

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 두 행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 이고 $A+B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 28n} - n)$ 의 값은? [2점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

3. 함수 $f(x) = \sqrt{7} \sin x - 3 \cos x$ 의 최댓값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 부등식

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} \leq 0$$

을 만족시키는 양의 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(B형)

5. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식

$$\sin 2x - \sin x = 4 \cos x - 2$$

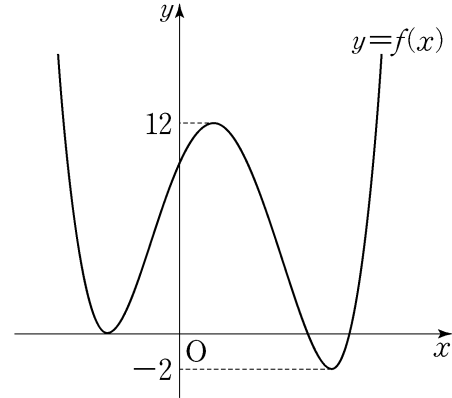
의 모든 해의 합은? [3점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

6. 한 개의 주사위를 A는 4번 던지고 B는 3번 던질 때,
3의 배수의 눈이 나오는 횟수를 각각 a, b 라 하자. $a+b$ 의
값이 6일 확률은? [3점]

- ① $\frac{10}{3^7}$ ② $\frac{11}{3^7}$ ③ $\frac{4}{3^6}$ ④ $\frac{13}{3^7}$ ⑤ $\frac{14}{3^7}$

7. 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, 함수 $f(x)$ 의
극댓값은 12, 두 극솟값은 각각 $-2, 0$ 이다.



방정식 $f(x) - \sqrt{f(x)-3} = 9$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

[3점]

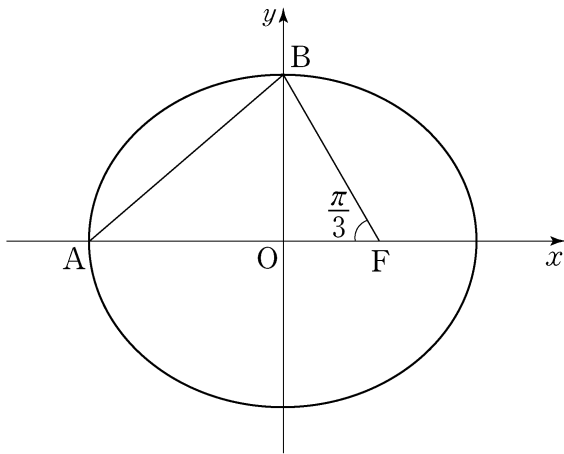
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 방정식 $x+y+z=4$ 를 만족시키는 -1 이상의 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3점]

- ① 21 ② 28 ③ 36 ④ 45 ⑤ 56

9. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 초점을 $F(c, 0)$ ($c > 0$), 이 타원이 x 축과 만나는 점 중에서 x 좌표가 음수인 점을 A, y 축과 만나는 점 중에서 y 좌표가 양수인 점을 B라 하자. $\angle AFB = \frac{\pi}{3}$ 이고 삼각형 AFB의 넓이는 $6\sqrt{3}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30



10. 질량 $a(g)$ 의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 $c(\%)$ 인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량 $b(g)$ 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

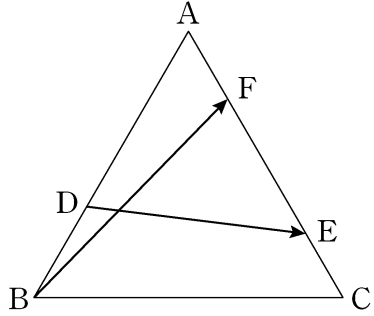
$$\log \frac{b}{a} = -1 + k \log c \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

10g의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 8%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량은 4g이다. 20g의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 27%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량(g)은? (단, 각 용액의 양은 충분하다.) [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

11. 한 변의 길이가 3인 정삼각형 ABC에서 변 AB를 2:1로 내분하는 점을 D라 하고, 변 AC를 3:1과 1:3으로 내분하는 점을 각각 E, F라 할 때, $|\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DE}|^2$ 의 값은? [3점]

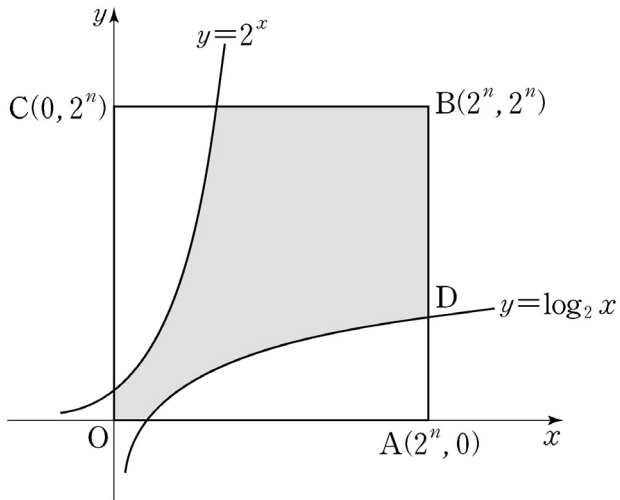
- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21



12. 어느 도시에서 시립 도서관 개방 시간 연장을 희망하는 주민들의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 주민 중 100명을 임의추출하여 조사한 결과 90명이 개방 시간 연장을 희망하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 도시 주민 전체의 시립 도서관 개방 시간 연장을 희망하는 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[\hat{p}-c, \hat{p}+c]$ 일 때, c 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 0.0431 ② 0.0588 ③ 0.0645
④ 0.0759 ⑤ 0.0816

[13~14] 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가 $O(0, 0)$, $A(2^n, 0)$, $B(2^n, 2^n)$, $C(0, 2^n)$ 인 정사각형 $OABC$ 와 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.
(단, n 은 자연수이다.)



13. 선분 AB 가 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 D 라 하자.
선분 AD 를 2:3으로 내분하는 점을 지나고 y 축에 수직인 직선이 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 E , 점 E 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 F 라 하자.
점 F 의 y 좌표가 16일 때, 직선 DF 의 기울기는? [3점]

- ① $-\frac{13}{28}$ ② $-\frac{25}{56}$ ③ $-\frac{3}{7}$
④ $-\frac{23}{56}$ ⑤ $-\frac{11}{28}$

14. 정사각형 $OABC$ 와 그 내부는 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 의하여 세 부분으로 나뉜다. $n=3$ 일 때 이 세 부분 중 색칠된 부분의 넓이는? [4점]

- ① $14 + \frac{12}{\ln 2}$ ② $16 + \frac{14}{\ln 2}$ ③ $18 + \frac{16}{\ln 2}$
④ $20 + \frac{18}{\ln 2}$ ⑤ $22 + \frac{20}{\ln 2}$

6

수학 영역(B형)

15. 좌표공간에서 구 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$ 과
 구 $x^2+y^2+z^2+6x+2ay+2bz=0$ 이 원점에서 서로 접할 때,
 $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=3$ 이고

$$na_{n+1}-2na_n+\frac{n+2}{n+1}=0 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

$$a_{n+1}-2a_n+\frac{n+2}{n(n+1)}=0 \text{에서}$$

$$a_n-2a_{n-1}+\frac{n+1}{n(n-1)}=0 \quad (n \geq 2) \text{이므로}$$

$$a_{n+1}-a_n-2(a_n-a_{n-1})+\frac{1}{n(n+1)}-\boxed{\text{(가)}}=0 \quad (n \geq 2)$$

이다. $b_n=a_{n+1}-a_n \quad (n \geq 1)$ 이라 놓으면 $b_1=\frac{3}{2}$ 이고,

$$b_n+\frac{1}{n(n+1)}=2b_{n-1}+\boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서

$$b_n+\frac{1}{n(n+1)}=2^n \quad (n \geq 1)$$

이다. 즉, $b_n=2^n-\frac{1}{n(n+1)} \quad (n \geq 1)$

이므로 $a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k=\boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$ 이다.

$n=1$ 일 때에도 이 식을 만족시키므로

모든 자연수 n 에 대하여 $a_n=\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때,
 $g(6)-f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$2A - A^2B = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^{-1} = 2E - AB$
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. $A = \frac{1}{2}(E + BA^2)$

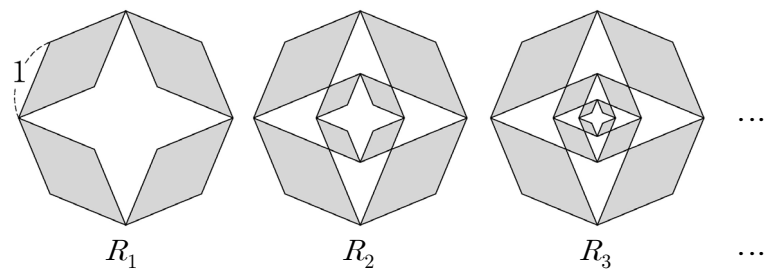
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정팔각형의 이웃한 두 변을 변으로 하는 4개의 평행사변형을 서로 겹치지 않게 그리고, 이 평행사변형 4개를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 4개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 가장 작은 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 4개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $2 + \sqrt{2}$ ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $3 + \sqrt{2}$
 ④ $1 + 3\sqrt{2}$ ⑤ $4 + \sqrt{2}$

19. 좌표공간에서 y 축을 포함하는 평면 α 에 대하여 xy 평면 위의 원 $C_1: (x-10)^2 + y^2 = 3$ 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이와 yz 평면 위의 원 $C_2: y^2 + (z-10)^2 = 1$ 의 평면 α 위로의 정사영의 넓이가 S 로 같을 때, S 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}\pi$ ③ $\frac{7\sqrt{10}}{30}\pi$
 ④ $\frac{4\sqrt{10}}{15}\pi$ ⑤ $\frac{3\sqrt{10}}{10}\pi$

20. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $G(t)$ 는 평균이 t , 표준편차가 $\frac{1}{t^2}$ 인 정규분포를 따르는 확률변수 X 에 대하여

$$G(t) = P\left(X \leq \frac{3}{2}\right)$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257
0.7	0.2580

이다. 함수 $G(t)$ 의 최댓값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.3085 ② 0.3446 ③ 0.6915
 ④ 0.7257 ⑤ 0.7580

21. 자연수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = (2t^2 + nt + n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$ 일 때 함수 $y=f(x)$ 는 $x=a_n$ 에서 최솟값 b_n 을 갖는다. $\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)+9x}{2x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 일차변환 $f : (x, y) \rightarrow (ax + by, 4x - 5y)$ 와 원점을 중심으로 $\frac{\pi}{2}$ 만큼 회전하는 회전변환 g 가 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킨다. 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_2 = -2$, $a_5 = 7$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2k}$ 의 값을 구하시오. [3점]

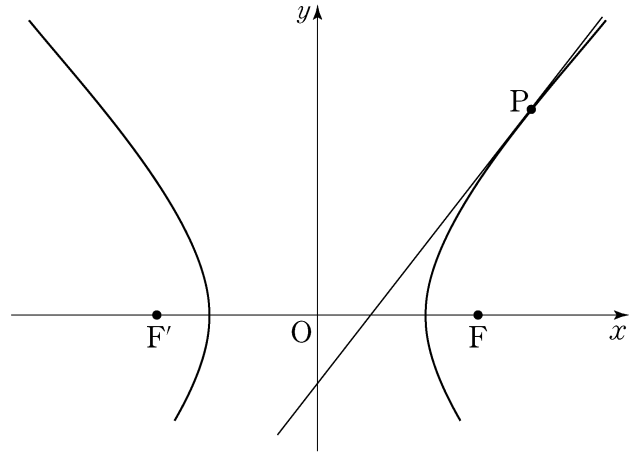
25. 휴대 전화의 메인 보드 또는 액정 화면 고장으로 서비스센터에 접수된 200건에 대하여 접수 시기를 품질보증 기간 이내, 이후로 구분한 결과는 다음과 같다.

(단위: 건)

구분	메인 보드 고장	액정 화면 고장	합계
품질보증 기간 이내	90	50	140
품질보증 기간 이후	a	b	60

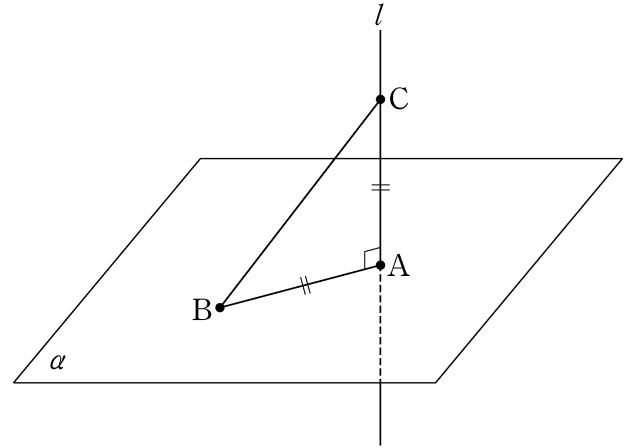
접수된 200건 중에서 임의로 선택한 1건이 액정 화면 고장 건일 때, 이 건의 접수 시기가 품질보증 기간 이내일 확률이 $\frac{2}{3}$ 이다. $a-b$ 의 값을 구하시오. (단, 메인 보드와 액정 화면 둘 다 고장인 경우는 고려하지 않는다.) [3점]

26. 그림과 같이 두 초점이 $F(3, 0)$, $F'(-3, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 $P(4, k)$ 에서의 접선과 x 축과의 교점이 선분 $F'F$ 를 2:1로 내분할 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]



27. 함수 $f(x) = \ln(\tan x)$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$)의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{4g(8h) - \pi}{h}$ 의 값을 구하시오. [4점]

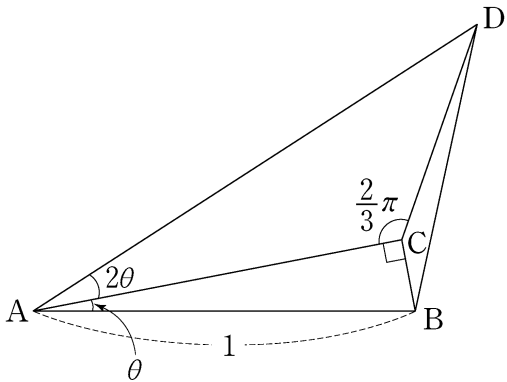
28. 좌표공간에서 직선 $l: x-1 = \frac{y}{2} = 1-z$ 와 평면 α 가 점 $A(1, 0, 1)$ 에서 수직으로 만난다. 평면 α 위의 점 $B(-1, a, a)$ 와 직선 l 위의 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 가 이등변삼각형일 때, 점 C 에서 원점까지의 거리는 d 이다. d^2 의 값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 빗변으로 하고 $\angle BAC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 직각삼각형 ABC에 대하여 점 D를

$$\angle ACD = \frac{2}{3}\pi, \quad \angle CAD = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다. $300p^2$ 의 값을 구하시오. (단, 네 점 A, B, C, D는 한 평면 위에 있다.) [4점]



30. 두 연속함수 $f(x), g(x)$ 가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x) dx = 6e^2 + 4$ 이다.

$\int_1^e f(\ln x) dx = ae + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.