

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

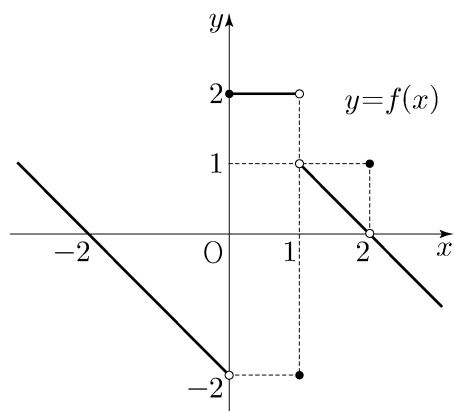
2. 함수 $f(x) = x^3 + 9$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2 \theta = \frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2 \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{9}$ ④ $-\frac{1}{9}$ ⑤ 0

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$$

일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ x & (-1 \leq x < 3) \\ bx-2 & (x \geq 3) \end{cases}$$

이다. 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

7. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -\sin 2x$ 가 $x=a$ 에서 최댓값을 갖고 $x=b$ 에서 최솟값을 갖는다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는 직선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최솟값은? [3점]

(가) $f(1) = 3$
 (나) $1 < x < 5$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \geq 5$ 이다.

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

9. 두 함수

$$f(x) = x^3 - x + 6, \quad g(x) = x^2 + a$$

가 있다. $x \geq 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

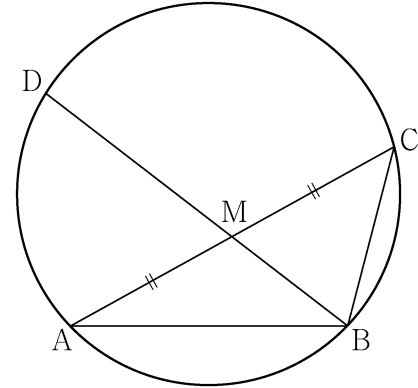
$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3, \overline{BC} = 2, \overline{AC} > 3$ 이고

$\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
 ④ $\frac{9\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\sqrt{10}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t, \quad v_2(t) = 3t$$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

$$(가) \quad a_5 \times a_7 < 0$$

$$(나) \quad \sum_{k=1}^6 |a_{k+6}| = 6 + \sum_{k=1}^6 |a_{2k}|$$

- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

13. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다.

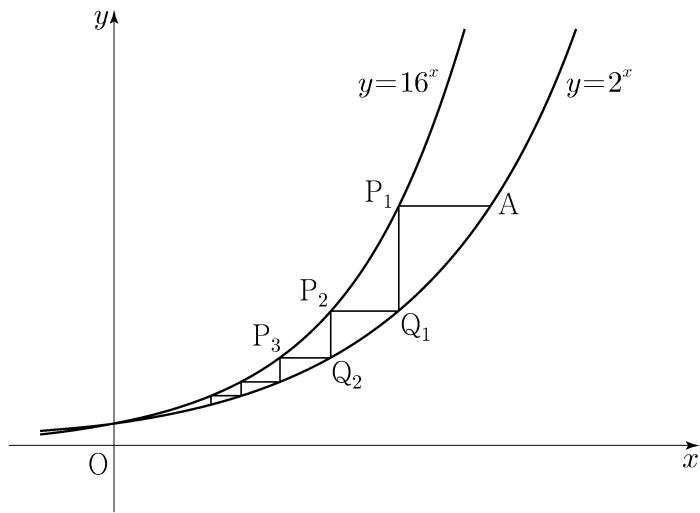
점 A 를 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자.

점 Q_1 을 지나며 x 축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y 축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 두 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때,

$x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n 의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k 의 개수는? [4점]

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60



14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(0) = 0$

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2 < f(1) < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) = x$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + \frac{1}{k+1} & (a_n \leq 0) \\ a_n - \frac{1}{k} & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 + 6x^2$ 이고 $f(0) = -1$ 일 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. $\sum_{k=1}^{10} (4k+a) = 250$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$ 는 $x=1$ 과 $x=4$ 에서 극소이다.

$f(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

19. 함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 는 $x=1$ 에서 극소이다.

함수 $f(x)$ 의 극댓값이 4일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

21. 자연수 n 에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x < 0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{|g(x)| + \{g(t)\}^2} - |g(t)|}{(x+3)^2} \text{의 값이 존재하지 않는}$$

실수 t 의 값은 -3 과 6 뿐이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3n} - \sqrt{n^2+n}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

24. 곡선 $x^2 - y \ln x + x = e$ 위의 점 (e, e^2) 에서의 접선의 기울기는? [3점]

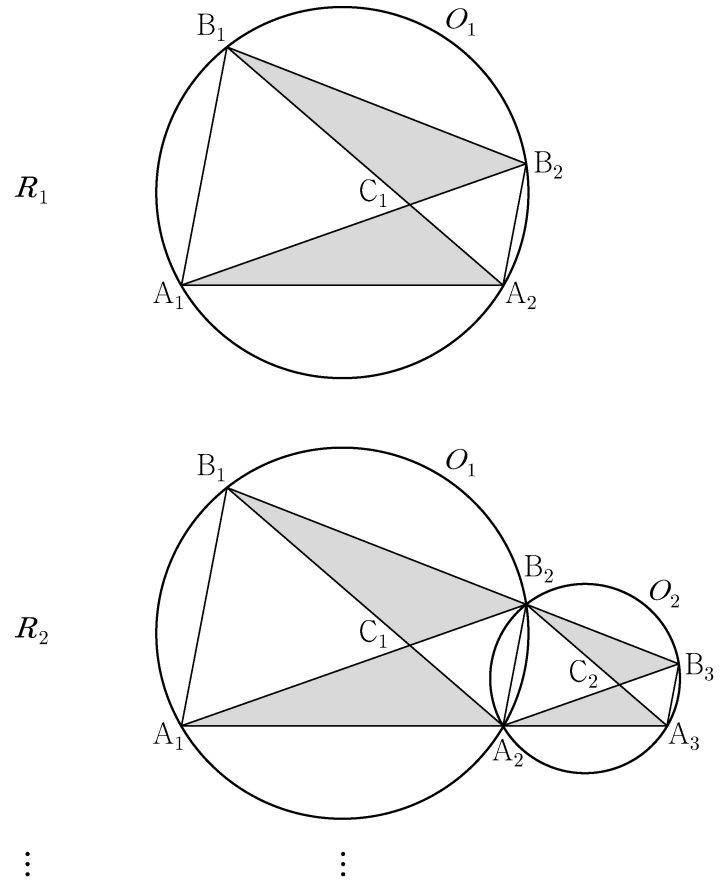
- ① $e+1$ ② $e+2$ ③ $e+3$ ④ $2e+1$ ⑤ $2e+2$

25. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 3$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 2$, $\overline{B_1A_2} = 3$ 이고 $\angle A_1B_1A_2 = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 $A_1A_2B_1$ 과 이 삼각형의 외접원 O_1 이 있다.
 점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 에 평행한 직선이 원 O_1 과 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 두 선분 A_1B_2 , B_1A_2 가 만나는 점을 C_1 이라 할 때, 두 삼각형 $A_1A_2C_1$, $B_1C_1B_2$ 로 만들어진 \bowtie 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
 그림 R_1 에서 점 B_2 를 지나고 직선 B_1A_2 에 평행한 직선이 직선 A_1A_2 와 만나는 점을 A_3 이라 할 때, 삼각형 $A_2A_3B_2$ 의 외접원을 O_2 라 하자. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 B_3 , C_2 를 잡아 원 O_2 에 \bowtie 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{11\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{13\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

27. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{3n+7}{n+2} \right)$$

이 실수 S 에 수렴할 때, S 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

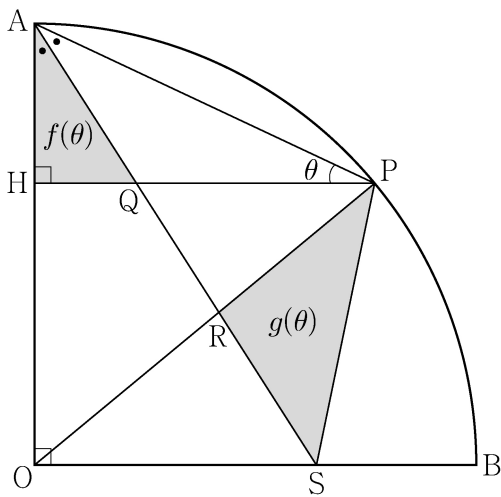
이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이고,
 함수 $|g(x)|$ 는 $x=2$ 에서 극소이다.
 (다) 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① $\ln \frac{13}{27}$ ② $\ln \frac{16}{27}$ ③ $\ln \frac{19}{27}$ ④ $\ln \frac{22}{27}$ ⑤ $\ln \frac{25}{27}$

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
 [4점]



30. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

$g(5) + \lim_{t \rightarrow 5} g(t) = 5$ 일 때, $\lim_{t \rightarrow k^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow k^+} g(t)$ 를 만족시키는

모든 실수 k 의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.