 때, 선분 BD 의 길이를 θ 의 함수로 나타낸 것은? [3 점]

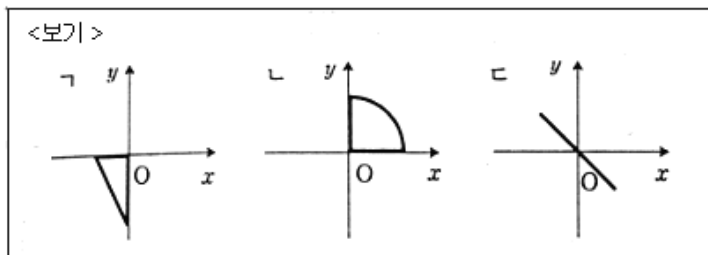
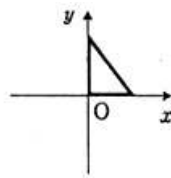


- ① $\sqrt{3-2\cos\theta}$ ② $\sqrt{3+2\cos\theta}$ ③ $\sqrt{3}$
④ $\sqrt{3-2\sin\theta}$ ⑤ $\sqrt{3+2\sin\theta}$

13. 주사위를 한 번 던져 나오는 눈의 수를 4로 나눈 나머지를 확률 변수 X 라 하자. X 의 평균은? (단, 주사위의 각 눈이 나올 확률은 모두 같다.) [3 점]

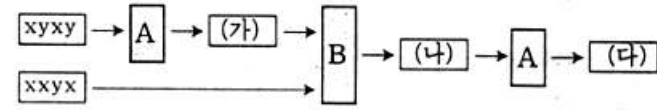
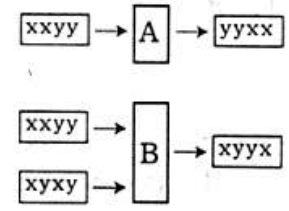
- ① 2 ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

14. 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형이 일차변환에 의해 옮겨질 수 있는 도형을 <보기> 중에서 모두 고른 것은? [2 점]



- ① 가 ② 나 ③ 가, 나
④ 가, 다 ⑤ 나, 다

15. 두 개의 논리상자 A와 B가 있다. 논리상자 A는 문자 x와 y로 이루어진 네 자리 문자열을 x는 y로, y는 x로 바꾼다. 논리 상자 B는 두 개의 네 자리 문자열을 각 자리의 문자가 서로 같으면 x, 서로 다르면 y인 하나의 네 자리 문자열로 바꾼다. 다음과 같은 논리 회로에 두 문자열 xyxy, xxyx를 입력하였을 때, 출력 (다)에 들어갈 문자열은? [3 점]



- ① xxxx ② xxxy ③ xxyy
④ xyyy ⑤ yyyy

16. 음이 아닌 정수 n 에 대하여 n 을 5로 나눈 나머지를 $f(n)$, 10으로 나눈 나머지를 $g(n)$ 이라 하자. <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3 점]

<보 기>

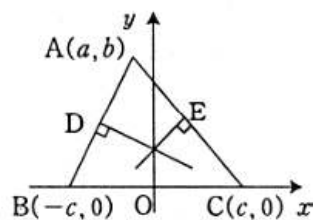
㉠. $f(f(n))=f(n)$
 ㉡. $g(f(n))=g(n)$
 ㉢. $f(g(n))=f(n)$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

17. 다음은 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다.

<증명>

직선 BC를 x 축, 변 BC의 수직 이등분선을 y 축으로 잡고, $A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라고 하자, (단, $b \neq 0, c > 0$)



(i) $a \neq c$ 이고 $a \neq -c$ 일때

직선 AC의 기울기는 $\frac{b}{a-c}$ 이므로, 변 AC의 중점 E를 지나고 변 AC에 수직인 직선의 방정식은

$$y = \boxed{(가)} \left(x - \frac{a+c}{2} \right) + \frac{b}{2} = \boxed{(가)} x + \boxed{(나)} \dots \textcircled{1}$$

같은 방법으로, 변 AB의 중점 D를 지나고 변 AB에 수직인 직선의 방정식은

$$y = -\frac{a+c}{b} x + \boxed{(나)} \dots \textcircled{2}$$

두 직선 ①, ②의 y 절편이 같으므로 세 변의 수직 이등분선은 y 축 위의 점 $(0, \boxed{(나)})$ 에서 만난다.

따라서, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직 이등분선은 한 점에서 만난다.

(ii) $a = c$ 또는 $a = -c$ 일때,

$\triangle ABC$ 는 $\boxed{(다)}$ 이므로, 세 변의 수직 이등분선은 D 또는 E에서 만난다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직 이등분선은 한 점에서 만난다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

[3 점]

- ① $-\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형
- ② $-\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 정삼각형
- ③ $-\frac{a-c}{b}, \frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ④ $\frac{a-c}{b}, \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$, 이등변삼각형
- ⑤ $\frac{a-c}{b}, \frac{-a^2+b^2-c^2}{2b}$, 직각삼각형

18. 다음은 $4k+3$ 꼴의 소수가 무수히 많음을 증명한 것이다. (단, k 는 음이 아닌 정수이다.)

<증명>

$4k+3$ 꼴의 소수가 유한개 있다고 가정하고, 이것을 3, 7, 11, 19, ..., p 라 하자.

$n = 4(7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot \dots \cdot p) + 3$ 이라 하면, n 은 3, 7, 11, 19, ..., p 로 $\boxed{(가)}$ n 의 모든 소인수는 $4k+1$ 또는 $4k+3$ 꼴의 정수이고, $4k+1$ 꼴의 두 정수를 곱하면 $\boxed{(나)}$ 꼴의 정수이다. 그러므로, n 의 모든 소인수가 $\boxed{(나)}$ 꼴이면, n 도 $\boxed{(나)}$ 꼴이다. 이것은 모순이므로, n 은 $\boxed{(다)}$ 꼴의 소인수 q 를 갖는다. n 은 q 로 나누어 떨어지므로, q 는 3, 7, 11, 19, ..., p 가 아닌 $4k+3$ 꼴의 소수가 존재한다. 이것은 가정에 모순이다.

따라서, $4k+3$ 꼴의 소수는 무수히 많다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

[2 점]

- ① 나누어 떨어진다. $4k+1$, $4k+1$
- ② 나누어 떨어진다. $4k+3$, $4k+3$
- ③ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+3$, $4k+1$
- ④ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1$, $4k+1$
- ⑤ 나누어 떨어지지 않는다. $4k+1$, $4k+3$

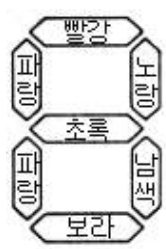
19. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, $\frac{1}{3+4\sin^2\theta} + \frac{1}{3+4\cos^2\theta}$ 의 최소값은? [3 점]
- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

20. 이차곡선 $x^2 - 4x + 9y^2 - 5 = 0$ 과 중심이 $(2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 a 인 원이 서로 다른 네 점에서 만날 때, a 의 범위는? [3 점]
- ① $0 < a \leq 2$ ② $1 < a < 3$ ③ $2 \leq a < 4$
 ④ $0 < a < 4$ ⑤ $a \geq 2$

21. 연립부등식
$$\begin{cases} 7-x \geq 3|x-3| \\ \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} \geq 0 \end{cases}$$
 를 만족시키는 x 의 범위는? [3 점]
- ① $x < 1, 3 < x \leq 4$ ② $x < 1, x \geq 4$
 ③ $1 < x \leq 2, x \geq 4$ ④ $1 < x < 3, 3 < x \leq 4$
 ⑤ $1 < x \leq 2, 3 < x \leq 4$

22. 어떤 원자의 에너지는 주양자수 n 인 에너지 상태에는 $2n^2$ 개의 서로 다른 궤도가 존재한다. 주양자수가 $n = 1, 2, 3, \dots, 9$ 인 에너지 상태에 있는 모든 궤도의 수는? (단, 주양자수가 다른 에너지 상태에 있는 궤도들은 서로 다르다.) [3 점]
- ① 770 ② 570 ③ 408 ④ 350 ⑤ 182

23. 입력값의 전체 집합 $U = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여, 빨강에서 보라까지 7개의 전등으로 구성된 숫자판을 다음과 같이 점등하고자 한다.



입력값	이진법 표현	점등 모양
0	$00_{(2)}$	
1	$01_{(2)}$	
2	$10_{(2)}$	
3	$11_{(2)}$	

입력값을 이진법의 수로 $pq_{(2)}$ 와 같이 표현하였을 때, p 가 1인 입력값의 집합을 P , q 가 1인 입력값의 집합을 Q 라 하자. 빨간 전등이 점등되는 모든 입력값의 집합을 올바르게 나타낸 것은? [3 점]

- ① P ② Q ③ $P \cup Q^c$
 ④ $P^c \cup Q$ ⑤ $P^c \cap Q^c$

24. 컴퓨터 중앙처리장치의 속도는 1985년 1MHz 이던 것이 매 3년마다 약 4배의 비율로 빨라지고 있다. 한 연구에 의하면, 현재 기술로 이와 같은 발전을 지속할 수 있는 중앙처리장치 속도의 한계는 약 4,000MHz 라고 한다. 이 연구에서 현재 기술이 한계에 도달할 것으로 예측되는 해는? (단, MHz는 중앙처리장치 속도의 단위이며, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [3 점]

- ① 2003년 ② 2006년 ③ 2009년
 ④ 2012년 ⑤ 2024년

주관식 문항 (25~30)

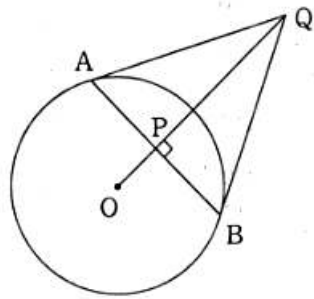
25. 다항식 $x^3 + 5x^2 + 10x + 6$ 이 $(x+a)(x^2 + 4x + b)$ 로 인수분해될 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [2 점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 $\int_2^x f(t)dt = x^2 + ax + 2$ 를 만족시킬 때, $f(10)$ 의 값을 구하시오. [3 점]

27. 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭인 두 직선 $y=ax$, $y=bx$ 가 이루는 각이 30° 일 때, $3(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 반지름의 길이가 10인 원 O 의 내부에 한 점 P 가 있다. 점 P 를 지나고 직선 OP 에 수직인 직선이 원과 만나는 두 점을 A, B 에서의 두 접선의 교점을 Q 라 하자.

$OP=5$ 일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하시오. [2점]



29. 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 구하시오. [3점]

30. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 부등식 $x+a \leq x^2 \leq 2x+b$ 가 항상 성립할 때, $b-a$ 의 최소값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3점]

※ 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.