

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{9} \times 3^{-\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 3x^2 - x + 1$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

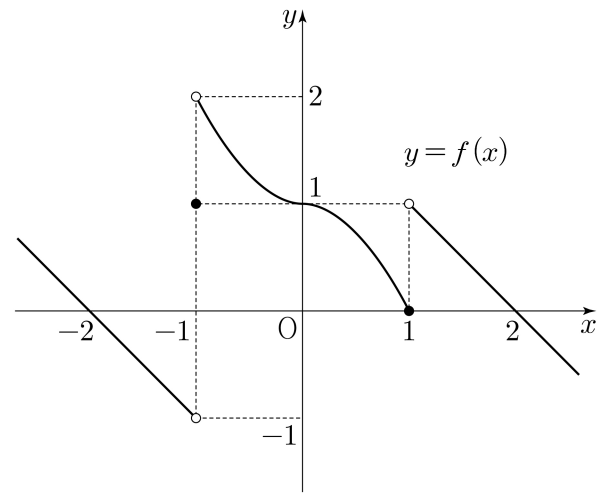
3. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 19, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 10$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x) = (3x-1)(x^2-2x+2)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 함수 $f(x) = x^3 + ax + 9$ 는 $x = -1$ 에서 극대이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2\theta = \frac{1}{10}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

8. 삼각형 ABC에서

$$\overline{AB} = 4, \overline{BC} = 8, \cos A = -\frac{1}{4}$$

일 때, 선분 AC의 길이는? [3점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

9. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 두 점 P, Q의 속도가 각각

$$v_1(t) = t^2 - t, \quad v_2(t) = t$$

이다. 출발한 후 시각 $t=k$ 에서 두 점 P, Q의 위치가 같아질 때, 양수 k 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 두 양수 a, b 가

$$\log_9 a + \log_3 b = 2, \quad \log_3 a = 8 \log_9 b$$

를 만족시킬 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

11. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x+2)}{x(f(x)-3)}$$

의 값이 $a=0$ 일 때 존재하고 $a=3$ 일 때 존재하지 않는다.
 $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$2a_1(a_1+a_3) = 5a_2(a_1+a_2) = 20$$

을 만족시킬 때, $a_1 \times a_6$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ 3

13. 두 다항함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) > g(x)$ 를 만족시키고, $f(1) = g(1) + 1$ 이다. 양수 t 에 대하여 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 두 직선 $x = 0$, $x = t$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때,

$$S'(t) = t^2 - 2t + a$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, a 는 상수이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $a = 1$
- ㄴ. $S(3) = 6$
- ㄷ. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 두 직선 $x = -2$, $x = 2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는 $S(4)$ 의 값과 같다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

14. 양수 a 와 자연수 b 에 대하여 $0 \leq x \leq 2$ 일 때 x 에 대한 방정식

$$\left(\cos(b\pi x) - \frac{1}{2}\right)\left(a\cos(b\pi x) + \frac{a+2}{2}\right) = 0$$

의 서로 다른 실근의 개수는 15이다. $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

15. 상수항이 0인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\int_p^{p+3} |f(x)| dx \neq \left| \int_p^{p+3} f(x) dx \right|$ 가 되도록 하는 모든 실수 p 의 값의 범위는 $0 < p < 3$ 이다.
- (나) $\int_0^3 |f(x)+q| dx \neq \left| \int_0^3 (f(x)+q) dx \right|$ 가 되도록 하는 모든 실수 q 의 값의 범위는 $0 < q < 1$ 이다.

$f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

단답형

16. 방정식 $3^{x-6} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 5$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

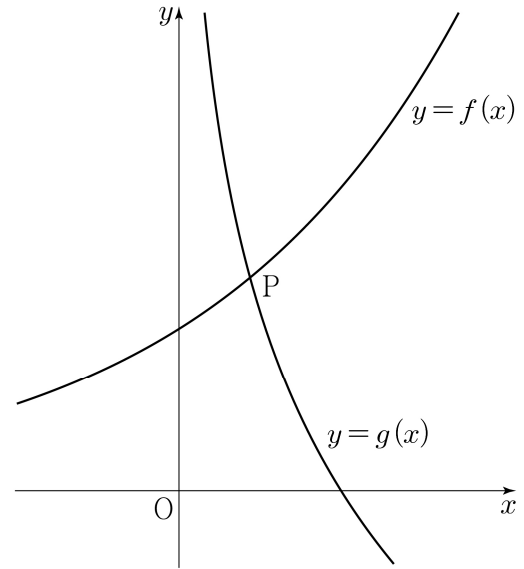
$$a_6 = 5, \quad a_5 = a_2 - 6$$

일 때, a_1 의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 6$ 위의 점 $(1, 5)$ 에서의 접선의 y 절편을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 1보다 큰 실수 b 에 대하여

두 함수 $f(x) = b^x$ 과 $g(x) = -\log_b x$ 의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점 P 의 좌표를 (α, β) 라 하자.



다음은 $\alpha\beta^3 = 1$ 일 때, 직선 OP 의 기울기 m 에 대하여 $g(m)$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)

제1사분면에 있는 점 $P(\alpha, \beta)$ 는 두 곡선

$$y = f(x), \quad y = g(x)$$

위의 점이므로, 두 양수 α, β 가

$$\beta = b^\alpha, \quad \beta = -\log_b \alpha$$

를 만족시킨다.

$\alpha\beta^3 = 1$ 이고 $\alpha = \log_b \beta, \beta = -\log_b \alpha$ 이므로

$$3\alpha - \beta = 3\log_b \beta + \log_b \alpha = \log_b (\alpha\beta^3) = 0$$

이다. 그러므로 $m = \frac{\beta}{\alpha} = \boxed{(가)}$ 이다.

$\beta^4 = m\alpha\beta^3 = m$ 이므로 $\beta = \boxed{(나)}$ 이다.

$b = \alpha^{-\frac{1}{\beta}}$ 이고 $\alpha = \frac{\beta}{m}$ 이므로

$$g(m) = -\log_b m = \frac{\beta}{\log_m \alpha} = \frac{\beta}{-1 + \log_m \beta} = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,

$(p \times q \times r)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다.
실수 t 에 대하여

$$f(\alpha) = f'(t) - 4t^2 + 4$$

를 만족시키는 실수 α 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가
 $t=3$ 에서만 불연속이고 $g(3)=1$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.
[4점]

22. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$, $a_3 = 4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n} = a_n + 1,$$

$$a_{4n+3} = a_{4n+1} = a_n + 4$$

를 만족시킨다. $a_k = 10$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수를
구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (3, 0)$, $\vec{b} = (-1, 2)$ 에 대하여 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 포물선 $y^2 = -12x$ 의 초점의 좌표가 $(p, 0)$ 일 때, p 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

25. 좌표평면에 방향벡터가 $(1, 5)$ 인 직선 l_1 과

직선 $l_2 : \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{2}$ 이 있다. 두 직선 l_1, l_2 가 이루는

예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{7\sqrt{2}}{12}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

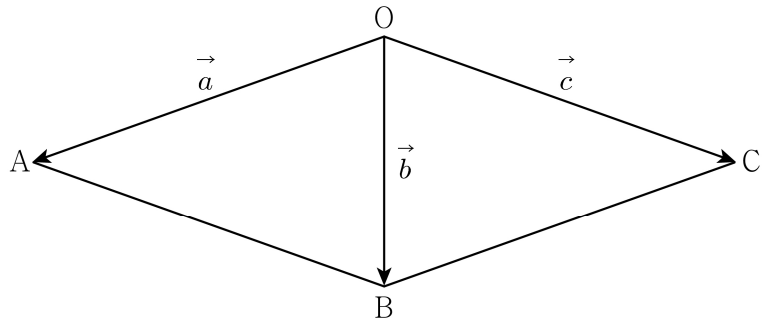
26. 타원 $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 $(a, 2)$ 에서의 접선의 x 절편은?

(단, a 는 양수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27. 마름모 $OABC$ 에 대하여 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ 라 하자.
 $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 4$ 이고 두 벡터 $\vec{b} - \vec{c}$ 와 $\vec{b} + t\vec{c}$ 가 서로 수직일 때,
 실수 t 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{21}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{8}{21}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

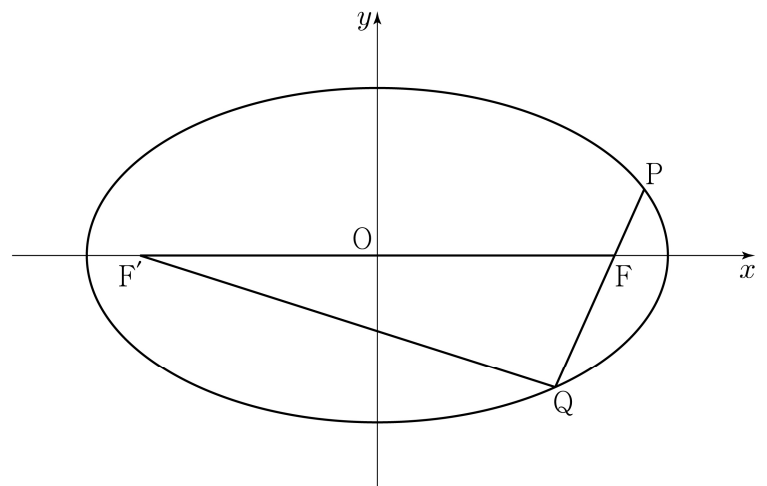


28. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이
 있다. 이 타원 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 와 이 타원 위에
 있는 제4사분면 위의 점 Q 에 대하여 점 F 가 선분 PQ 위에 있고

$$\frac{PF}{QF} = \frac{1}{2}, \quad \frac{PF}{FF'} = \frac{\sqrt{6}}{16}$$

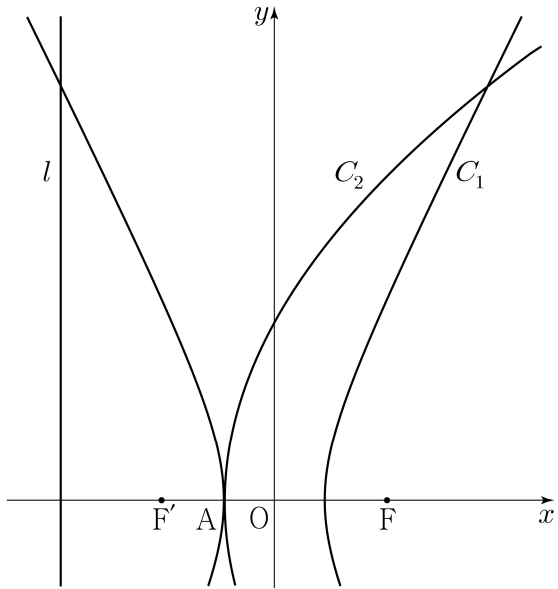
이다. 삼각형 $FF'Q$ 의 넓이가 $4\sqrt{5}$ 일 때, b^2 의 값은?
 (단, a 와 b 는 양수이다.) [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$



단답형

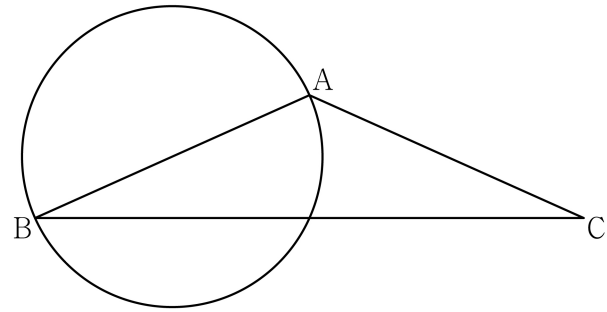
29. 두 초점이 $F(3, 0), F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선 C_1 이 있다.
 쌍곡선 C_1 의 두 꼭짓점 중 x 좌표가 음수인 점을 $A(-a, 0)(a > 0)$ 이라 하고, 초점이 F 이고 꼭짓점이 A 인 포물선을 C_2 , 이 포물선의 준선을 l 이라 하자. 쌍곡선 C_1 과 포물선 C_2 가 만나는 점 중 제1사분면 위의 점의 y 좌표와 쌍곡선 C_1 과 직선 l 이 만나는 점 중 제2사분면 위의 점의 y 좌표가 같을 때, a^2 의 값이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 좌표평면에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2, \angle CAB > \frac{\pi}{2}$ 인 이등변삼각형의 세 꼭짓점 A, B, C 와 선분 AB 의 수직이등분선 위의 점 D 가

$$\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \overline{CB} \cdot \overline{CD}, \quad 2\overline{AC} \cdot \overline{AD} = \overline{DA} \cdot \overline{DB}$$

를 만족시킨다. 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 X 에 대하여 $\overline{DX} \cdot \overline{BC}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $|M \times m| = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.