

제 2 교시

## 수학 영역

홀수형

## 5지선다형

1.  $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 함수  $f(x) = x^3 - 8x + 7$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수  $k$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_4}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} = 30$$

을 만족시킬 때,  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5x + a & (x < -2) \\ x^2 - a & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

5. 함수  $f(x)=(x^2+1)(3x^2-x)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

6.  $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{5}$  일 때,  $\frac{\sin\theta}{1-\cos^2\theta}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-5$
- ②  $-\sqrt{5}$
- ③ 0
- ④  $\sqrt{5}$
- ⑤ 5

7. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt=3x^3+2x$$

를 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15



11. 시각  $t=0$  일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의  
시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x=t^3-\frac{3}{2}t^2-6t$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의  
점 P의 가속도는? [4점]

- ① 6            ② 9            ③ 12            ④ 15            ⑤ 18

12.  $a_1=2$ 인 수열  $\{a_n\}$ 과  $b_1=2$ 인 등차수열  $\{b_n\}$ 이  
모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 120            ② 125            ③ 130            ④ 135            ⑤ 140

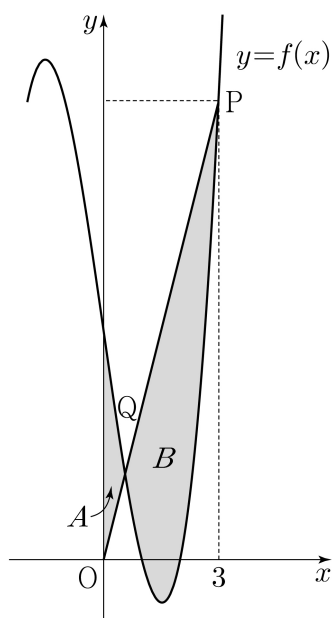
13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가

$$f(1) = f(2) = 0, \quad f'(0) = -7$$

을 만족시킨다. 원점  $O$ 와 점  $P(3, f(3))$ 에 대하여 선분  $OP$ 가 곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점 중  $P$ 가 아닌 점을  $Q$ 라 하자.

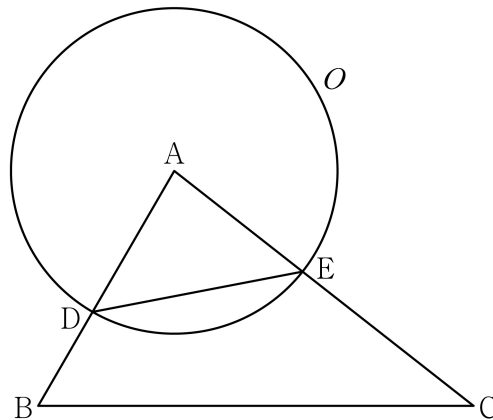
곡선  $y=f(x)$ 와  $y$ 축 및 선분  $OQ$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $A$ , 곡선  $y=f(x)$ 와 선분  $PQ$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $B$ 라 할 때,  $B-A$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{37}{4}$     ②  $\frac{39}{4}$     ③  $\frac{41}{4}$     ④  $\frac{43}{4}$     ⑤  $\frac{45}{4}$



14. 그림과 같이 삼각형  $ABC$ 에서 선분  $AB$  위에  $\overline{AD}:\overline{DB}=3:2$ 인 점  $D$ 를 잡고, 점  $A$ 를 중심으로 하고 점  $D$ 를 지나는 원을  $O$ , 원  $O$ 와 선분  $AC$ 가 만나는 점을  $E$ 라 하자.

$\sin A:\sin C=8:5$ 이고, 삼각형  $ADE$ 와 삼각형  $ABC$ 의 넓이의 비가  $9:35$ 이다. 삼각형  $ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원  $O$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $PBC$ 의 넓이의 최댓값은? (단,  $\overline{AB} < \overline{AC}$ ) [4점]



- ①  $18 + 15\sqrt{3}$     ②  $24 + 20\sqrt{3}$     ③  $30 + 25\sqrt{3}$   
④  $36 + 30\sqrt{3}$     ⑤  $42 + 35\sqrt{3}$

15. 상수  $a(a \neq 3\sqrt{5})$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.  
(나)  $x$ 에 대한 방정식  $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30      ② 32      ③ 34      ④ 36      ⑤ 38

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3) = \log_4(3x-5)$$

를 만족시키는 실수  $x$ 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 9x^2 + 4x$ 이고  $f(1) = 6$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 12$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x$$

라 하자. 함수  $f(x)$ 의 극댓값이  $\frac{7}{27}$ 일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 과 직선  $y = x$ 가 만나는 점의  $x$ 좌표를  $k$ 라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$x > k$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} \text{ 이고 } f(f(x)) = 3x \text{ 이다.}$$

$f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수  $a, b$ 에 대하여  $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수  $\alpha$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

22. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나)  $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수  $m$ 의 최솟값은 3이다.

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 두 벡터  $\vec{a} = (k, 3)$ ,  $\vec{b} = (1, 2)$ 에 대하여  $\vec{a} + 3\vec{b} = (6, 9)$ 일 때,  $k$ 의 값은? [2점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

24. 꼭짓점의 좌표가  $(1, 0)$ 이고, 준선이  $x = -1$ 인 포물선이 점  $(3, a)$ 를 지날 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

25. 좌표공간의 두 점  $A(a, b, 6)$ ,  $B(-4, -2, c)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 3:2로 내분하는 점이  $z$ 축 위에 있고, 선분  $AB$ 를 3:2로 외분하는 점이  $xy$ 평면 위에 있을 때,  $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

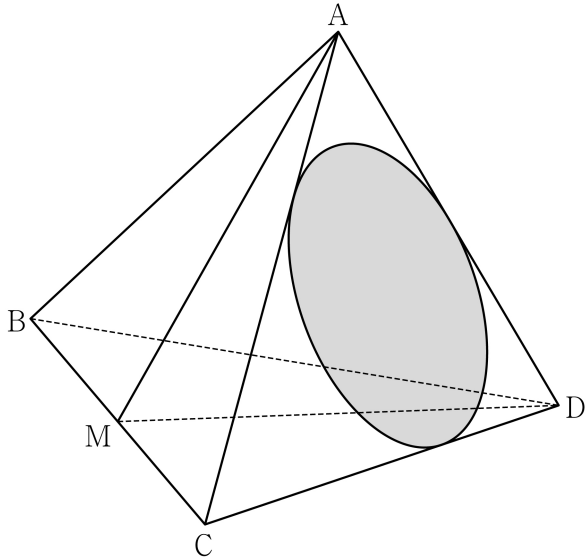
26. 자연수  $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선  $x = \frac{1}{n}$ 이 두 타원

$$C_1 : \frac{x^2}{2} + y^2 = 1, \quad C_2 : 2x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

과 만나는 제1사분면 위의 점을 각각  $P$ ,  $Q$ 라 하자.  
타원  $C_1$  위의 점  $P$ 에서의 접선의  $x$ 절편을  $\alpha$ ,  
타원  $C_2$  위의 점  $Q$ 에서의 접선의  $x$ 절편을  $\beta$ 라 할 때,  
 $6 \leq \alpha - \beta \leq 15$ 가 되도록 하는 모든  $n$ 의 개수는? [3점]

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

27. 그림과 같이  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{BC} = 4\sqrt{5}$  인 사면체 ABCD 에 대하여 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 삼각형 AMD가 정삼각형이고 직선 BC는 평면 AMD와 수직일 때, 삼각형 ACD에 내접하는 원의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는? [3점]



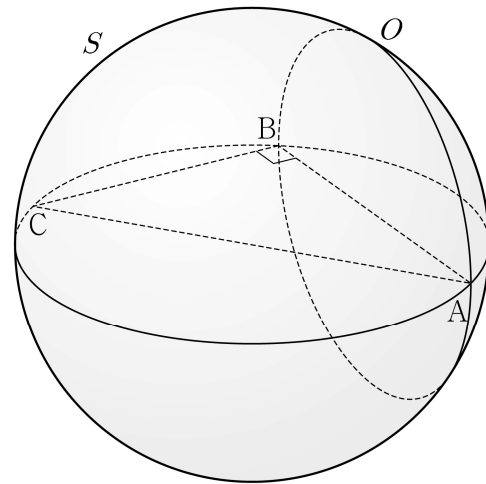
- ①  $\frac{\sqrt{10}}{4}\pi$       ②  $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$       ③  $\frac{\sqrt{10}}{8}\pi$   
 ④  $\frac{\sqrt{10}}{10}\pi$       ⑤  $\frac{\sqrt{10}}{12}\pi$

28. 좌표공간에  $\overline{AB} = 8$ ,  $\overline{BC} = 6$ ,  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$  인 직각삼각형

ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 구 S가 있다. 직선 AB를 포함하고 평면 ABC에 수직인 평면이 구 S와 만나서 생기는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 중에서 직선 AC까지의 거리가 4인 서로 다른 두 점을 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

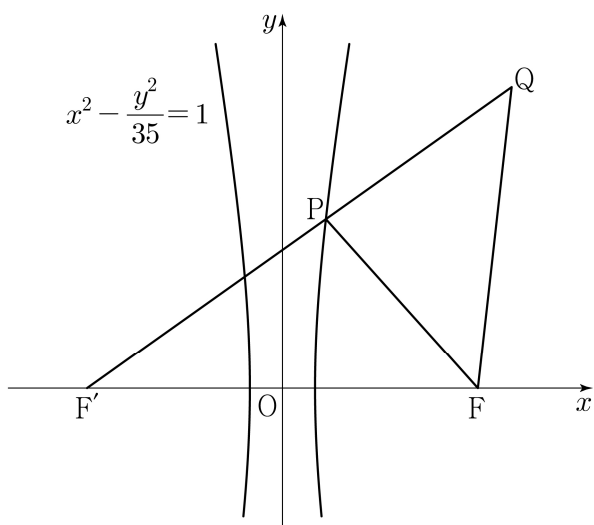
[4점]

- ①  $\sqrt{43}$       ②  $\sqrt{47}$       ③  $\sqrt{51}$       ④  $\sqrt{55}$       ⑤  $\sqrt{59}$



## 단답형

29. 두 초점이  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )인 쌍곡선  $x^2 - \frac{y^2}{35} = 1$  이 있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점  $P$ 에 대하여 직선  $PF'$  위에  $\overline{PQ} = \overline{PF}$  인 점  $Q$ 를 잡자. 삼각형  $QF'F$ 와 삼각형  $FF'P$ 가 서로 닮음일 때, 삼각형  $PFQ$ 의 넓이는  $\frac{q}{p}\sqrt{5}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $\overline{PF'} < \overline{QF'}$  이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



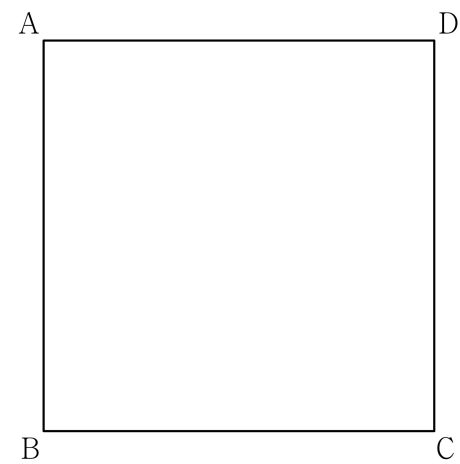
30. 좌표평면에 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{XB} + \overrightarrow{XC}| = |\overrightarrow{XB} - \overrightarrow{XC}|$$

를 만족시키는 점  $X$ 가 나타내는 도형을  $S$ 라 하자. 도형  $S$  위의 점  $P$ 에 대하여

$$4\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PD}$$

를 만족시키는 점을  $Q$ 라 할 때,  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 하자.  $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]



\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.