

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $\sqrt[3]{3} \times 9^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 8이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 a_3 = 2 a_2 a_4$$

를 만족시킬 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & (x < 3) \\ x + 2a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = (x^2 - x)(2x^2 - 5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

7. 곡선 $y = x^3 - 6x + 7$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 y 절편은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan(\pi - \theta) = -2$ 일 때,

$\cos\theta - \sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

8. 두 실수 a, b 가

$$3a+b = \log_3 45, \quad a+b = \log_9 5$$

를 만족시킬 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치가 각각

$$x_1 = -t^3 + 7t^2 - 10t, \quad x_2 = t^2 + 2t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리는? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 두 양수 a, b 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2a]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 3\sin \frac{\pi x}{a} + b$$

의 그래프가 x 축과 오직 한 점 $(2, 0)$ 에서 만날 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$

11. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x+3)f(x) = \int_{-3}^x (4f(t) - 2t^2) dt$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

12. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열

$\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

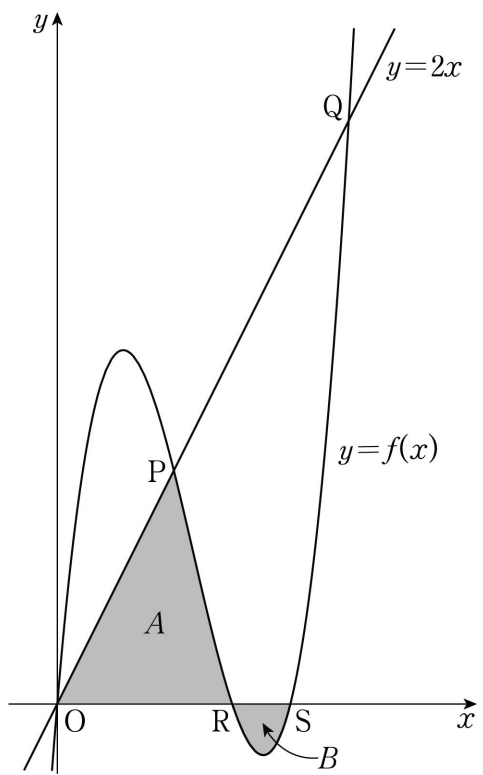
13. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = f(a) = f(a+1) = 0$$

을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=2x$ 가 세 점 O, P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 두 점 $R(a, 0), S(a+1, 0)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 두 선분 OP, OR 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 RS 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $\overline{OQ} = 5\sqrt{5}$ 일 때, $A-B$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[4점]

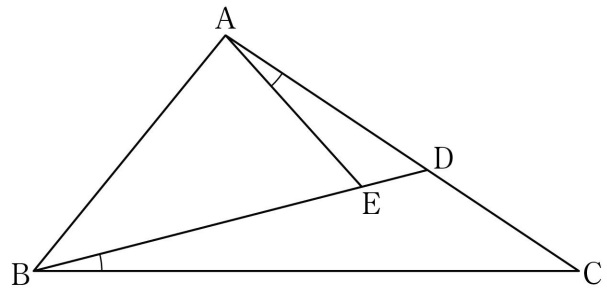
- ① $\frac{61}{12}$ ② $\frac{31}{6}$ ③ $\frac{21}{4}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{65}{12}$



14. 그림과 같이 $\overline{BC} = 6$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 AC 를 4:3으로 내분하는 점을 D 라 하자. 선분 BD 위의 점 E 가

$$\angle DAE = \angle DBC, \quad \sin(\angle DAE) : \sin(\angle EDA) = 1 : 3$$

을 만족시킨다. $\overline{AE} = \sqrt{5}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 외접원의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{180}{11}\pi$ ② $\frac{195}{11}\pi$ ③ $\frac{210}{11}\pi$
 ④ $\frac{225}{11}\pi$ ⑤ $\frac{240}{11}\pi$

15. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f(t)| dt + \left| \int_0^x f(t) dt \right|$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=0$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 범위는 $-7 \leq x \leq 0$ 이다.

(나) 양수 p 에 대하여 $g(x)=81$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 범위는 $4p \leq x \leq 7p$ 이다.

$f(-10)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

단답형

16. 방정식

$$\log_4(x+2) + \log_4 2 = \log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x$ 이고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^7 (a_n - 2)(b_n - 2) = 60, \quad \sum_{n=1}^7 (a_n + b_n) = 44$$

일 때, $\sum_{n=1}^7 a_n b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 상수 a , b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 극값을 갖고, 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합이 8이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 상수 a 에 대하여 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+2} + 7 & (x < -2) \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-a} + 10 & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $x+2^a y-t=0$ 이 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. $g(t)=2$ 를 만족시키는 t 의 최솟값이 함수 $f(x)$ 의 최솟값과 같도록 하는 모든 2^a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{2x^2 f(x) - (f(k))^2}{x-k} = \lim_{x \rightarrow k} \frac{(f(x))^2 - (f(k))^2}{x-k}$$

을 만족시키는 실수 k 는 $t, -t(t > 1)$ 뿐이다.

함수 $f(x)$ 의 최솟값이 17일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 실수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = 3 \text{ 이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} |a_n + n| & (a_n < 0) \\ a_n - 10 + k & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.

$a_4 \times a_5 = 0$ 이 되도록 하는 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라

할 때, $M+m = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지선 다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 5x}{e^x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2n+k}$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln \frac{3}{2}$ ② $\ln 2$ ③ $\ln \frac{5}{2}$ ④ $\ln 3$ ⑤ $\ln \frac{7}{2}$

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n^2 + 2n} - a_n) = \frac{1}{3}$ 일 때,

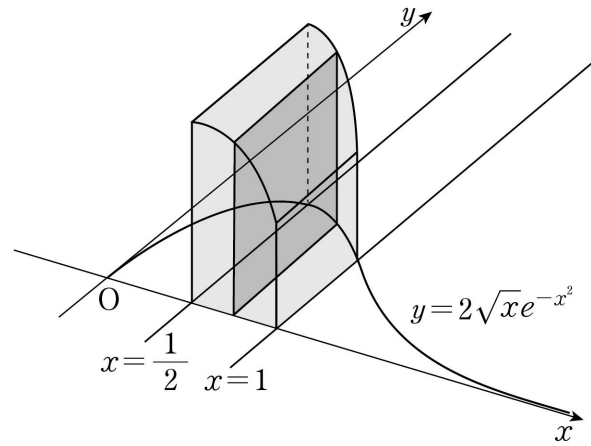
수열 $\{a_n\}$ 의 공차는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 그림과 같이 곡선 $y = 2\sqrt{x}e^{-x^2}$ 과 x 축 및 두 직선

$x = \frac{1}{2}$, $x = 1$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이

있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $e^{-1} - e^{-2}$ ② $e^{-\frac{1}{2}} - e^{-1}$ ③ $e^{-\frac{1}{2}} - 2e^{-2}$
 ④ $e^{-\frac{1}{2}} - e^{-2}$ ⑤ $2e^{-\frac{1}{2}} - e^{-2}$

27. 세 실수 $k(k < -1)$, a , $b(1 < a < b)$ 에 대하여
 두 점 $A(a, b)$, $B(b, a)$ 가 곡선 $C: x^2 - xy + y^2 + k = 0$ 위에 있다.
 곡선 C 위의 점 A에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B에서의
 접선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자.

$$\overline{AB} = 2\sqrt{2}, \quad \tan \theta = \frac{4}{3}$$

일 때, $k+a+b$ 의 값은? [3점]

- ① -35 ② -27 ③ -19 ④ -11 ⑤ -3

28. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에
 대하여 $f(x) > 0$ 이다. 상수 k 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_k^x f'(t) \ln f(t) dt$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소인 모든 a 를
 작은 수부터 크기순으로 나열하면 a_1, a_2, a_3 이다. 두 함수
 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(a_2)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq 0$ 이다.
 (나) $\int_{a_1}^{a_3} (g(x) + f(x) - f(x) \ln f(x)) dx = \frac{3}{2}$

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + a_{n+1}) = 5, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_{n+1} + a_{n+2}| \times \sin \frac{n\pi}{2}) = 2$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (100a_n - ma_{3n})$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 m 의 최댓값을 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = ax^3 - 2ax^2 + bx - b - 2$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a ($a \neq 0$), b 에 대하여 $h'(-\sqrt{2})$ 의 최댓값이 $\frac{k}{\pi}$ 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + 2 & (x < 0 \text{ 또는 } x > 2) \\ -2\cos\left(\frac{\pi}{4}f(x)\right) & (0 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

는 역함수 $h(x)$ 를 갖는다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.