

제 2 교시 수리 · 탐구 영역(I)

자 연 계

성명

수험번호

홀수형

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험번호, 응시계열, 문형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 **2점** 또는 **3점**입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

2. $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ 일 때 $\sin x \cos x$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2x}$ 의 값은 ? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

4. $z = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, 복소평면 위에 세 복소수 $1, z, z^2$ 을 나타내는 점을 각각 A, B, C 라 하자. $\angle ABC$ 의 크기는? [3점]

- ① 30° ② 45° ③ 60° ④ 90° ⑤ 120°

5. <보기> 중 같은 함수끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? [2점]

<보 기>

ㄱ.	$\begin{cases} y = \log(x-1)(x-2) \\ y = \log(x-1) + \log(x-2) \end{cases}$
ㄴ.	$\begin{cases} y = \frac{x^2-1}{x-1} \\ y = x+1 \end{cases}$
ㄷ.	$\begin{cases} y = x \\ y = \sqrt[3]{x^3} \end{cases}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ

6. 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 일 때,

상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 는? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

7. <보기>의 수열 $\{a_n\}$ 중 극한값

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

이 존재하는 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

㉠. $a_n = n$

㉡. $a_n = \frac{1}{2^n}$

㉢. $a_n = (-1)^n$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

8. 자연수 n 에 대하여 집합 A_n 을

$$A_n = \{x \mid x \text{ 는 } n \text{ 과 서로 소인 자연수}\}$$

라고 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

㉠. $A_2 = A_4$

㉡. $A_3 = A_6$

㉢. $A_6 = A_3 \cap A_4$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

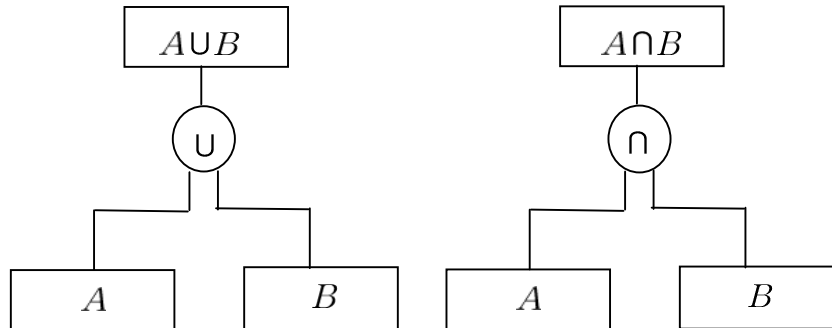
9. 모든 실수 x 에 대하여 정의된 함수

$$f(x) = [x] + [-x]$$

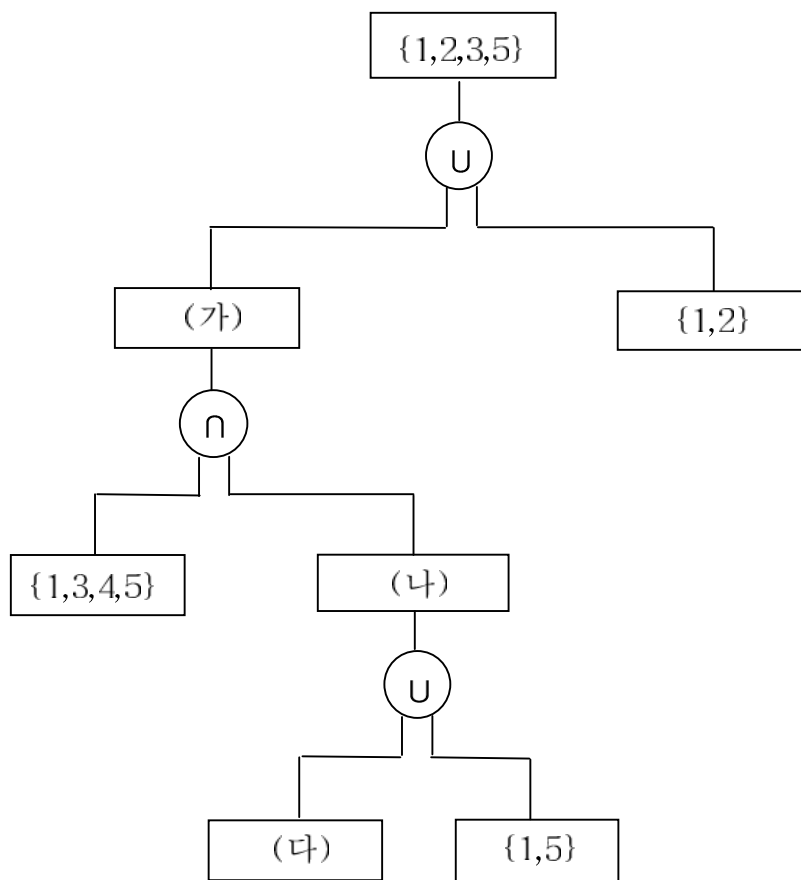
의 치역은? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수이다.) [3점]

- ① $\{0, -1\}$ ② $\{1, -1\}$ ③ $\{0, 1\}$
④ $\{0, 1, -1\}$ ⑤ $\{0\}$

10. 두 집합 A, B 의 합집합과 교집합을 다음 그림과 같이 나타내었다.



아래 그림에서 (가)에 알맞은 것은? [3점]



- ① {1,2,3,4} ② {1,2,3,5} ③ {2,3,5}
 ④ {1,3,5} ⑤ {3,5}

11. 다음 정적분 중 그 값이 $\int_a^b \frac{1}{x} dx$ 와 같은 것은?

(단, $0 < a < b$) [3점]

- ① $\int_{a+1}^{b+1} \frac{1}{x} dx$ ② $\int_{2a}^{2b} \frac{1}{x} dx$ ③ $\int_{a^2}^{b^2} \frac{1}{x} dx$
 ④ $\int_{\sqrt{a}}^{\sqrt{b}} \frac{1}{x} dx$ ⑤ $\int_{\frac{1}{a}}^{\frac{1}{b}} \frac{1}{x} dx$

12. 흰 공 2 개, 검은 공 2 개가 들어있는 상자에서 1 개의 공을 꺼내어 그것이 흰 공이면 동전을 3 회 던지고 검은 공이면 동전을 4 회 던질 때, 앞면이 3 회 나올 확률은? (단, 동전의 앞면과 뒷면이 나올 확률은 같다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{7}{16}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{11}{16}$

13. 두 실수 x, y 에 대하여 $x*y$ 를

$$x*y = \begin{cases} x & (x \geq y \text{ 일 때}) \\ y & (x \leq y \text{ 일 때}) \end{cases}$$

로 나타내기로 하자. 예를 들면, $2*1=2$ 이다. 서로 다른 4 개의 실수로 이루어진 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 원소들이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) A 의 임의의 원소 x 에 대하여 $x*a=x$ 이다.
(나) $c*d < c*b$

다음 중 옳은 것은? [3점]

- ① $b < c < a$ ② $b < d < a$ ③ $d < b < c$
④ $a < b < c$ ⑤ $a < c < b$

14. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P 가 점 $A(6, 5)$ 에서 출발하여 어떤 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 회수는? [2점]

- (가) $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.
(나) $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.
(다) $y > 2x$ 이면 y 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

15. 다음은 1보다 큰 자연수 n 에 대한 명제 ‘ $\sqrt{n}$ 보다 작거나 같은 모든 소수가 n 을 나누지 않으면, n 은 소수이다.’를 증명한 것이다.

<증명>

결론을 부정하여 n 이 소수가 아니라고 가정하면,
 $n = lm$ 인 1보다 큰 자연수 l, m 이 존재한다.
 l 을 나누는 한 소수를 p , m 을 나누는 한 소수를 q 라 하면, pq 는 lm 을 나눈다. 그러므로 $pq \leq n$ 이다.
만약 $p > \sqrt{n}$ 이고 $q > \sqrt{n}$ 이면, $pq > \sqrt{n} \sqrt{n} = n$ 이므로 모순이다. 따라서 (가) 이다.
즉 n 의 약수 중에서 $\sqrt{n}$ 보다 작거나 같은 소수가 존재한다. 그런데 이것은 가정에 모순이므로, n 은 소수이다.

위의 증명에서 (가)에 알맞은 것은? [2점]

- ① $p \leq \sqrt{n}$ 이거나 $q \leq \sqrt{n}$ ② $p \leq \sqrt{n}$ 이고 $q \leq \sqrt{n}$
③ $p \leq \sqrt{n}$ 이거나 $q \geq \sqrt{n}$ ④ $p \leq \sqrt{n}$ 이고 $q \geq \sqrt{n}$
⑤ $p \geq \sqrt{n}$ 이거나 $q \geq \sqrt{n}$

16. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 방정식은? [2점]

- ① $x + y = 3$ ② $2x - y = 0$ ③ $x - 2y = -3$
④ $2x + y = 4$ ⑤ $x + 2y = 5$

17. 한 변의 길이가 1인 정사각형이 있다. 서로 수직인 임의의 두 직선을 이용하여 그림과 같이 네 개의 직사각형으로 나누었을 때, 이들의 넓이를 각각 A, B, C, D 라 하자. <보기> 중 항상 옳은 것을 모두 고르면? [3 점]

A	B
C	D

—<보 기>—

ㄱ. $A > \frac{1}{4}$ 이면, $C < \frac{1}{4}$ 이다.

ㄴ. $A < \frac{1}{4}$ 이면, $D > \frac{1}{4}$ 이다.

ㄷ. $A > \frac{1}{4}$ 이면, $D < \frac{1}{4}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 임의의 양의 실수 x 에 대하여, x 를 넘지 않는 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하자. 예를 들면, $f\left(\frac{5}{2}\right) = 1$, $f(5) = 3$ 이다. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

—<보 기>—

ㄱ. $f(10) = 4$

ㄴ. 임의의 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) < x$ 이다.

ㄷ. 임의의 양의 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

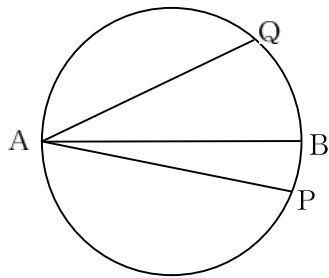
19. 공간벡터 $\overrightarrow{OP} = (1, -1, 1)$ 를 xy 평면, yz 평면, zx 평면에 정사영시켜 얻은 벡터를 각각 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ 라고 하자. $\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB} + c\overrightarrow{OC}$ 일 때, 세 실수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 는? [3 점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

20. 좌표평면에서 점 (x, y) 가 부등식 $-x \leq y \leq 2-x^2$ 의 영역을 움직일 때, $x+y$ 의 최대값은? [3점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

21. 지름 AB의 길이가 10인 원이 있다. 원 위의 점 P, Q에 대하여 $\overline{AP} = 8$ 이고,
 $\angle QAB = 2\angle PAB$
 이다. 선분 $\overline{AQ}$ 의 길이는? [3점]



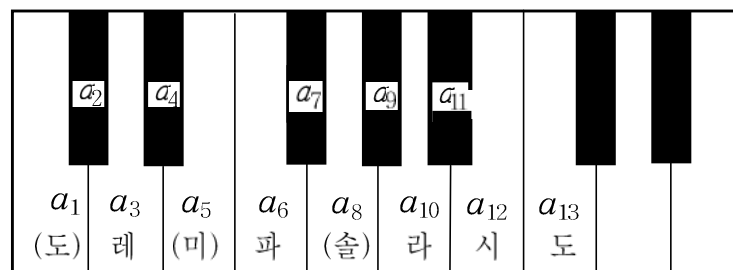
- ① $\frac{10}{5}$ ② $\frac{11}{5}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{13}{5}$ ⑤ $\frac{14}{5}$

22. 어떤 고등학교 3학년 남학생 수는 여학생 수의 1.5 배이다. 대학수학능력시험 모의고사 성적의 통계에 따르면 남학생의 평균 점수는 400점 만점에 225점이고 여학생의 평균 점수는 235점이다. 3학년 전체 학생의 평균 점수는 몇 점인가? [2점]

- ① 229 ② 230 ③ 231 ④ 232 ⑤ 233

23. 서양음악의 12 음계에서 음의 주파수는, 반음 올라갈 때마다 일정 비율로 높아져, 12 반음 올라가면 2 배가 되는 등비수열을 이룬다. 아래 피아노 건반에 표시된 도, 미, 솔의 주파수비 $a_1:a_5:a_8$ 에 가장 가까운 정수비는?

(단, $2^{\frac{1}{3}} = \frac{5}{4}$, $2^{\frac{5}{12}} = \frac{4}{3}$, $2^{\frac{7}{12}} = \frac{3}{2}$ 으로 근사하여 계산한다.) [3점]



- ① 2:3:4 ② 3:4:5 ③ 4:5:6
 ④ 5:6:8 ⑤ 6:8:9

24. 차량들이 고속도로를 차선의 변경 없이 모두 같은 속력 v (m/초)를 유지하면서 달리고 있다고 하자. 제동거리를 고려한 최소 차간거리는

$$f(v) = \frac{1}{20}v^2 + \frac{1}{2}v + 5 \quad (\text{m})$$

로 나타낼 수 있다. 60초 동안 한 차선의 일정 지점을 통과할 수 있는 차량의 수는 최대 몇 대인가? (단, 차량의 길이는 무시한다.) [3점]

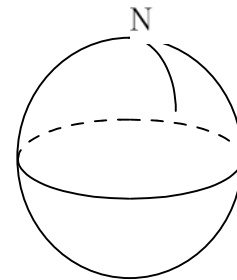
- ① 16 ② 40 ③ 60 ④ 90 ⑤ 225

주관식 문항 (25~30)

25. 좌표공간에서 중심이 $(1, 1, 1)$ 이고 평면 $x + 2y - 2z = 31$ 에 접하는 구의 반지름을 구하시오. [3점]

26. 두 부등식 $\frac{1}{x-3} \leq \frac{1}{x-2}$ 과 $x^2 - ax + b < 0$ 의 해가 같을 때, 두 실수 a, b 의 합 $a+b$ 를 구하시오. [2점]

27. 반지름이 30인 구 위의 한 점 N에 길이가 5π 인 실의 한 끝을 고정한다. 실을 팽팽하게 유지하면서 구의 표면을 따라 실의 나머지 한 끝을 한 바퀴 돌렸을 때, 구의 표면에 생기는 실 끝의 자취의 길이를 l 이라 하자. $\frac{l}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [3점]



28. 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 n 을 구하시오. [3점]

- (가) n 은 60 의 약수이다.
 (나) n 은 비가 3:7 인 두 자연수의 합이다.
 (다) n 의 약수의 개수는 6 이다.

29. 좌표평면에서의 회전변환 f 와 대칭변환 g 를 나타내는 행렬이 각각 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이다. 두 변환 f 와 g 를 유한 번 합성하여 얻을 수 있는 합성 변환에 의하여 점 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 가 옮겨 질 수 있는 점은 P 를 포함하여 모두 몇 개인가? [3점]

30. 은행의 예금상품은 연이율로 제시된다. 1년에 이자계산을 n 번 하는 복리예금의 경우 매번 $\frac{(\text{연이율})}{n}$ 의 이율로 이자를 계산한다. 이 때 실효수익률은

$$\frac{(\text{1년 후의 이자총액})}{(\text{원 금})} \times 100 (\%)$$

로 정의된다. 6개월마다 복리로 이자를 계산하는 연이율 10%인 예금상품의 실효수익률(%)을 소수점 아래 둘째자리까지 구하시오. [3점]

* 확인 사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 문제지는 답안지와 함께 제출합니다. 답안지의 표기가 끝나면 답안지는 오른쪽, 문제지는 왼쪽에 놓으시오.