

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \times 3^{-\frac{7}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 4x + 5$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad a_2 a_4 = 36$$

일 때, $\frac{a_7}{a_3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x \leq -1) \\ x^2 - 5x - a & (x > -1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

6. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{\sin \theta}{1 + \sin \theta} = 4$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -4$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. a_{13} 의 값은? [3점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

8. 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t^3 + 12t^2$$

이다. 시각 $t=k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각 $t=3k$ 에서 $t=4k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

10. 두 양수 a, b 에 대하여 곡선 $y = a \sin b \pi x$ ($0 \leq x \leq \frac{3}{b}$)이

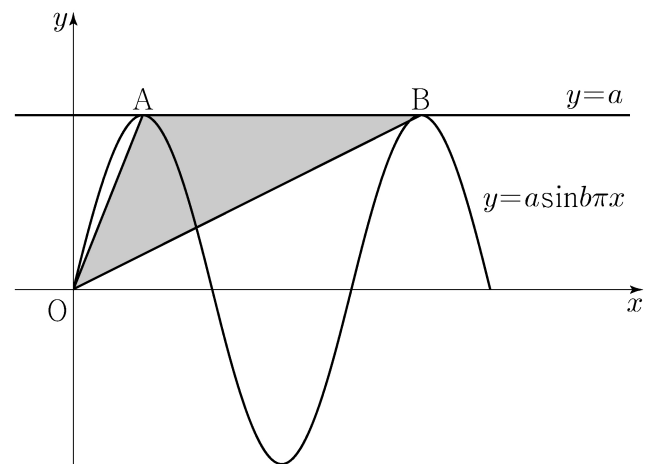
직선 $y=a$ 와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.

삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와

직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



11. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = 2x^3 + ax^2 + 3a + \int_1^x f(t) dt$$

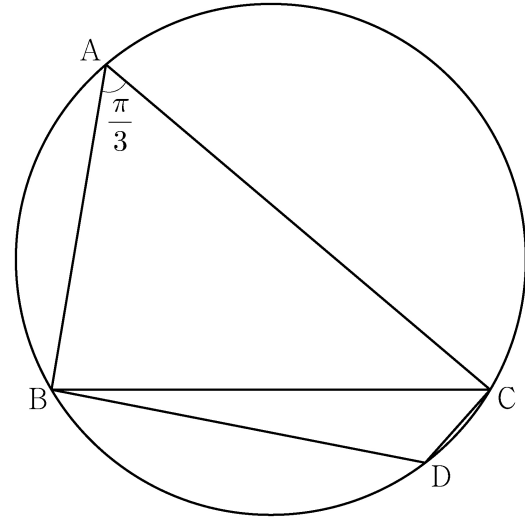
를 만족시킨다. $f(1) = \int_0^1 f(t) dt$ 일 때, $a + f(3)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 반지름의 길이가 $2\sqrt{7}$ 인 원에 내접하고 $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 점 A를 포함하지 않는 호 BC 위의 점 D에
대하여 $\sin(\angle BCD) = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CD}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{2}$ ② 10 ③ $\frac{21}{2}$ ④ 11 ⑤ $\frac{23}{2}$



13. 첫째항이 -45 이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은? [4점]

(가) $|a_m| = |a_{m+3}|$ 인 자연수 m 이 존재한다.
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k > -100$ 이다.

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0) = f'(2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) - f(0) & (x \leq 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $p=1$ 일 때, $g'(1) = 0$ 이다.
 ㄴ. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p 의 개수는 1이다.
 ㄷ. $p \geq 2$ 일 때, $\int_{-1}^1 g(x) dx \geq 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $|a_1| \leq 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \leq a_n < -\frac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\frac{1}{2} \leq a_n \leq \frac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\frac{1}{2} < a_n \leq 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$ 이고 $\sum_{k=1}^5 a_k > 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

단답형

16. $\log_2 100 - 2\log_2 5$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 + 7$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 3$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} \left(b_k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 5x$ 에서 x 의 값이 0에서 4까지
 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$ 의 값이 같게 되도록 하는
 $0 < a < 4$ 인 모든 실수 a 의 값의 곱은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을
 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 10x$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

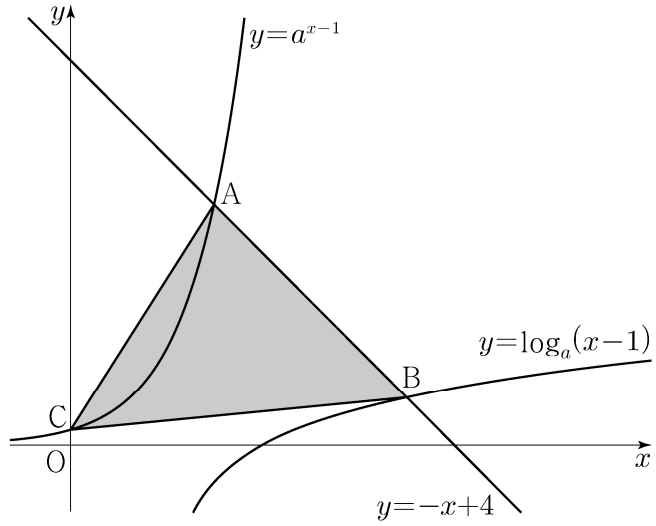
$$f(x) + |f(x) + x| = 6x + k$$

의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k 의
 값의 합을 구하시오. [4점]

21. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선 $y = a^{x-1}$ 이 y 축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는 S 이다. $50 \times S$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x-3) \times \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(x+h)| - |f(x-h)|}{h}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
- (나) 방정식 $g(x) = 0$ 은 서로 다른 네 실근 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 를 갖고 $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 7$ 이다.

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $A(3, 0, -2)$ 를 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 B 라 하자. 점 $C(0, 4, 2)$ 에 대하여 선분 BC 의 길이는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$ 의 점근선 중 하나의 기울기가 3일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

2

수학 영역(기하)

25. 좌표평면에서 세 벡터

$$\vec{a} = (3, 0), \vec{b} = (1, 2), \vec{c} = (4, 2)$$

에 대하여 두 벡터 \vec{p}, \vec{q} 가

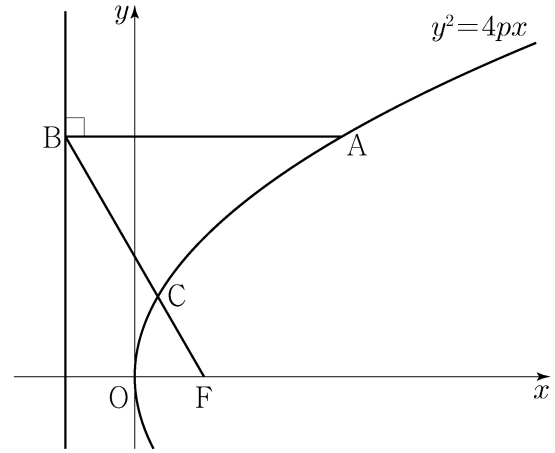
$$\vec{p} \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot \vec{b}, \quad |\vec{q} - \vec{c}| = 1$$

을 만족시킬 때, $|\vec{p} - \vec{q}|$ 의 최솟값은? [3점]

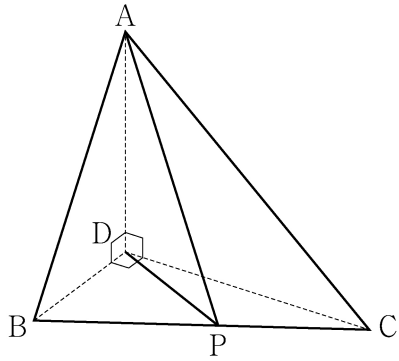
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 한 점 A에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 B라 하고, 선분 BF와 포물선이 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{BF}$ 이고 $\overline{BC} + 3\overline{CF} = 6$ 일 때, 양수 p 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

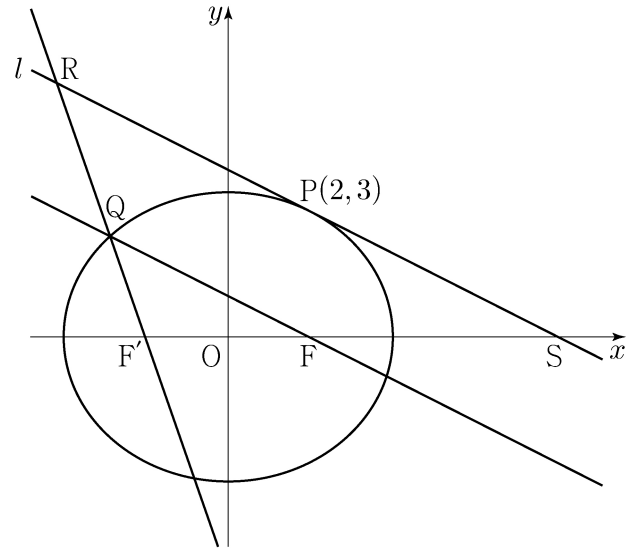


27. 그림과 같이 $\overline{AD}=3$, $\overline{DB}=2$, $\overline{DC}=2\sqrt{3}$ 이고
 $\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$ 인 사면체 ABCD가 있다.
 선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{DP}$ 의 최솟값은?
 [3점]



- ① $3\sqrt{3}$ ② $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$
- ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

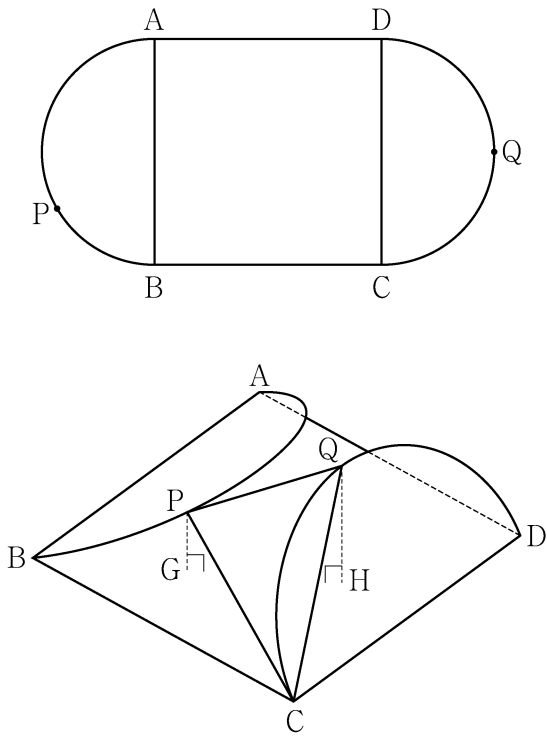
28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 위의 점 $P(2, 3)$ 에서 타원에 접하는 직선을 l 이라 하자. 점 F를 지나고 l 과 평행한 직선이 타원과 만나는 점 중 제2사분면 위에 있는 점을 Q라 하자. 두 직선 $F'Q$ 와 l 이 만나는 점을 R, l 과 x 축이 만나는 점을 S라 할 때, 삼각형 SRF'의 둘레의 길이는? [4점]



- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

단답형

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에 두 선분 AB, CD를 각각 지름으로 하는 두 반원이 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 반원의 호 AB의 삼등분점 중 점 B에 가까운 점을 P라 하고, 반원의 호 CD를 이등분하는 점을 Q라 하자. 이 종이에서 두 선분 AB와 CD를 접는 선으로 하여 두 반원을 접어 올렸을 때 두 점 P, Q에서 평면 ABCD에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 두 점 G, H는 정사각형 ABCD의 내부에 놓여 있고, $\overline{PG} = \sqrt{3}$, $\overline{QH} = 2\sqrt{3}$ 이다. 두 평면 PCQ와 ABCD가 이루는 각의 크기가 θ 일 때, $70 \times \cos^2 \theta$ 의 값을 구하시오. (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



30. 좌표평면에서 세 점 $A(-3, 1)$, $B(0, 2)$, $C(1, 0)$ 에 대하여 두 점 P, Q가

$$|\overline{AP}|=1, \quad |\overline{BQ}|=2, \quad \overline{AP} \cdot \overline{OC} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

를 만족시킬 때, $\overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 두 점 P, Q를 각각 P_0, Q_0 이라 하자.

선분 AP_0 위의 점 X에 대하여 $\overline{BX} \cdot \overline{BQ_0} \geq 1$ 일 때,

$|\overline{Q_0X}|^2$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.