

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=(x^3+1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=2$, $f'(1)=3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 12
- ② 14
- ③ 16
- ④ 18
- ⑤ 20

6. $\cos\theta<0$ 이고 $\sin(-\theta)=\frac{1}{7}\cos\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$
- ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$
- ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$
- ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

7. 상수 $a(a>2)$ 에 대하여 함수 $y=\log_2(x-a)$ 의 그래프의

접근선이 두 곡선 $y=\log_2\frac{x}{4}$, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 와 만나는 점을 각각

A, B라 하자. $\overline{AB}=4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

8. 두 곡선 $y=2x^2-1$, $y=x^3-x^2+k$ 가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

10. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

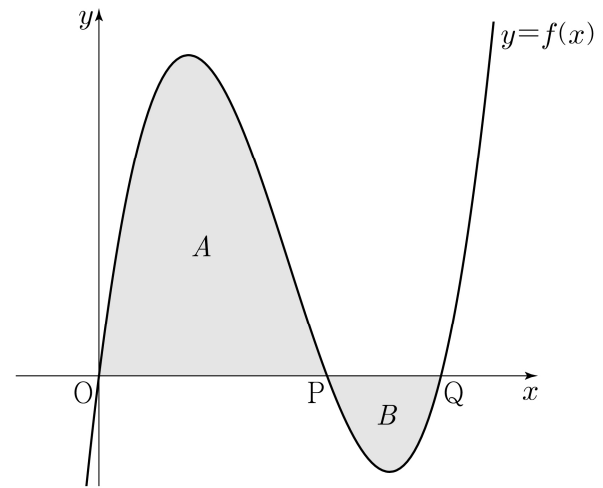
$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P , Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 영역을 B 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$$

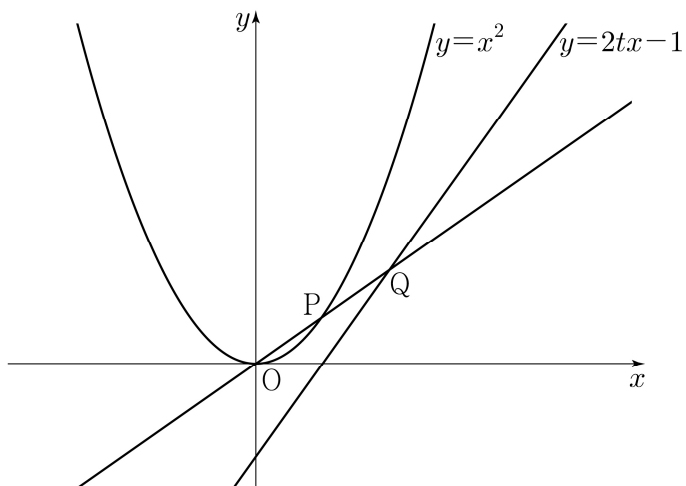
일 때, k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



11. 그림과 같이 실수 $t (0 < t < 1)$ 에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{\overline{PQ}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이라 하고, 두 집합 A, B 를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

13. 그림과 같이

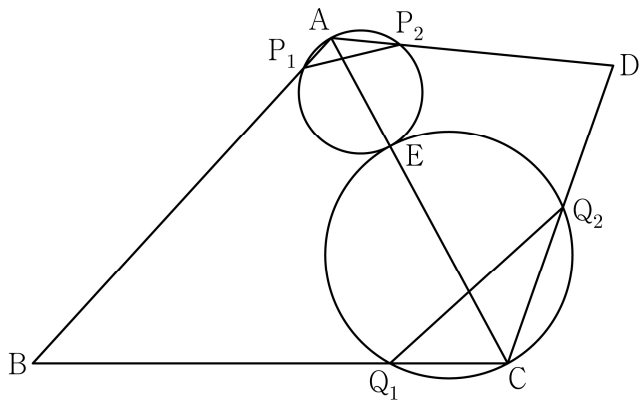
$$\overline{BC} = 3, \overline{CD} = 2, \cos(\angle BCD) = -\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두
예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여
선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는
점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2 라 하고,

선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는
점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2 라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3:5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때,

$\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

14. 실수 $a(a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동 방향을
한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지
점 P의 위치의 변화량의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

6 수학 영역

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = k \text{이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$
$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx+a$ 는 $x=1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^xf(t)dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여
 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x)=a\sin bx+8-a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.
(나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

21. 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y = t - \log_2 x$ 와 $y = 2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자.
 <보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$)
 [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$ 이다.

————<보 기>————

ㄱ. $f(1)=1$ 이고 $f(2)=2$ 이다.

ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.

ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

22. 정수 $a(a \neq 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 포물선 $y^2 = -12(x-1)$ 의 준선을 $x=k$ 라 할 때, 상수 k 의 값은? [2점]

① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

24. 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점 A, B, C에 대하여

$$2\overrightarrow{AB} + p\overrightarrow{BC} = q\overrightarrow{CA}$$

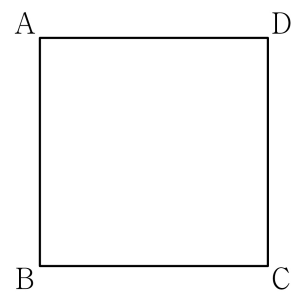
일 때, $p-q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 실수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서

$$(\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{AC} + 3k\overrightarrow{CD}) = 0$$

일 때, 실수 k 의 값은? [3점]



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

26. 두 초점이 $F(12, 0)$, $F'(-4, 0)$ 이고, 장축의 길이가 24인 타원 C 가 있다. $\overline{F'F} = \overline{F'P}$ 인 타원 C 위의 점 P 에 대하여 선분 $F'P$ 의 중점을 Q 라 하자. 한 초점이 F' 인 타원

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

이 점 Q 를 지날 때, $\overline{PF} + a^2 + b^2$ 의 값은?

(단, a 와 b 는 양수이다.) [3점]

- ① 46 ② 52 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

27. 포물선 $(y-2)^2=8(x+2)$ 위의 점 P와 점 A(0, 2)에 대하여 $\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PA}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P를 P_0 이라 하자. $\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{QA}=\overrightarrow{OP_0}+\overrightarrow{P_0A}$ 를 만족시키는 점 Q에 대하여 점 Q의 y 좌표의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, M^2+m^2 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

28. 좌표평면의 네 점 A(2, 6), B(6, 2), C(4, 4), D(8, 6)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 X의 집합을 S 라 하자.

(가) $\{(\overrightarrow{OX}-\overrightarrow{OD})\cdot\overrightarrow{OC}\}\times\{|\overrightarrow{OX}-\overrightarrow{OC}|-3\}=0$

(나) 두 벡터 $\overrightarrow{OX}-\overrightarrow{OP}$ 와 $\overrightarrow{OC}$ 가 서로 평행하도록 하는 선분 AB 위의 점 P가 존재한다.

집합 S 에 속하는 점 중에서 y 좌표가 최대인 점을 Q, y 좌표가 최소인 점을 R이라 할 때, $\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{OR}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① 25

② 26

③ 27

④ 28

⑤ 29

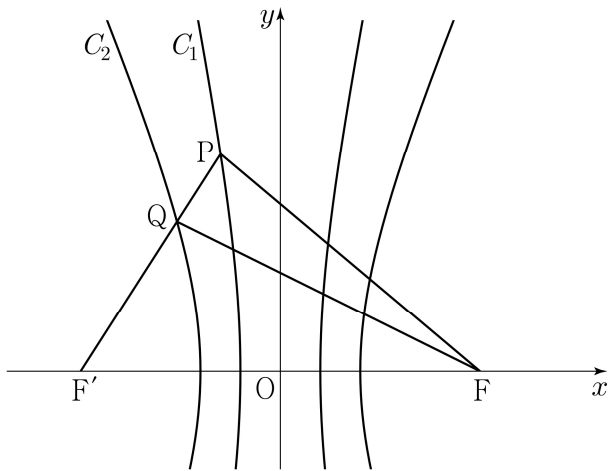
단답형

29. 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 두 쌍곡선

$$C_1: x^2 - \frac{y^2}{24} = 1, \quad C_2: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{21} = 1$$

이 있다. 쌍곡선 C_1 위에 있는 제2사분면 위의 점 P 에 대하여 선분 PF' 이 쌍곡선 C_2 와 만나는 점을 Q 라 하자.

$\overline{PQ} + \overline{QF}$, $2\overline{PF'}$, $\overline{PF} + \overline{PF'}$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 PQ 의 기울기는 m 이다. $60m$ 의 값을 구하시오. [4점]



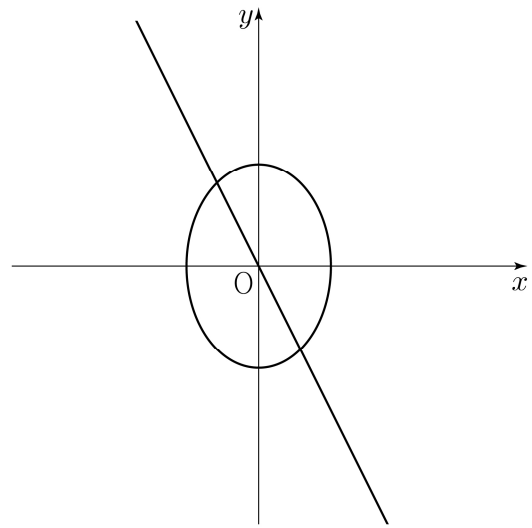
30. 직선 $2x + y = 0$ 위를 움직이는 점 P 와

타원 $2x^2 + y^2 = 3$ 위를 움직이는 점 Q 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키고, x 좌표와 y 좌표가 모두 0 이상인 모든 점 X 가 나타내는 영역의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.