

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터  $\vec{a} = (2, 4)$ ,  $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

2.  $\sin \frac{7\pi}{3}$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$     ②  $-\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

# 2

## 수학 영역(가형)

5. 함수  $f(x) = e^x(2x+1)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $8e$     ②  $7e$     ③  $6e$     ④  $5e$     ⑤  $4e$

7. 자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 3    ② 5    ③ 7    ④ 9    ⑤ 11

6. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 + 2, \quad y = t^3 + t - 1$$

에서  $t = 1$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

8. 부등식

$$2\log_2|x-1| \leq 1 - \log_2 \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

9. 함수  $f(x) = \frac{1}{x+3}$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(a+h) - f'(a)}{h} = 2$ 를

만족시키는 실수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

10. 주축의 길이가 4인 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 점근선의 방정식이

$y = \pm \frac{5}{2}x$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 21      ② 23      ③ 25      ④ 27      ⑤ 29

11. 두 벡터  $\vec{a} = (3, 1)$ ,  $\vec{b} = (4, -2)$ 가 있다.  
 벡터  $\vec{v}$ 에 대하여 두 벡터  $\vec{a}$ 와  $\vec{v} + \vec{b}$ 가 서로 평행할 때,  
 $|\vec{v}|^2$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

12. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가

$$\int_1^x f(t) dt = x^2 - a\sqrt{x} \quad (x > 0)$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

13. 이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.) [3점]

- ① 180    ② 210    ③ 240    ④ 270    ⑤ 300

14.  $\int_2^6 \ln(x-1)dx$ 의 값은? [4점]

- ①  $4\ln 5 - 4$     ②  $4\ln 5 - 3$     ③  $5\ln 5 - 4$   
④  $5\ln 5 - 3$     ⑤  $6\ln 5 - 4$

# 6

## 수학 영역(가형)

15. 그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상일 확률은? [4점]



- ①  $\frac{12}{55}$     ②  $\frac{16}{55}$     ③  $\frac{4}{11}$     ④  $\frac{24}{55}$     ⑤  $\frac{28}{55}$

16. 실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + k & (x \leq 2) \\ \ln(x-2) & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $y=x+t$ 와 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 가  $t=a$ 에서 불연속인  $a$ 의 값이 한 개일 때,  $k$ 의 값은? [4점]

- ①  $-2$     ②  $-\frac{9}{4}$     ③  $-\frac{5}{2}$     ④  $-\frac{11}{4}$     ⑤  $-3$

17. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{3}{23}$     ②  $\frac{5}{23}$     ③  $\frac{7}{23}$     ④  $\frac{9}{23}$     ⑤  $\frac{11}{23}$

18. 좌표평면에서 점 P는 시각  $t=0$ 일 때  $(0, -1)$ 에서 출발하여 시각  $t$ 에서의 속도가

$$\vec{v} = (2t, 2\pi \sin 2\pi t)$$

이고, 점 Q는 시각  $t=0$ 일 때 출발하여 시각  $t$ 에서의 위치가

$$Q(4\sin 2\pi t, |\cos 2\pi t|)$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 만나는 횟수는? [4점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

19. 다음은  $x$ 에 대한 다항식  $(x+a^2)^n$ 과  $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서  $x^{n-1}$ 의 계수가 같게 되는 두 자연수  $a$ 와  $n(n \geq 4)$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$(x+a^2)^n$ 의 전개식에서  $x^{n-1}$ 의 계수는  $a^2n$ 이다.

$(x^2-2a)(x+a)^n = x^2(x+a)^n - 2a(x+a)^n$ 에서

$x^2(x+a)^n$ 을 전개하면  $x^{n-1}$ 의 계수는  $\boxed{\text{(가)}} \times a^3$ 이고,

$2a(x+a)^n$ 을 전개하면  $x^{n-1}$ 의 계수는  $2a^2n$ 이다.

따라서  $(x^2-2a)(x+a)^n$ 의 전개식에서  $x^{n-1}$ 의 계수는

$$\boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이다. 그러므로

$$a^2n = \boxed{\text{(가)}} \times a^3 - 2a^2n$$

이고, 이 식을 정리하여  $a$ 를  $n$ 에 관한 식으로 나타내면

$$a = \frac{18}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. 여기서  $a$ 는 자연수이고  $n$ 은 4 이상의 자연수이므로

$$n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를  $k$ 라 할 때,  $f(k)+g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① 10      ② 16      ③ 22      ④ 28      ⑤ 34

20. 양수  $a$ 와 실수  $b$ 에 대하여 함수  $f(x) = ae^{3x} + be^x$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(0)$ 의 값은? [4점]

(가)  $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수  $x_1, x_2$ 에

대하여  $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.

(나) 구간  $[k, \infty)$ 에서 함수  $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,

$$f(2m) = -\frac{80}{9} \text{이다.}$$

- ① -15      ② -12      ③ -9      ④ -6      ⑤ -3

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x)\sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)F'(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때,  $f(3)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 57      ② 55      ③ 53      ④ 51      ⑤ 49

단답형

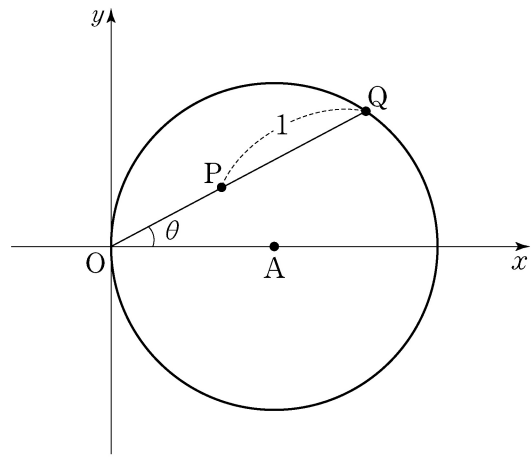
22.  ${}_6C_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = \sqrt{x^3+1}$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

24.  $\int_2^4 2e^{2x-4} dx = k$  일 때,  $\ln(k+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 좌표평면에 점  $A(1, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원 위의 점  $Q$ 에 대하여  $\angle AOQ = \theta (0 < \theta < \frac{\pi}{3})$ 라 할 때, 선분  $OQ$  위에  $\overline{PQ} = 1$ 인 점  $P$ 를 정한다. 점  $P$ 의  $y$ 좌표가 최대가 될 때  $\cos \theta = \frac{a + \sqrt{b}}{8}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $a$ 와  $b$ 는 자연수이다.) [4점]



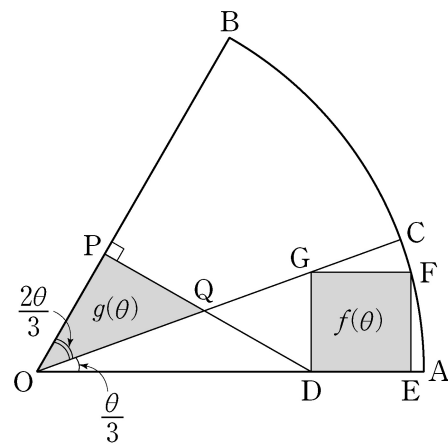
25. 좌표평면 위의 점  $(6, 3)$ 을 지나고 벡터  $\vec{u} = (2, 3)$ 에 평행한 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $A$ ,  $y$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 할 때,  $\overline{AB}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 집합  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 같지 않은 경우의 수를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\theta$ 인 부채꼴  $OAB$ 에서 호  $AB$ 의 삼등분점 중 점  $A$ 에 가까운 점을  $C$ 라 하자. 변  $DE$ 가 선분  $OA$  위에 있고, 꼭짓점  $G, F$ 가 각각 선분  $OC$ , 호  $AC$  위에 있는 정사각형  $DEFG$ 의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하자. 점  $D$ 에서 선분  $OB$ 에 내린 수선의 발을  $P$ , 선분  $DP$ 와 선분  $OC$ 가 만나는 점을  $Q$ 라 할 때, 삼각형  $OQP$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때,  $60k$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.) [4점]



29. 좌표평면에서 중심이  $O$  이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을  $A$ , 중심이  $O$  이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을  $B$ 라 할 때, 점  $P$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP} = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$   
 (나)  $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 20$

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값은  $m$ 이고 이때  $|\overrightarrow{OP}| = k$ 이다.  $m+k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수  $a$ 와 함수  $f(x) = \ln(x^4 + 1) - c$  ( $c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  ( $m$ 은 자연수)이다.  $a = \alpha_1$ 일 때, 함수  $g(x)$ 와 상수  $k$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(x)$ 는  $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.  
 (나)  $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k\alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.