

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\sqrt{3}} \times 2^{2-\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x^2 - 2x, \quad f(1) = 1$$

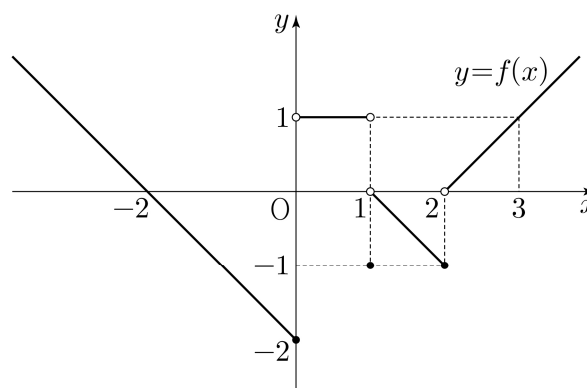
을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan\theta = \frac{12}{5}$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{17}{13}$ ② $-\frac{7}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{17}{13}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 3)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 곡선 $y = 3x^2 - x$ 와 직선 $y = 5x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_6 = 2(S_3 - S_2)$$

일 때, S_{10} 의 값은? [3점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -2x+6 & (x < a) \\ 2x-a & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 8a_n & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이고 $a_{12} = \frac{1}{2}$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

10. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3) + 1$$

이 만나는 점의 x 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

11. 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 1, \quad \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{6}$$

을 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가

다음 조건을 만족시킬 때, $\int_{-3}^2 g(x) dx$ 의 값은? [4점]

(가) $g(x) = \begin{cases} -f(x+1)+1 & (-1 < x < 0) \\ f(x) & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x+2) = g(x)$ 이다.

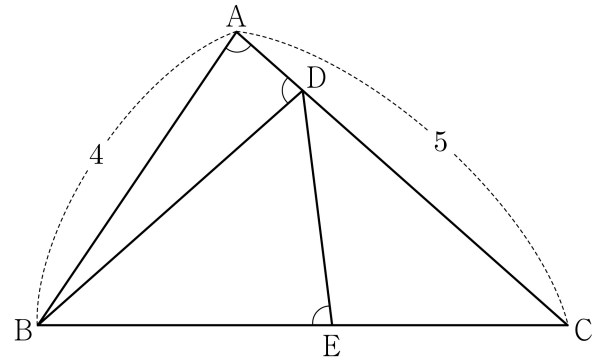
- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ $\frac{19}{6}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{23}{6}$

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 5$ 이고 $\cos(\angle BAC) = \frac{1}{8}$ 인

삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E에 대하여

$$\angle BAC = \angle BDA = \angle BED$$

일 때, 선분 DE의 길이는? [4점]



- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{17}{6}$ ⑤ 3

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 구간 $(0, 1]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 3 & (0 < x < 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 를 만족시킨다.

$\sum_{k=1}^{20} \frac{k \times f(\sqrt{k})}{3}$ 의 값은? [4점]

- ① 150 ② 160 ③ 170 ④ 180 ⑤ 190

14. 두 양수 p, q 와 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 12$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $xg(x) = |xf(x-p) + qx|$ 이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 1이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

15. $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2} - t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2} - t\right) = 0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x | 0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\alpha(t) + \beta(t) = 5$ 이다.

ㄴ. $\{t | \beta(t) - \alpha(t) = \beta(0) - \alpha(0)\} = \left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1) = \alpha(t_2)$ 인 두 실수 t_1, t_2 에 대하여

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{2} \text{ 이면 } t_1 \times t_2 = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. $\log_4 \frac{2}{3} + \log_4 24$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 12$ 가 $x = a$ 에서 극소일 때, $a + f(a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 36, \quad a_7 = \frac{1}{3}a_5$$

일 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 4t + k$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 점 P의 위치는 0이고, 시각 $t=1$ 에서 점 P의 위치는 -3 이다. 시각 $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P의 위치의 변화량을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [3점]

20. 실수 a 와 함수 $f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x + 3$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_a^x \{f(x) - f(t)\} \times \{f(t)\}^4 dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) x 에 대한 방정식 $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

22. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
 (나) 방정식 $f(x - f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1) = 4$, $f'(1) = 1$, $f'(0) > 1$ 일 때, $f(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (k+3, 3k-1)$ 과 $\vec{b} = (1, 1)$ 이 서로 평행할 때, 실수 k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 위의 점 $(2, \sqrt{2})$ 에서의 접선의 x 절편은?

[3점]

- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

2

수학 영역(기하)

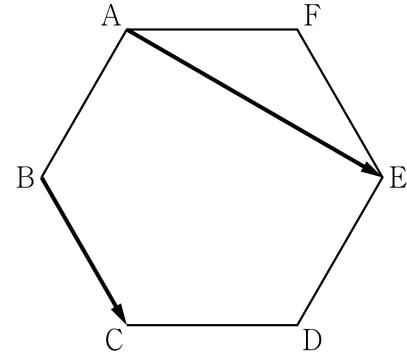
25. 좌표평면 위의 두 점 $A(1, 2)$, $B(-3, 5)$ 에 대하여

$$|\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AB}|$$

를 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형의 길이는?
(단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

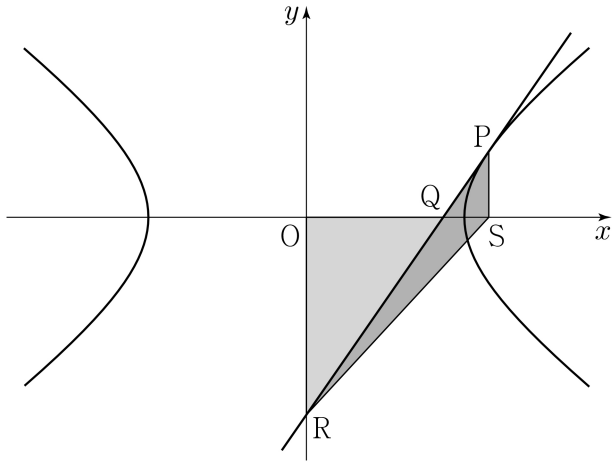
26. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 $ABCDEF$ 에서 $|\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BC}|$ 의 값은? [3점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

27. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k)$ ($k > 0$)

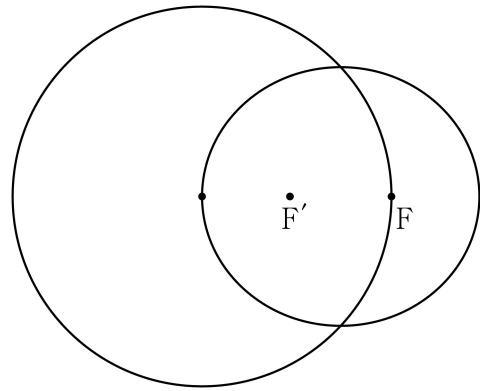
에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , y 축과 만나는 점을 R 라 하자. 점 $S(4, 0)$ 에 대하여 삼각형 QOR 의 넓이를 A_1 , 삼각형 PRS 의 넓이를 A_2 라 하자. $A_1 : A_2 = 9 : 4$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, O 는 원점이고, a 와 b 는 상수이다.) [3점]



- ① $2\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{13}$ ⑤ $2\sqrt{14}$

28. 두 초점이 F, F' 이고 장축의 길이가 $2a$ 인 타원이 있다. 이 타원의 한 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 이 타원의 서로 다른 두 꼭짓점과 한 초점을 지날 때, 상수 a 의 값은? [4점]

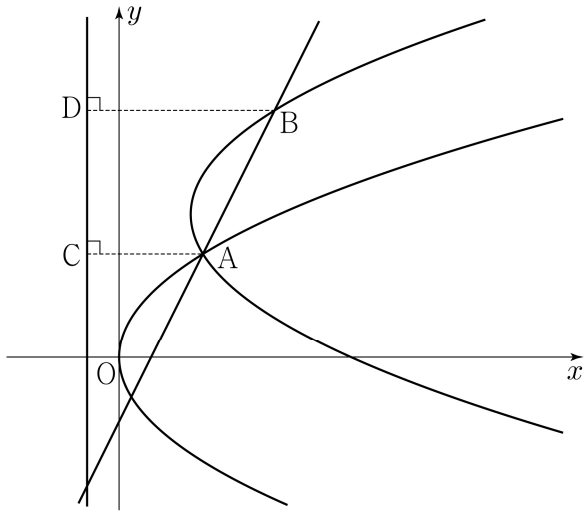
- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$ ③ $\sqrt{3}-1$
 ④ $2\sqrt{2}-2$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$



단답형

29. 포물선 $y^2=8x$ 와 직선 $y=2x-4$ 가 만나는 점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 양수 a 에 대하여 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$ 가 점 A를 지날 때, 직선 $y=2x-4$ 와 포물선 $(y-2a)^2=8(x-a)$ 가 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하자. 두 점 A, B에서 직선 $x=-2$ 에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 할 때, $\overline{AC}+\overline{BD}-\overline{AB}=k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오.

[4점]



30. 좌표평면 위의 네 점 $A(2, 0), B(0, 2), C(-2, 0), D(0, -2)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형 ABCD의 네 변 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $(\overrightarrow{PQ} \cdot \overline{AB})(\overrightarrow{PQ} \cdot \overline{AD}) = 0$
- (나) $\overline{OA} \cdot \overline{OP} \geq -2$ 이고 $\overline{OB} \cdot \overline{OP} \geq 0$ 이다.
- (다) $\overline{OA} \cdot \overline{OQ} \geq -2$ 이고 $\overline{OB} \cdot \overline{OQ} \leq 0$ 이다.

점 $R(4, 4)$ 에 대하여 $\overrightarrow{RP} \cdot \overrightarrow{RQ}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.