

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $\sqrt[3]{3} \times 9^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 8이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 a_3 = 2 a_2 a_4$$

를 만족시킬 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & (x < 3) \\ x + 2a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = (x^2 - x)(2x^2 - 5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan(\pi - \theta) = -2$ 일 때,
 $\cos\theta - \sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

7. 곡선 $y = x^3 - 6x + 7$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 y 절편은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 두 실수 a, b 가

$$3a+b = \log_3 45, \quad a+b = \log_9 5$$

를 만족시킬 때, $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 위치가 각각

$$x_1 = -t^3 + 7t^2 - 10t, \quad x_2 = t^2 + 2t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리는? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. 두 양수 a, b 에 대하여 닫힌구간 $[0, 2a]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 3\sin \frac{\pi x}{a} + b$$

의 그래프가 x 축과 오직 한 점 $(2, 0)$ 에서 만날 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$

11. 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x+3)f(x) = \int_{-3}^x (4f(t) - 2t^2) dt$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

12. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열

$\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

모든 자연수 n 에 대하여 $3a_n^2 + 2na_n - 8n^2 = 0$ 이다.

- ① 540 ② 550 ③ 560 ④ 570 ⑤ 580

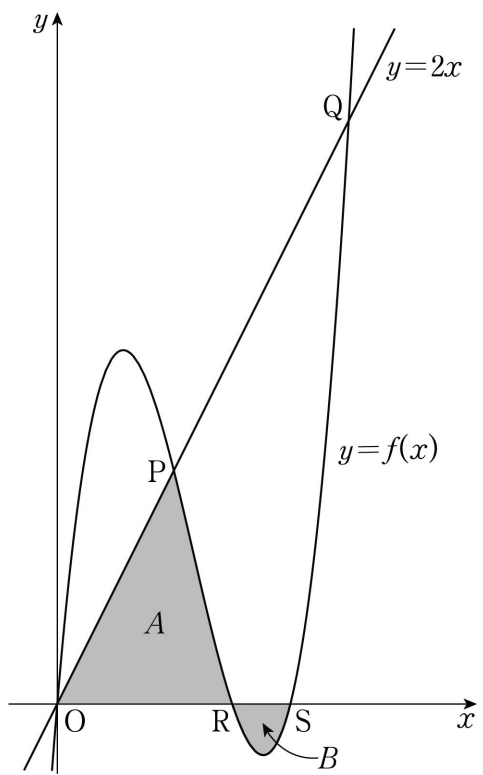
13. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = f(a) = f(a+1) = 0$$

을 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=2x$ 가 세 점 O, P, Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 두 점 $R(a, 0), S(a+1, 0)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 두 선분 OP, OR 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 RS 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $\overline{OQ} = 5\sqrt{5}$ 일 때, $A-B$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[4점]

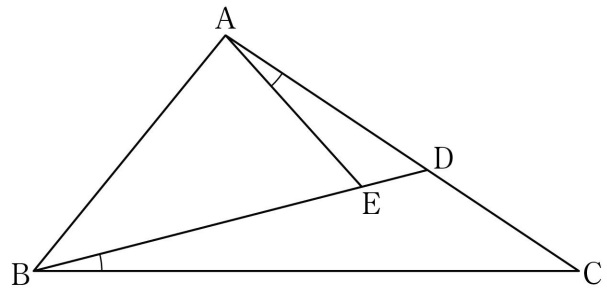
- ① $\frac{61}{12}$ ② $\frac{31}{6}$ ③ $\frac{21}{4}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{65}{12}$



14. 그림과 같이 $\overline{BC} = 6$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 AC 를 4:3으로 내분하는 점을 D 라 하자. 선분 BD 위의 점 E 가

$$\angle DAE = \angle DBC, \quad \sin(\angle DAE) : \sin(\angle EDA) = 1 : 3$$

을 만족시킨다. $\overline{AE} = \sqrt{5}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 외접원의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{180}{11}\pi$ ② $\frac{195}{11}\pi$ ③ $\frac{210}{11}\pi$
 ④ $\frac{225}{11}\pi$ ⑤ $\frac{240}{11}\pi$

15. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f(t)| dt + \left| \int_0^x f(t) dt \right|$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)=0$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 범위는 $-7 \leq x \leq 0$ 이다.

(나) 양수 p 에 대하여 $g(x)=81$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 범위는 $4p \leq x \leq 7p$ 이다.

$f(-10)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

단답형

16. 방정식

$$\log_4(x+2) + \log_4 2 = \log_2(x-2)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x$ 이고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^7 (a_n - 2)(b_n - 2) = 60, \quad \sum_{n=1}^7 (a_n + b_n) = 44$$

일 때, $\sum_{n=1}^7 a_n b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 상수 a , b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 극값을 갖고, 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합이 8이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 상수 a 에 대하여 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+2} + 7 & (x < -2) \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^{x-a} + 10 & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $x+2^a y-t=0$ 이 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. $g(t)=2$ 를 만족시키는 t 의 최솟값이 함수 $f(x)$ 의 최솟값과 같도록 하는 모든 2^a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{2x^2 f(x) - (f(k))^2}{x-k} = \lim_{x \rightarrow k} \frac{(f(x))^2 - (f(k))^2}{x-k}$$

을 만족시키는 실수 k 는 $t, -t(t > 1)$ 뿐이다.

함수 $f(x)$ 의 최솟값이 17일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 실수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = 3 \text{ 이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} |a_n + n| & (a_n < 0) \\ a_n - 10 + k & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

이다.

$a_4 \times a_5 = 0$ 이 되도록 하는 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라

할 때, $M+m = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

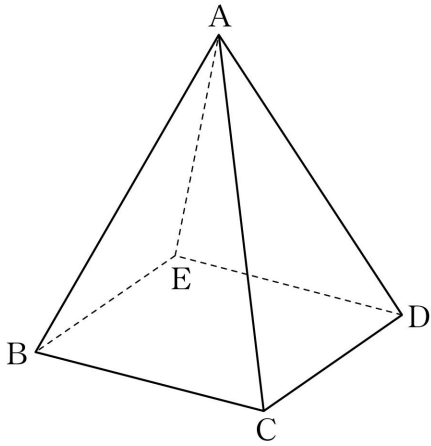
23. 두 벡터 $\vec{a} = (-1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 점 $(4, 4)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 BCDE를 밑면으로 하고 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AE}$ 인 사각뿔 A-BCDE가 있다. 직선 AC와 평면 BCDE가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]

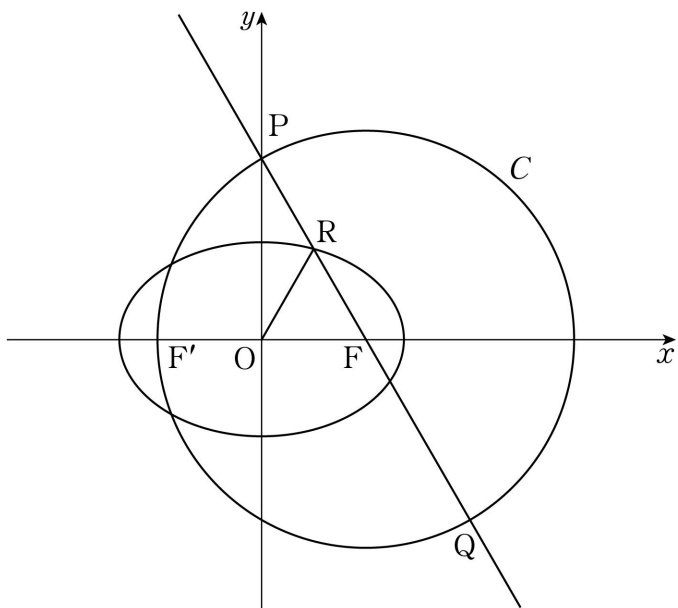


- ① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

26. 좌표공간의 두 점 $A(a, -5, 2)$, $B(2, 1, 1)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점을 P, 선분 AB를 2:1로 외분하는 점을 Q라 하자. 선분 PQ의 중점을 중심으로 하는 구가 yz 평면과 zx 평면에 모두 접할 때, 양수 a 의 값은? [3점]
- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

27. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F 를 중심으로 하고 점 F' 을 지나는 원을 C 라 하자. 원 C 가 y 축과 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 P 라 하고, 원 C 가 직선 PF 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 직선 PQ 가 타원과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 R 이라 하면 점 R 은 선분 PQ 를 1:3으로 내분한다. 선분 OR 의 길이는? (단, O 는 원점이다.)

[3점]

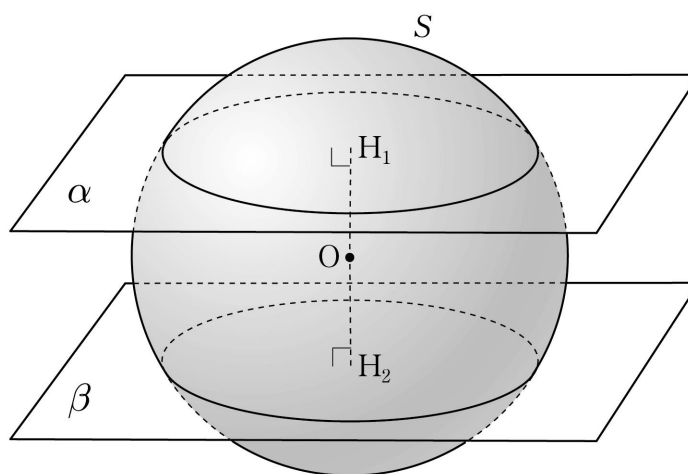


- ① $8\sqrt{3}-10$
- ② $7\sqrt{3}-8$
- ③ $6\sqrt{3}-6$
- ④ $5\sqrt{3}-4$
- ⑤ $4\sqrt{3}-2$

28. 좌표공간에 서로 평행한 두 평면 α, β 와 중심이 O 이고 반지름의 길이가 $\sqrt{13}$ 인 구 S 가 있다. 점 O 에서 두 평면 α, β 에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2 라 하면 $\overline{OH_1} = \overline{OH_2} = 2$ 이다. 구 S 가 평면 α 와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점을 P , 구 S 가 평면 β 와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점을 Q 라 하자.

삼각형 POQ 의 평면 β 위로의 정사영의 넓이가 최대일 때, 평면 POQ 와 평면 β 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은? (단, 세 점 O, P, Q 는 한 직선 위에 있지 않고, 직선 PQ 와 직선 H_1H_2 는 서로 평행하지 않다.) [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$
- ② $\frac{5\sqrt{17}}{34}$
- ③ $\frac{3\sqrt{17}}{17}$
- ④ $\frac{7\sqrt{17}}{34}$
- ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$



단답형

29. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 C 가 있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여 직선 PF 는 쌍곡선 C 의 한 점근선과 평행하다. 직선 PF 가 y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때,

$$\angle QPF' = \frac{\pi}{2}, \quad \overline{QF} = 20$$

이다. 삼각형 OPQ 의 넓이를 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]

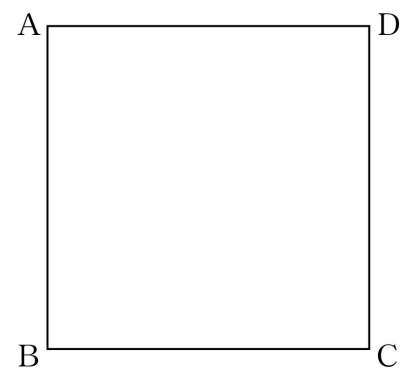
30. 좌표평면에 한 변의 길이가 8인 정사각형 $ABCD$ 와

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

를 만족시키는 점 E 가 있다. 선분 BC 를 지름으로 하는 원 위를 움직이는 점 P 에 대하여 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AP} \geq 0 \text{이면 } \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CQ} &= 4\overrightarrow{PQ} \text{이고,} \\ \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AP} < 0 \text{이면 } \overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CQ} &= 6\overrightarrow{PQ} \text{이다.} \end{aligned}$$

$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $(M+m)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.