

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $4^{\frac{3}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

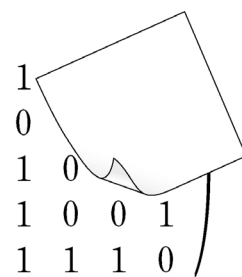
2. 두 행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 이고 $A+B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 B 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{(x+1)(x-2)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

4. 그래프 G 를 나타내는 행렬 M 의 일부분이 그림과 같이 가려져 있다. 그래프 G 의 꼭짓점의 개수를 a , 행렬 M 의 성분 중 0의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & & & \\ 1 & 0 & & & & \\ 1 & 1 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \end{pmatrix}$$


- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

5. $\int_0^1 (4x^3 + a) dx = 8$ 일 때 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $E(2X+5) = 13$ 일 때, n 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 1) \\ -x+a & (x > 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

8. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=2$ 이고,

$$\log_2 a_{n+1} = 1 + \log_2 a_n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_8 = 2^k$ 일 때 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

9. 어느 학교의 독후감 쓰기 대회에 1, 2학년 학생 50명이 참가하였다. 이 대회에 참가한 학생은 다음 두 주제 중 하나를 반드시 골라야 하고, 각 학생이 고른 주제별 인원수는 표와 같다.

주제 A : 수학의 역사
주제 B : 수학과 예술

(단위: 명)

구분	1학년	2학년	합계
주제 A	8	12	20
주제 B	16	14	30
합계	24	26	50

이 대회에 참가한 학생 50명 중에서 임의로 선택한 1명이 1학년 학생일 때, 이 학생이 주제 B를 고른 학생일 확률을 p_1 이라 하고, 이 대회에 참가한 학생 50명 중에서 임의로 선택한 1명이 주제 B를 고른 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률을 p_2 라 하자. $\frac{p_2}{p_1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

10. $3 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 10$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

- ① 240 ② 270 ③ 300 ④ 330 ⑤ 360

11. 어느 전화 상담원 A가 지난해 받은 상담 전화의 상담 시간은 평균이 20분, 표준편차가 5분인 정규분포를 따른다고 한다. 전화 상담원 A가 지난해 받은 상담 전화를 대상으로 크기가 16인 표본을 임의추출할 때, 상담 시간의 표본평균이 19분 이상이고 22분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.8	0.2881
1.2	0.3849
1.6	0.4452
2.0	0.4772

- ① 0.6730 ② 0.7333 ③ 0.7653
④ 0.8301 ⑤ 0.9224

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=3$ 이고

$$na_{n+1} - 2na_n + \frac{n+2}{n+1} = 0 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 이

$$a_n = 2^n + \frac{1}{n} \quad \dots\dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때, (좌변) = $a_1 = 3$, (우변) = $2^1 + \frac{1}{1} = 3$ 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$a_k = 2^k + \frac{1}{k} \text{ 이므로}$$

$$ka_{k+1} = 2ka_k - \frac{k+2}{k+1}$$

$$= \boxed{\text{(가)}} - \frac{k+2}{k+1}$$

$$= k2^{k+1} + \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 따라서 $a_{k+1} = 2^{k+1} + \frac{1}{k+1}$ 이므로

$n=k+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

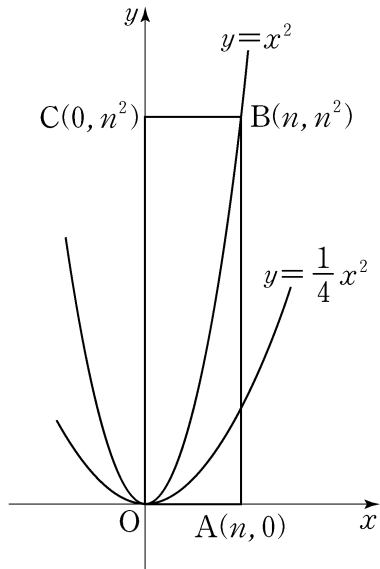
(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = 2^n + \frac{1}{n} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $f(3) \times g(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

[13~14] 그림은 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ 과 꼭짓점의 좌표가 $O(0, 0)$, $A(n, 0)$, $B(n, n^2)$, $C(0, n^2)$ 인 직사각형 $OABC$ 를 나타낸 것이다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.
(단, n 은 자연수이다.)



13. $n=4$ 일 때, 두 곡선 $y=x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ 과 직선 AB 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

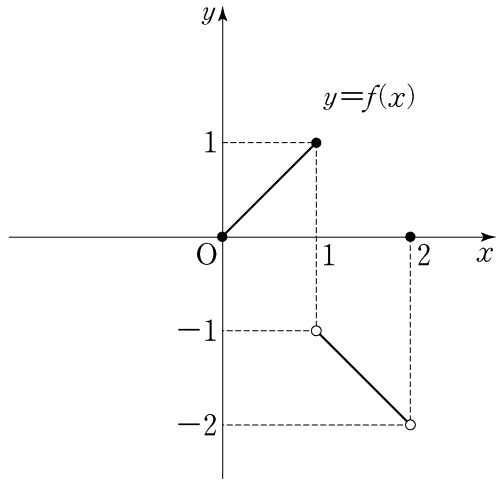
- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

14. 자연수 n 에 대하여, x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 직사각형 $OABC$ 또는 그 내부에 있고
부등식 $y \geq x^2$ 을 만족시키는 모든 점의 개수를 a_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

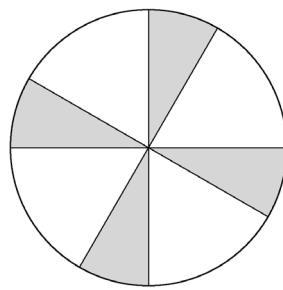
15. 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 구간 $[0, 2]$ 에서 그림과 같고, 정의역에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다. $\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x)$ 의 값은? [4점]



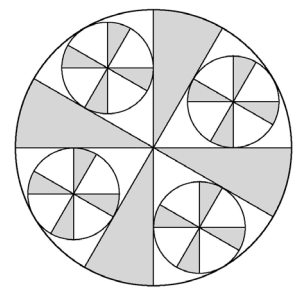
- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개 그린 후 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 1]이라 하자.

[그림 1]에서 색칠되지 않은 각 부채꼴에 두 반지름과 호에 모두 접하도록 원을 그린다. 새로 그린 각 원에 중심각의 크기가 60° 이고 반지름의 길이가 새로 그린 원의 반지름의 길이와 같은 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개씩 그린 후 새로 그린 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 2]라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림에서 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



[그림 1]



[그림 2]

- ① $\frac{7}{15}\pi$ ② $\frac{8}{15}\pi$ ③ $\frac{3}{5}\pi$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{15}\pi$

17. 질량 $a(g)$ 의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 $c(\%)$ 인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량 $b(g)$ 는 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log \frac{b}{a} = -1 + k \log c \quad (\text{단, } k \text{는 상수이다.})$$

10g의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 8%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량은 4g이다. 20g의 활성탄 A를 염료 B의 농도가 27%인 용액에 충분히 오래 담가 놓을 때 활성탄 A에 흡착되는 염료 B의 질량(g)은? (단, 각 용액의 양은 충분하다.) [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$2A - A^2B = E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A^{-1} = 2E - AB$
 ㄴ. $AB = BA$
 ㄷ. $A = \frac{1}{2}(E + BA^2)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 확률변수 X 가 평균이 $\frac{3}{2}$, 표준편차가 2인 정규분포를 따를 때, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $H(t)$ 는

$$H(t) = P(t \leq X \leq t+1)$$

이다. $H(0) + H(2)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.25	0.0987
0.50	0.1915
0.75	0.2734
1.00	0.3413

- ① 0.3494 ② 0.4649 ③ 0.4852
 ④ 0.5468 ⑤ 0.6147

20. 자연수 n 에 대하여 실수 a 가 $10^n < a < 10^{n+1}$ 을 만족시킨다. $\log a$ 의 가수와 $\log \sqrt[n]{a}$ 의 가수의 합이 정수이고 $(n+1)\log a = n^2 + 8$ 일 때, $\frac{\log a}{n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{57}{56}$ ② $\frac{22}{21}$ ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

21. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)(x^2+ax+b)$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 가 구간 $(-\infty, 0)$ 에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$ 에서 증가하도록 하는 실수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여, a^2+b^2 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+28n}-n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 7x^3 - ax + 3$ 에 대하여 $f'(1) = 2$ 를 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차정사각행렬 A, B 는 $AB = E$ 를 만족시키고, x, y 에 대한 연립일차방정식 $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 은 해 $x = \alpha, y = \beta$ 를 갖는다.
 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.
 (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

25. 방정식 $(\log_3 x)^2 - 6\log_3 \sqrt{x} + 2 = 0$ 의 서로 다른 두 실근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. n 이 3 이상의 자연수일 때, x 에 대한 다항식 $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 a_n 이라 하자.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

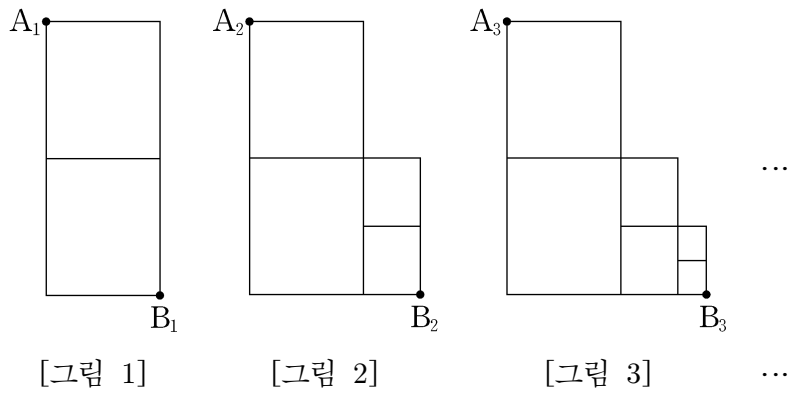
27. 곡선 $y = x^3 + 2x + 7$ 위의 점 $P(-1, 4)$ 에서의 접선이 점 P 가 아닌 점 (a, b) 에서 곡선과 만난다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = x^3 - 2x^2 - 2x \int_0^1 f(t) dt$$

일 때, $f(0) = a$ 라 하자. $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 직사각형에서 세로를 각각 이등분하는 점 2개를 연결하는 선분을 그린 그림을 [그림 1]이라 하자. [그림 1]을 $\frac{1}{2}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 1]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 2]라 하자. 이와 같이 3 이상의 자연수 k 에 대하여 [그림 1]을 $\frac{1}{2^{k-1}}$ 만큼 축소시킨 도형을 [그림 $k-1$]의 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 하나의 꼭짓점으로 하여 오른쪽에 이어 붙인 그림을 [그림 k]라 하자. 자연수 n 에 대하여 [그림 n]에서 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A_n , 오른쪽 맨 아래 꼭짓점을 B_n 이라 할 때, 점 A_n 에서 점 B_n 까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n 이라 하자. a_7 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 부등식 $4^k - (2^n + 4^n)2^k + 8^n \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 k 의 합을 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{a_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.