

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{1-\sqrt{5}} \times 3^{1+\sqrt{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

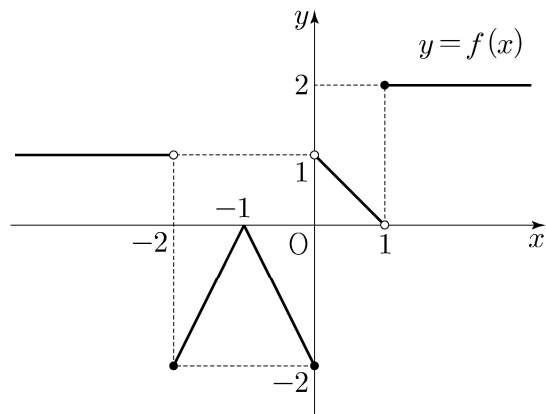
2. 함수 $f(x) = 2x^2 - x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3 a_8}{a_6} = 12, \quad a_5 + a_7 = 36$$

일 때, a_{11} 의 값은? [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

6. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 은 $x = -1$ 에서 극대이고,
 $x = 3$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a, b 는
상수이다.) [3점]

- ① 0 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

7. 두 실수 a, b 가

$$3a + 2b = \log_3 32, \quad ab = \log_9 2$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 6x^2 - 2f(1)x, \quad f(0) = 4$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선과

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선이

점 $(1, 3)$ 에서 만날 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

9. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin \frac{\pi}{7}$$

를 만족시키는 모든 x 의 값의 범위는 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.

$\beta - \alpha$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{7}\pi$ ② $\frac{17}{14}\pi$ ③ $\frac{9}{7}\pi$ ④ $\frac{19}{14}\pi$ ⑤ $\frac{10}{7}\pi$

11. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(1)과 점 B(8)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 4t - 7, \quad v_2(t) = 2t + 4$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q 사이의 거리가 처음으로 4가 될 때까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 19 ④ 25 ⑤ 32

12. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 172 ② 175 ③ 178 ④ 181 ⑤ 184

13. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x^3 - ax^2 - bx & (x < 0) \\ \frac{1}{3}x^3 + ax^2 - bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$ 에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$ 에서 증가할 때, $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M-m$ 의 값은?
[4점]

- ① $\frac{3}{2} + 3\sqrt{2}$ ② $3 + 3\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2} + 3\sqrt{2}$
 ④ $6 + 3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15}{2} + 3\sqrt{2}$

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

집합 $\{f(x) \mid x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위는 $3 \leq k < 4$ 이다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여
함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ 3 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) - 1$ 일 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

단답형

16. 방정식 $\log_2(x-1) = \log_4(13+2x)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 34, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k = 10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

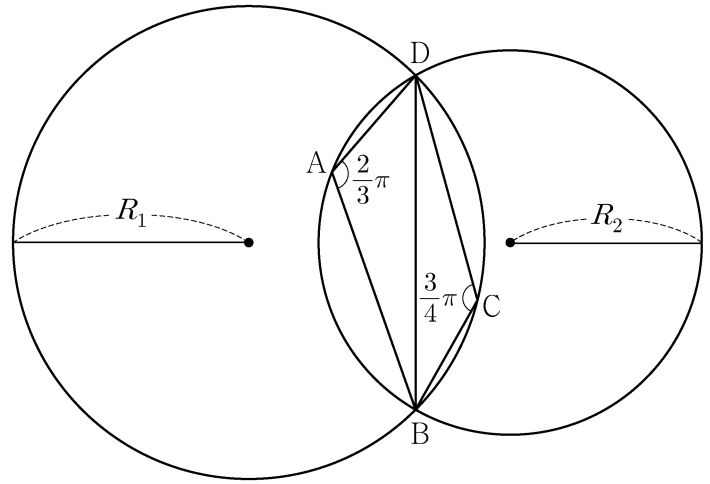
18. 함수 $f(x) = (x^2 + 1)(x^2 + ax + 3)$ 에 대하여 $f'(1) = 32$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 곡선 $y = 3x^3 - 7x^2$ 과 $y = -x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이

$$\overline{AB} = 2, \overline{AD} = 1, \angle DAB = \frac{2}{3}\pi, \angle BCD = \frac{3}{4}\pi$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1 , 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2 라 하자.



다음은 $R_1 \times R_2$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{BD}$$

이고, 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$R_2 = \boxed{\text{(가)}} \times \overline{BD}$$

이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{BD}^2 = 2^2 + 1^2 - \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$R_1 \times R_2 = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $9 \times (p \times q \times r)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. a_7 이 13의 배수이고

$\sum_{k=1}^7 S_k = 644$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오. [4점]

22. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고 $g(x)$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 할 때, 이 함수들은 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_1^x f(t)dt = xf(x) - 2x^2 - 1$$

$$(나) f(x)G(x) + F(x)g(x) = 8x^3 + 3x^2 + 1$$

$\int_1^3 g(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{e^{2x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \cos 2t, \quad y = \sin^2 t$$

에서 $t = \frac{\pi}{4}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2

수학 영역(미적분)

25. 함수 $f(x) = x + \ln x$ 에 대하여 $\int_1^e \left(1 + \frac{1}{x}\right) f(x) dx$ 의 값은?
[3점]

- ① $\frac{e^2}{2} + \frac{e}{2}$ ② $\frac{e^2}{2} + e$ ③ $\frac{e^2}{2} + 2e$
 ④ $e^2 + e$ ⑤ $e^2 + 2e$

26. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여
 $a_1 = b_1 = 1, a_2 b_2 = 1$ 이고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n a_{n+1}} + b_n \right) = 2$$

일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

27. $x = -\ln 4$ 에서 $x = 1$ 까지의 곡선 $y = \frac{1}{2}(|e^x - 1| - e^{|x|} + 1)$ 의 길이는? [3점]

- ① $\frac{23}{8}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{29}{8}$ ④ 4 ⑤ $\frac{35}{8}$

28. 실수 $a (0 < a < 2)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2|\sin 4x| & (x < 0) \\ -\sin ax & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수

$$g(x) = \left| \int_{-a\pi}^x f(t) dt \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, a 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

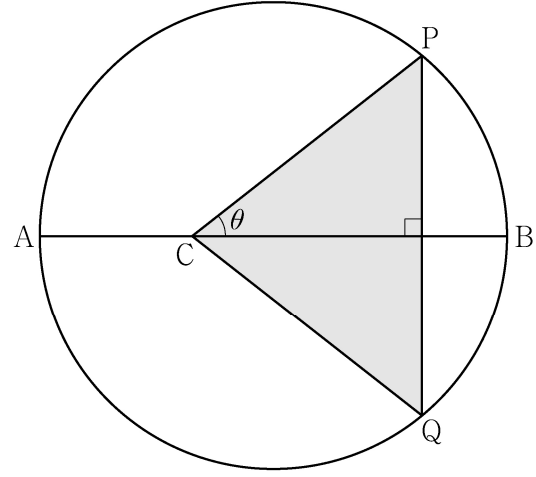
단답형

29. 두 실수 $a, b (a > 1, b > 1)$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + a^{n+1}}{3^{n+1} + a^n} = a, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = \frac{9}{a}$$

를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에 $\overline{AC} = 4$ 인 점 C가 있다. 이 원 위의 점 P를 $\angle PCB = \theta$ 가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $-7 \times S'(\frac{\pi}{4})$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.