

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[4]{3} \times 3^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 \times a_{13} = 64, \quad \frac{a_5}{a_2} = 2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 5 & (x < 2) \\ ax + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 5$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - x^3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

8. 1이 아닌 두 자연수 a, b 에 대하여

$$\log_2 a + \log_4 ab = \frac{5}{2}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 이차함수 $f(x)$ 가 $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 0$ 을 만족시킬 때,

$$f(0) - f(-1) + \int_0^1 \{x^2 + 2x + f'(x)\} dx$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

10. 다음과 같이 $0 \leq x < 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 있다.

$$n-1 \leq x < n \text{ 일 때, } f(x) = 3^n \sin \pi x + 4 \text{ 이다.}$$

(단, $n = 1, 2$)

함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 자연수인 점의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 - 5t^2 + 10t, \quad x_2 = \frac{5}{2}t^2 - 2t - 10$$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

12. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + 1 & (n \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + b_n & (n \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $b_9 - b_3 = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 145 ③ 190 ④ 235 ⑤ 280

13. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 5$ 와 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+a)+b & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

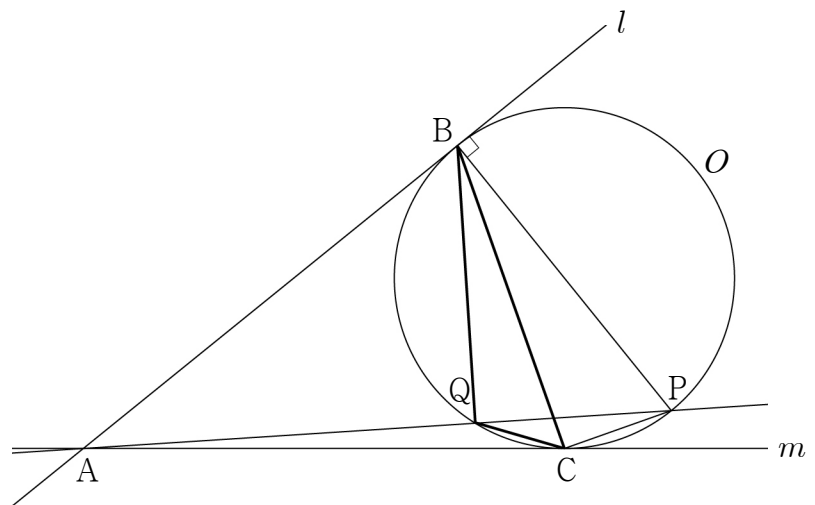
이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$$\left| \lim_{t \rightarrow k^+} h(t) - \lim_{t \rightarrow k^-} h(t) \right| = 2$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 k 의 값이 1, 4, 5 일 때, $g(-4)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 원 O 의 외부에 있는 점 A 에서 원 O 에 그은 두 접선을 각각 l, m 이라 하고, 두 직선 l, m 이 원 O 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 점 B 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 원 O 와 만나는 두 점 중에서 B 가 아닌 점을 Q , 직선 AP 가 원 O 와 만나는 두 점 중에서 P 가 아닌 점을 Q 라 하면 $\overline{AB} = 12$ 일 때, $\sin(\angle BPQ) : \sin(\angle QPC) = 3 : 1$ 이다. 삼각형 BQC 의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{22\sqrt{2}}{3}$

15. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| - x^2 & (x \leq 0) \\ \{f(x)\}^2 + x^3 & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = b$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 방정식 $g(x) = 0$ 은 음의 실근을 갖는다.

$g\left(-\frac{1}{2}\right) + g(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{183}{2}$ ② $\frac{187}{2}$ ③ $\frac{191}{2}$ ④ $\frac{195}{2}$ ⑤ $\frac{199}{2}$

단답형

16. 방정식

$$2\log_3(x+1) = \log_3(x+7)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 1$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때,
 $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{19} (2a_{k+1} - b_k) = 150, \quad \sum_{k=1}^{19} (a_{k+1} + b_k) = 330$$

이다. $a_1 = 3$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 극솟값 -6 을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

20. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = -2^{-x+a} + b$ 가 있다. 집합 $\{x | x \neq 4, x \text{는 실수}\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = f(x) + 2^x + \frac{|x-4|}{x-4} \{f(x) - 2^x\}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수는 0 또는 2이다.

21. 함수 $f(x) = -x^2 + kx$ ($k > 0$)의 그래프 위에 있는 제 1 사분면 위의 점 $A(a, f(a))$ ($a > \frac{k}{2}$)에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하고, 직선 $y = g(x)$ 의 x 절편을 b 라 하자. 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 삼각형 AOH 의 넓이를 S 라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_a^b g(x) dx = S$$

$$(나) \int_0^a \left\{ f(x) - \frac{1}{2}ax \right\} dx = \frac{32}{3}$$

- $g(-k)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, k 는 상수이다.)
[4점]

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 = 6$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 네 항 a_2, a_3, a_4, a_5 중 짝수인 항의 개수는 1이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선 다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (-6, 0)$, $\vec{b} = (k, 2)$ 에 대하여
 $\vec{a} + 2\vec{b} = (0, 4)$ 일 때, k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 y 절편은?

[3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

25. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(3, 4)$, $B(-3, 6)$ 에 대하여 점 P 가

$$(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) \cdot \overrightarrow{OB} = 0$$

을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{OP}|$ 의 최솟값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 초점 $F(c, 0)$ ($c > 0$)을 지나고

y 축에 평행한 직선이 쌍곡선과 제 1사분면에서 만나는

점을 P 라 하자. $\overline{PF} = 5$ 일 때, b^2 의 값은?

(단, b 는 양수이다.) [3점]

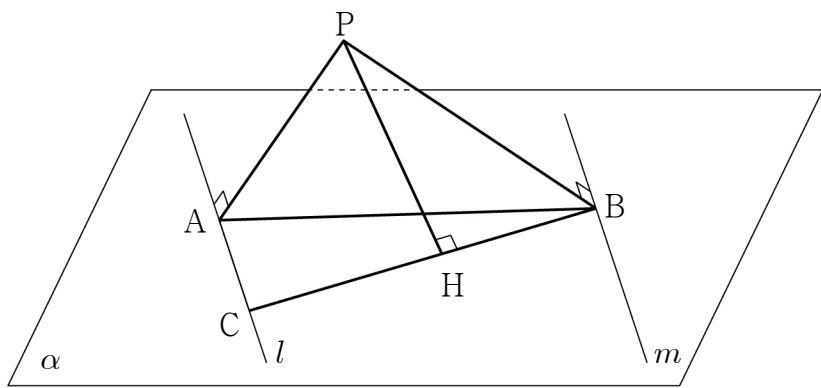
- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

27. 공간에 서로 평행한 두 직선 l, m 을 포함하는 평면 α 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P 에서 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 직선 l 위의 점 C 에 대하여 네 점 A, B, C, P 가

$$\overline{AP}=3, \overline{BP}=3\sqrt{2}, \frac{\overline{AP}}{\overline{CA}}=\frac{\overline{BP}}{\overline{BA}}=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$$

를 만족시킨다. 점 P 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 PH 의 길이는? [3점]

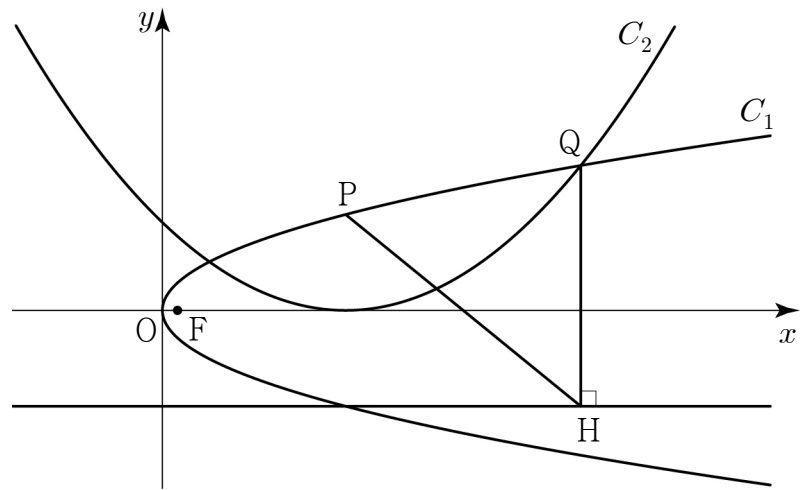
- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4



28. 양수 p 에 대하여 점 F 를 초점으로 하는 포물선 $C_1: y^2=4px$ 가 있다. 포물선 C_1 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 를 초점으로 하고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선을 C_2 라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 가 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 Q 라 하고, 점 Q 에서 포물선 C_2 의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{PH}=4\sqrt{15}, \overline{QH}=5\sqrt{6}$ 일 때, 선분 PF 의 길이는?

(단, 점 P 의 x 좌표는 점 F 의 x 좌표보다 크다.) [4점]

- ① $\frac{389}{40}$ ② $\frac{197}{20}$ ③ $\frac{399}{40}$ ④ $\frac{101}{10}$ ⑤ $\frac{409}{40}$

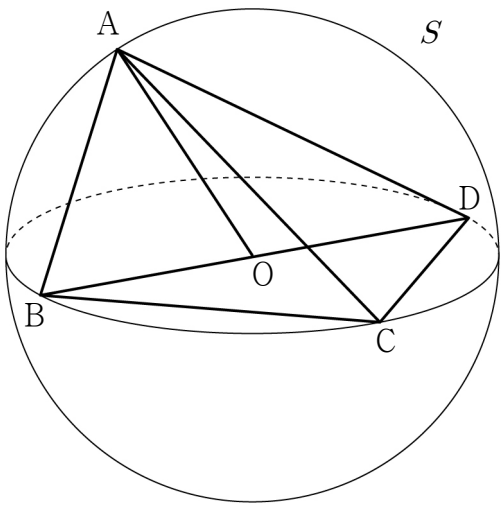


단답형

29. 공간에 점 O 가 중심이고 반지름의 길이가 5인 구 S 가 있다. 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 가

$$\overline{BC} = \overline{CD}, \overline{BD} = 10, \overline{AC} = \sqrt{74}, \overline{AB} < \overline{AD}$$

를 만족시킨다. 직선 OA 와 평면 BCD 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{3}{5}$ 이다. 삼각형 ABD 의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. [4점]



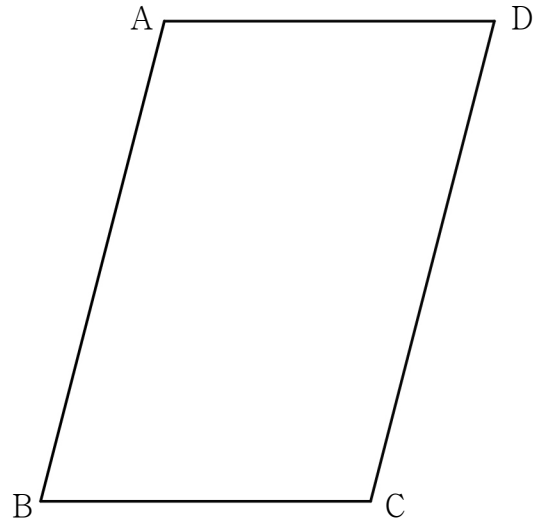
30. 좌표평면에 $\overline{AB} = 6, \overline{AD} = 4, \cos(\angle ABC) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 $ABCD$ 가 있다.

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BD}|$$

를 만족시키는 점 P 에 대하여

$$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP}$$

를 만족시키는 점을 Q 라 하자. $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{DQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.