

제 2 교시

# 수학 영역

출수형

5지선다형

1.  $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④ 2    ⑤ 4

2. 함수  $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

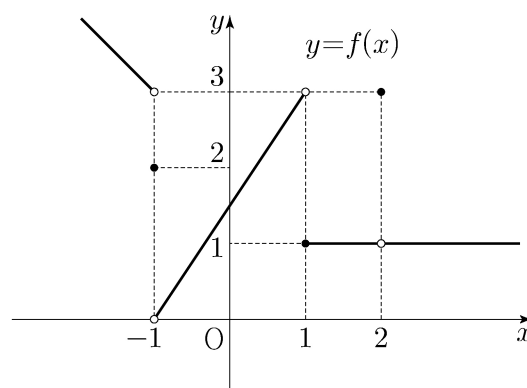
3. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 6, \quad a_4 + a_6 = 36$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 30    ② 32    ③ 34    ④ 36    ⑤ 38

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5. 첫째항이 1인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 7) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 7) \end{cases}$$

일 때,  $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 30      ② 32      ③ 34      ④ 36      ⑤ 38

6. 방정식  $2x^3 - 3x^2 - 12x + k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수  $k$ 의 개수는? [3점]

- ① 20      ② 23      ③ 26      ④ 29      ⑤ 32

7.  $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\tan\theta - \frac{6}{\tan\theta} = 1$ 일 때,

$\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$       ②  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$       ③ 0  
 ④  $\frac{\sqrt{10}}{5}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8. 곡선  $y=x^2-5x$ 와 직선  $y=x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선  $x=k$ 가 이등분할 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ②  $\frac{13}{4}$       ③  $\frac{7}{2}$       ④  $\frac{15}{4}$       ⑤ 4

10. 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선  $y=xf(x)$  위의 점  $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때,  $f'(2)$ 의 값은? [4점]

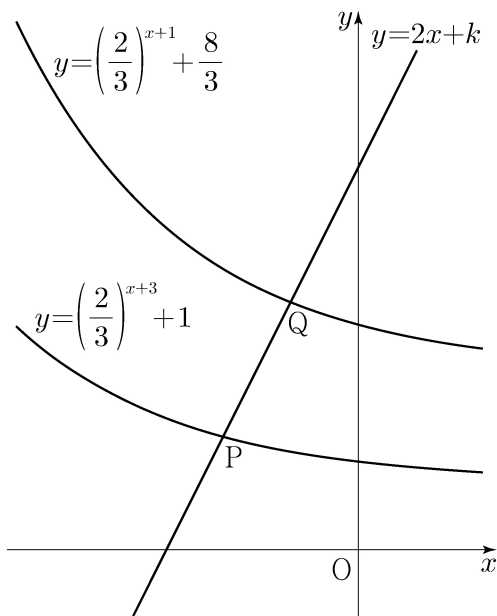
- ① -18      ② -17      ③ -16      ④ -15      ⑤ -14

9. 직선  $y=2x+k$ 가 두 함수

$$y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}+1, \quad y=\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.  $\overline{PQ} = \sqrt{5}$  일 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

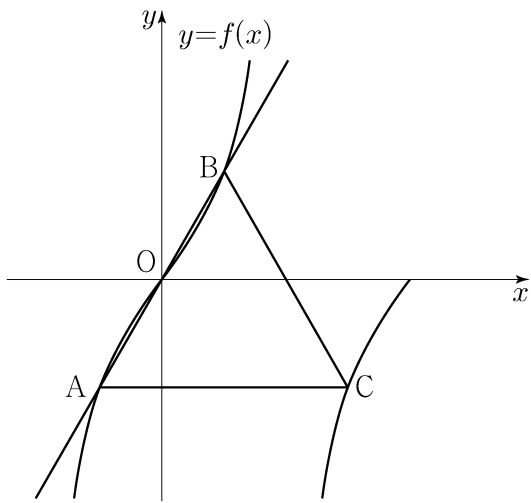
- ①  $\frac{31}{6}$       ②  $\frac{16}{3}$       ③  $\frac{11}{2}$       ④  $\frac{17}{3}$       ⑤  $\frac{35}{6}$



11. 양수  $a$ 에 대하여 집합  $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

가 있다. 그림과 같이 함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 세 점  $O, A, B$ 를 지나는 직선이 있다. 점  $A$ 를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중  $A$ 가 아닌 점을  $C$ 라 하자. 삼각형  $ABC$ 가 정삼각형일 때, 삼각형  $ABC$ 의 넓이는? (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



- ①  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ②  $\frac{17\sqrt{3}}{12}$
- ③  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ④  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
- ⑤  $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수  $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때,  $f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤  $\frac{5}{2}$

13. 두 상수  $a, b (1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 점  $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의  $y$ 절편과 두 점  $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의  $y$ 절편이 같다. 함수  $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여  $f(1) = 40$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은? [4점]
- ① 760    ② 800    ③ 840    ④ 880    ⑤ 920

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$ 에서의 위치  $x(t)$ 가 두 상수  $a, b$ 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각  $t$ 에서의 속도  $v(t)$ 가  $\int_0^1 |v(t)| dt = 2$ 를

만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

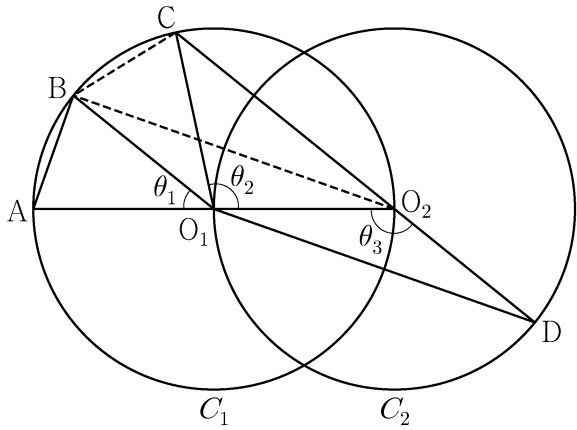
ㄱ.  $\int_0^1 v(t) dt = 0$

ㄴ.  $|x(t_1)| > 1$ 인  $t_1$ 이 열린구간  $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ.  $0 \leq t \leq 1$ 인 모든  $t$ 에 대하여  $|x(t)| < 1$ 이면  $x(t_2) = 0$ 인  $t_2$ 가 열린구간  $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 점  $O_1, O_2$ 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원  $C_1, C_2$ 가 있다. 그림과 같이 원  $C_1$  위의 서로 다른 세 점  $A, B, C$ 와 원  $C_2$  위의 점  $D$ 가 주어졌고, 세 점  $A, O_1, O_2$ 와 세 점  $C, O_2, D$ 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때  $\angle BO_1A = \theta_1, \angle O_2O_1C = \theta_2, \angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은  $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$  이고  $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$  일 때, 선분  $AB$ 와 선분  $CD$ 의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로  $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$  이고  
 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서  $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로  $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.  
 이때  $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형  $O_1O_2B$ 와 삼각형  $O_2O_1D$ 는 합동이다.  
 $\overline{AB} = k$ 라 할 때  
 $\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로  $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$  이고,  
 $\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로  $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$  이다.  
 삼각형  $O_2BC$ 에서  
 $\overline{BC} = k, \overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k, \angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로  
 코사인법칙에 의하여  $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$  이다.  
 $\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로  
 $\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left( \frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$  이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를  $p$ 라 할 때,  $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{169}{27}$     ②  $\frac{56}{9}$     ③  $\frac{167}{27}$     ④  $\frac{166}{27}$     ⑤  $\frac{55}{9}$

단답형

16.  $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 + 2x$ 이고  $f(0) = 2$ 일 때,  $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^7 \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^8 a_k = 100$$

일 때,  $a_8$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수  $f(x) = x^3 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간  $[0, 1]$ 에서  $f(x) = x$ 이다.  
 (나) 어떤 상수  $a, b$ 에 대하여 구간  $[0, \infty)$ 에서  $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $|a_1|=2$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $|a_{n+1}|=2|a_n|$ 이다.

(다)  $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가  $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 방정식  $f'(x)=0$ 이 닫힌구간  $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $a$ 에 대하여  $\lim_{t \rightarrow a^+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a^-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나)  $g(f(1))=g(f(4))=2, g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(기하)

출수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점  $A(2, 1, 3)$ 을  $xy$  평면에 대하여 대칭이동한 점을  $P$ 라 하고, 점  $A$ 를  $yz$  평면에 대하여 대칭이동한 점을  $Q$ 라 할 때, 선분  $PQ$ 의 길이는? [2점]

- ①  $5\sqrt{2}$                       ②  $2\sqrt{13}$                       ③  $3\sqrt{6}$
- ④  $2\sqrt{14}$                       ⑤  $2\sqrt{15}$

24. 한 초점의 좌표가  $(3\sqrt{2}, 0)$ 인 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{6} = 1$ 의 주축의 길이는? (단,  $a$ 는 양수이다.) [3점]

- ①  $3\sqrt{3}$                       ②  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$                       ③  $4\sqrt{3}$
- ④  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$                       ⑤  $5\sqrt{3}$

25. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{2} = y-3, \quad x-2 = \frac{y-5}{3}$$

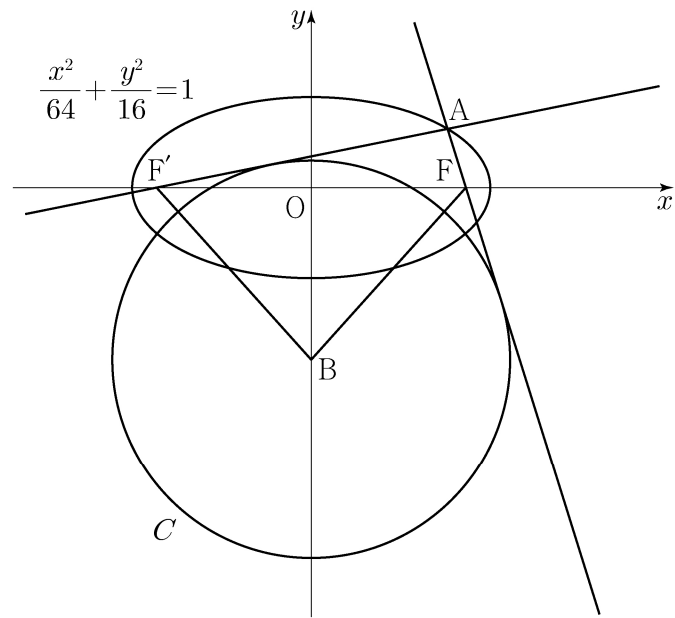
가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{\sqrt{5}}{4}$     ③  $\frac{\sqrt{6}}{4}$     ④  $\frac{\sqrt{7}}{4}$     ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

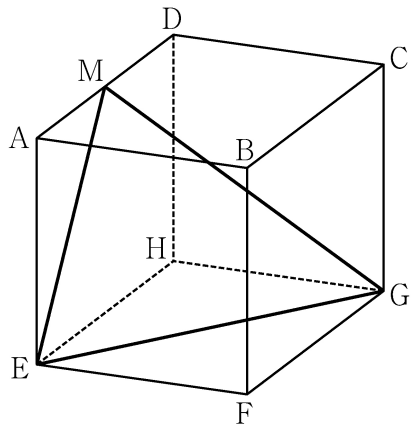
26. 두 초점이 F, F'인 타원  $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$  위의 점 중

제1사분면에 있는 점 A가 있다. 두 직선 AF, AF'에 동시에 접하고 중심이 y축 위에 있는 원 중 중심의 y좌표가 음수인 것을 C라 하자. 원 C의 중심을 B라 할 때 사각형 AFBF'의 넓이가 72이다. 원 C의 반지름의 길이는? [3점]

- ①  $\frac{17}{2}$     ② 9    ③  $\frac{19}{2}$     ④ 10    ⑤  $\frac{21}{2}$



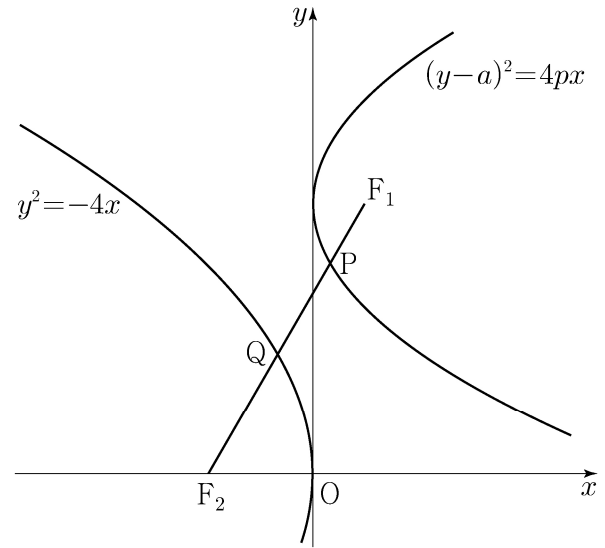
27. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD-EFGH가 있다. 선분 AD의 중점을 M이라 할 때, 삼각형 MEG의 넓이는? [3점]



- ①  $\frac{21}{2}$     ② 11    ③  $\frac{23}{2}$     ④ 12    ⑤  $\frac{25}{2}$

28. 두 양수  $a, p$ 에 대하여 포물선  $(y-a)^2 = 4px$ 의 초점을  $F_1$ 이라 하고, 포물선  $y^2 = -4x$ 의 초점을  $F_2$ 라 하자. 선분  $F_1F_2$ 가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때,  $\overline{F_1F_2} = 3, \overline{PQ} = 1$ 이다.  $a^2 + p^2$ 의 값은? [4점]

- ① 6    ②  $\frac{25}{4}$     ③  $\frac{13}{2}$     ④  $\frac{27}{4}$     ⑤ 7

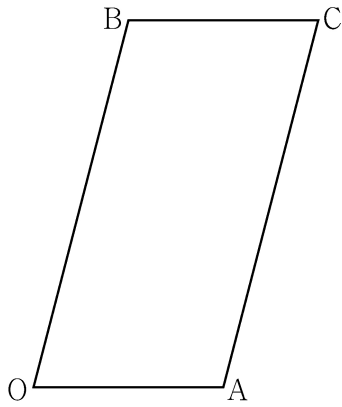


단답형

29. 좌표평면에서  $\overline{OA} = \sqrt{2}$ ,  $\overline{OB} = 2\sqrt{2}$  이고  $\cos(\angle AOB) = \frac{1}{4}$  인 평행사변형 OACB에 대하여 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$  ( $0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1$ )
- (나)  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$

점 O를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원 위를 움직이는 점 X에 대하여  $|3\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OX}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각  $M, m$ 이라 하자.  $M \times m = a\sqrt{6} + b$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 유리수이다.) [4점]



30. 좌표공간에 중심이  $C(2, \sqrt{5}, 5)$ 이고 점  $P(0, 0, 1)$ 을 지나는 구

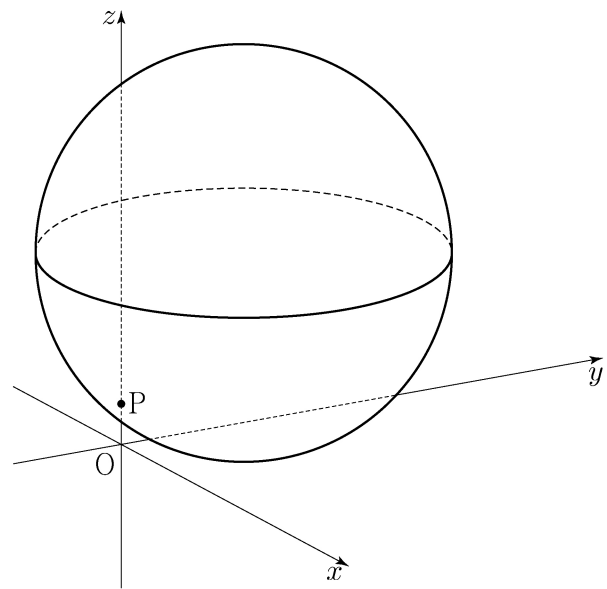
$$S: (x-2)^2 + (y-\sqrt{5})^2 + (z-5)^2 = 25$$

가 있다. 구  $S$ 가 평면 OPC와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점 Q, 구  $S$  위를 움직이는 점 R에 대하여 두 점 Q, R의  $xy$  평면 위로의 정사영을 각각  $Q_1, R_1$ 이라 하자.

삼각형  $OQ_1R_1$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 Q, R에 대하여 삼각형  $OQ_1R_1$ 의 평면 PQR 위로의 정사영의 넓이는

$\frac{q}{p}\sqrt{6}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고 세 점 O,  $Q_1, R_1$ 은 한 직선 위에 있지 않으며,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.