

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\frac{3^{\sqrt{5}+1}}{3^{\sqrt{5}-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

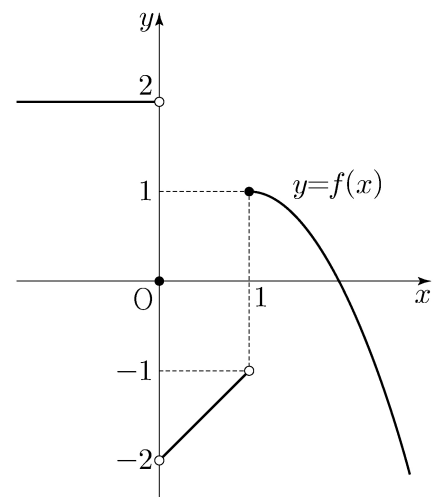
2. $\int_{-1}^1 (x^3 + a) dx = 4$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-1, 2)$ 를 지날 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta \cos\theta = -\frac{12}{25}$ 일 때,

$\sin\theta - \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

6. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x^2 - kx + 1, \quad f(0) = f(2) = 1$$

을 만족시킬 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-4 & (x < a) \\ x+3 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

8. 함수 $y = 6 \sin \frac{\pi}{12} x$ ($0 \leq x \leq 12$)의 그래프와 직선 $y = 3$ 이
만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수 a 에 대하여 $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이
자연수가 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

9. 원점을 지나고 곡선 $y = -x^3 - x^2 + x$ 에 접하는 모든 직선의
기울기의 합은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 갖고,
이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. $0 < a < b$ 인 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k) dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ 을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때, $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{a_1} = 2$ 이다.

$n=2$ 일 때, $a_2 = S_2 - S_1 = -\frac{7}{6}$ 이므로 $\sum_{k=1}^2 \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7}$ 이다.

$n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{S_n}{n!} = \sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{S_k}{k!} = -\frac{\text{(가)}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n = -\frac{\text{(가)}}{n+1}$ 이므로

$$a_n = S_n - S_{n-1} = -\left(\frac{\text{(나)}}{\text{(나)}}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^n k(k+1) = -8 + \sum_{k=1}^n k(k+1)$ 이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} &= \frac{8}{7} - \sum_{k=3}^n k(k+1) \\ &= \frac{64}{7} - \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{k=1}^n \text{(다)} \\ &= -\frac{1}{3}n^3 - n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{64}{7} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$ 라 할 때, $f(5) \times g(3) \times h(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \quad (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$ 에서의 속도가 k 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 구간 $(3, \infty)$ 에서 점 P의 속도는 증가한다.
 ㄴ. $k=-4$ 이면 구간 $(0, \infty)$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=5$ 까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k 의 최솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때,

$M - m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

단답형

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 7$, $a_2 + a_5 = 16$ 일 때,

a_{10} 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 2$, $f'(1) = 4$ 를 만족시킬 때,

함수 $g(x) = (x+1)f(x)$ 의 $x = 1$ 에서의 미분계수를 구하십시오.

[3점]

18. 두 양수 x, y 가

$$\log_2(x+2y)=3, \quad \log_2 x + \log_2 y = 1$$

을 만족시킬 때, x^2+4y^2 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^4 + kx + 10$ 이 $x=1$ 에서
극값을 가질 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

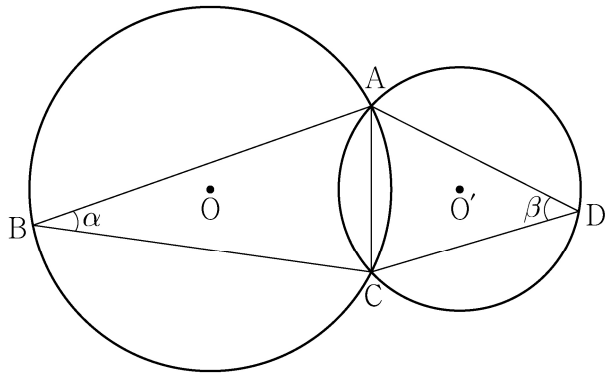
$$a_3 + a_5 = 0, \quad \sum_{k=1}^6 (|a_k| + a_k) = 30$$

일 때, a_9 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC , ACD 의 외심을 각각 O , O' 이라 하고 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$ 라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{3}{2}, \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}, \quad \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22. 함수

$$f(x) = x^3 - 3px^2 + q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p , q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 5이다.
- (나) 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 같다.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(80, \frac{1}{8}\right)$ 을 따를 때, $E(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

24. $\left(x^5 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

25. 두 사건 A, B 에 대하여 A^C 과 B 는 서로 배반사건이고,

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B^C) = \frac{2}{7}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{28}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{9}{28}$

26. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, 10^2)$ 을

따르고 $P(X \leq 50) = 0.2119$ 일 때,
 m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를
 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.2257
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159

- ① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

- (가) $f(1) + f(2) + f(3) \geq 3f(4)$
 (나) $k = 1, 2, 3$ 일 때 $f(k) \neq f(4)$ 이다.

- ① 41 ② 45 ③ 49 ④ 53 ⑤ 57

28. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택한 세 개의 수의 곱이 짝수일 때, 그 세 개의 수의 합이 3의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{14}{55}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{19}{55}$ ④ $\frac{43}{110}$ ⑤ $\frac{24}{55}$

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

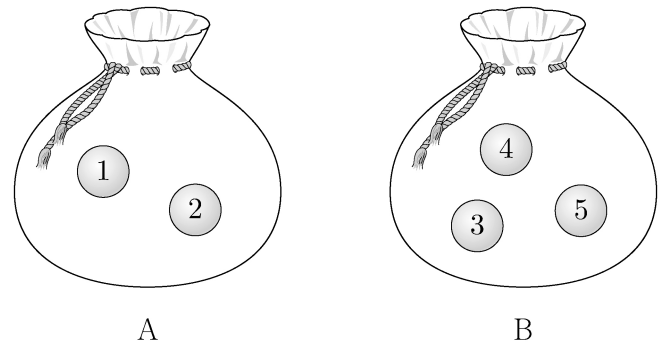
- (가) $a+b+c+d=12$
- (나) $a \neq 2$ 이고 $a+b+c \neq 10$ 이다.

30. 주머니 A에는 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 다음의 시행을 3번 반복하여 확인한 세 개의 수의 평균을 \bar{X} 라 하자.

두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 꺼낸 주머니에 다시 넣는다.

$P(\bar{X}=2) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x dx$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

24. 정수 k 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을

$$a_n = \left(\frac{|k|}{3} - 2\right)^n$$

이라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

25. 매개변수 t 로 나타낸 곡선

$$x = e^t + 2t, y = e^{-t} + 3t$$

에 대하여 $t=0$ 에 대응하는 점에서의 접선이 점 $(10, a)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

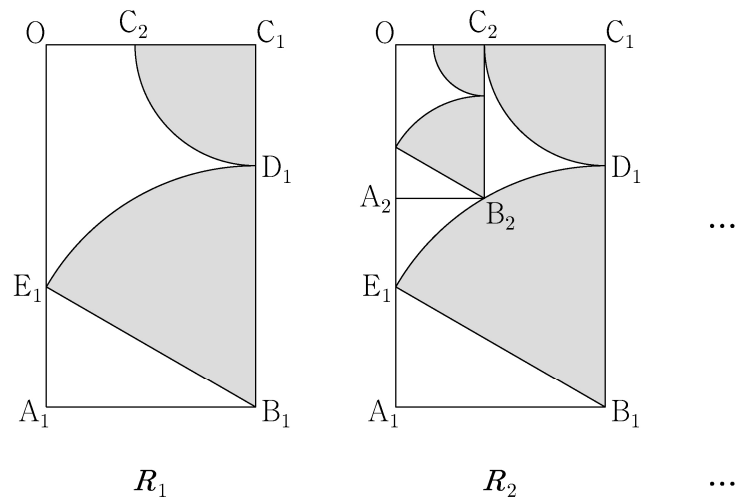
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

26. 그림과 같이 $\overline{OA_1} = \sqrt{3}$, $\overline{OC_1} = 1$ 인 직사각형 $OA_1B_1C_1$ 이

있다. 선분 B_1C_1 위의 $\overline{B_1D_1} = 2\overline{C_1D_1}$ 인 점 D_1 에 대하여 중심이 B_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{B_1D_1}$ 인 원과 선분 OA_1 의 교점을 E_1 , 중심이 C_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 인 원과 선분 OC_1 의 교점을 C_2 라 하자. 부채꼴 $B_1D_1E_1$ 의 내부와 부채꼴 $C_1C_2D_1$ 의 내부로 이루어진 \curvearrowright 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 OA_1 위의 점 A_2 , 호 D_1E_1 위의 점 B_2 와 점 C_2 , 점 O 를 꼭짓점으로 하는 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 \curvearrowright 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{5+2\sqrt{3}}{12}\pi$ ② $\frac{2+\sqrt{3}}{6}\pi$ ③ $\frac{3+2\sqrt{3}}{12}\pi$
 ④ $\frac{1+\sqrt{3}}{6}\pi$ ⑤ $\frac{1+2\sqrt{3}}{12}\pi$

27. 곡선 $y = x \ln(x^2 + 1)$ 과 x 축 및 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

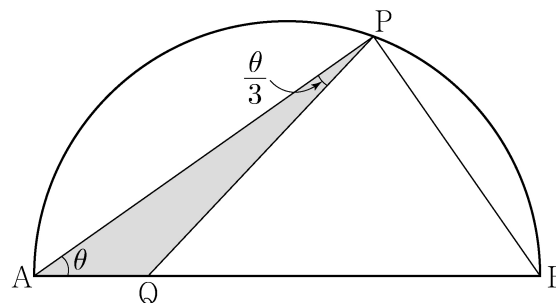
- ① $\ln 2 - \frac{1}{2}$ ② $\ln 2 - \frac{1}{4}$ ③ $\ln 2 - \frac{1}{6}$
 ④ $\ln 2 - \frac{1}{8}$ ⑤ $\ln 2 - \frac{1}{10}$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다.

$\angle PAB = \theta$ 이고 $\angle APQ = \frac{\theta}{3}$ 일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를

$S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{l(\theta)}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

단답형

29. 함수 $f(x) = e^x + x - 1$ 과 양수 t 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x \{t - f(s)\} ds$$

가 $x = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때, 실수 α 의 값을 $g(t)$ 라 하자.

미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1 + e^{g(t)}} dt$ 의 값을

구하시오. [4점]

30. 두 양수 $a, b (b < 1)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax & (x \leq 0) \\ \frac{\ln(x+b)}{x} & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m 에 대하여 직선 $y = mx$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$ 이라 할 때, 함수 $g(m)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim_{m \rightarrow \alpha^-} g(m) - \lim_{m \rightarrow \alpha^+} g(m) = 1$ 을 만족시키는 양수 α 가 오직 하나 존재하고, 이 α 에 대하여 점 $(b, f(b))$ 는 직선 $y = \alpha x$ 와 곡선 $y = f(x)$ 의 교점이다.

$ab^2 = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

출수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $P(1, 3, 4)$ 를 zx 평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 하자. 두 점 P 와 Q 사이의 거리는? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

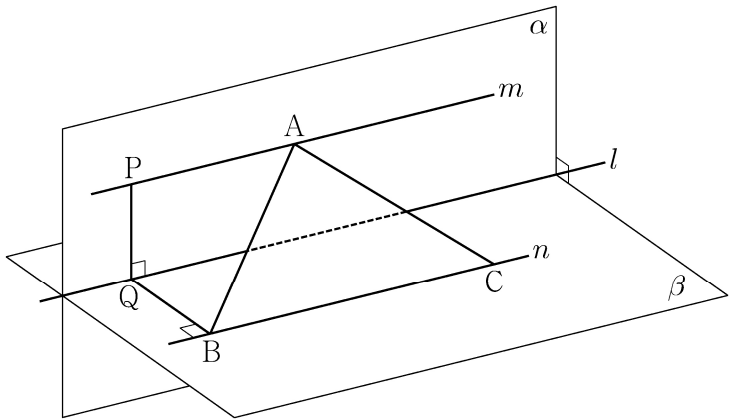
24. 좌표평면에서 점 $A(4, 6)$ 과 원 C 위의 임의의 점 P 에 대하여

$$|\overrightarrow{OP}|^2 - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = 3$$

일 때, 원 C 의 반지름의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

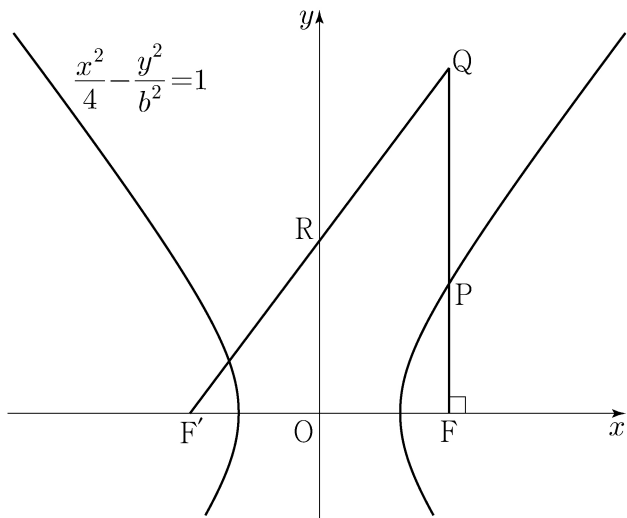
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 좌표공간에서 수직으로 만나는 두 평면 α, β 의 교선을 l 이라 하자. 평면 α 위의 직선 m 과 평면 β 위의 직선 n 은 각각 직선 l 과 평행하다. 직선 m 위의 $\overline{AP}=4$ 인 두 점 A, P 에 대하여 점 P 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 Q , 점 Q 에서 직선 n 에 내린 수선의 발을 B 라 하자. $\overline{PQ}=3, \overline{QB}=4$ 이고, 점 B 가 아닌 직선 n 위의 점 C 에 대하여 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [3점]
- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26



26. 좌표평면에서 타원 $x^2+3y^2=19$ 와 직선 l 은 제1사분면 위의 한 점에서 접하고, 원점과 직선 l 사이의 거리는 $\frac{19}{5}$ 이다. 직선 l 의 기울기는? [3점]
- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{5}{6}$ ③ -1 ④ $-\frac{7}{6}$ ⑤ $-\frac{4}{3}$

27. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고, 직선 PF 위에 $\overline{QP} : \overline{PF} = 5:3$ 이 되도록 점 Q 를 잡는다. 직선 $F'Q$ 가 y 축과 만나는 점을 R 라 할 때, $\overline{QP} = \overline{QR}$ 이다. b^2 의 값은? (단, b 는 상수이고, 점 Q 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]



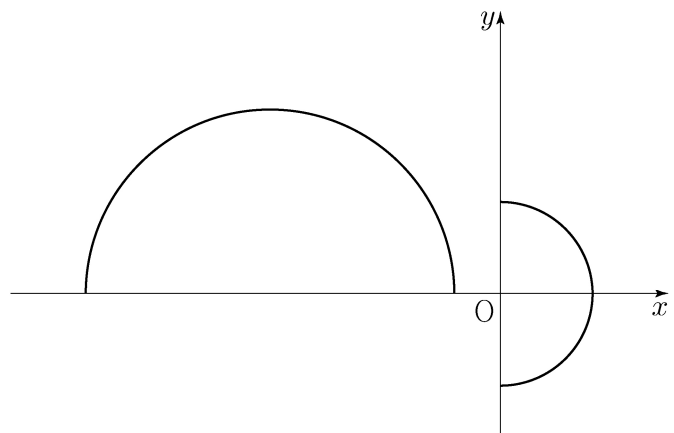
- ① $\frac{1}{2} + 2\sqrt{5}$ ② $1 + 2\sqrt{5}$ ③ $\frac{3}{2} + 2\sqrt{5}$
- ④ $2 + 2\sqrt{5}$ ⑤ $\frac{5}{2} + 2\sqrt{5}$

28. 좌표평면에서 반원의 호 $x^2 + y^2 = 4$ ($x \geq 0$) 위의 한 점 $P(a, b)$ 에 대하여

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ} = 2$$

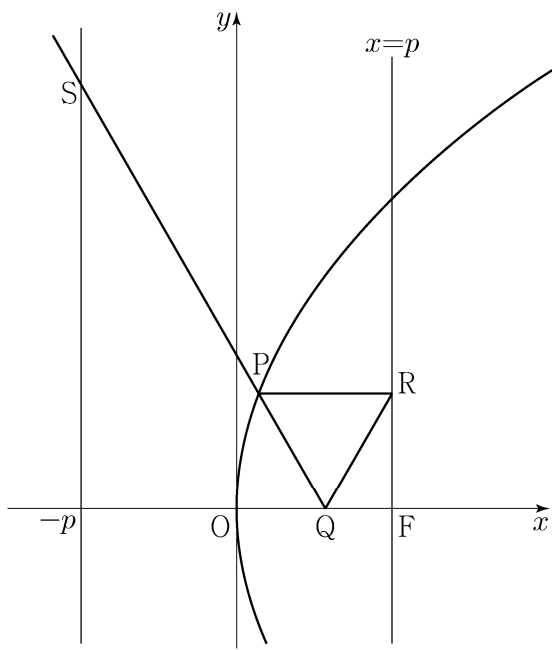
를 만족시키는 반원의 호 $(x+5)^2 + y^2 = 16$ ($y \geq 0$) 위의 점 Q 가 하나뿐일 때, $a+b$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{12}{5}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{14}{5}$



단답형

29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(p, 0)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 P , x 축 위의 점 Q , 직선 $x=p$ 위의 점 R 에 대하여 삼각형 PQR 는 정삼각형이고 직선 PR 는 x 축과 평행하다. 직선 PQ 가 점 $S(-p, \sqrt{21})$ 을 지날 때, $\overline{QF} = \frac{a+b\sqrt{7}}{6}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 정수이고, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)
[4점]



30. 좌표공간에서 점 $A(0, 0, 1)$ 을 지나는 직선이 중심이 $C(3, 4, 5)$ 이고 반지름의 길이가 1인 구와 한 점 P 에서만 만난다. 세 점 A, C, P 를 지나는 원의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은 $\frac{q}{p}\sqrt{41}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.