

제 2 교시

수리 영역

가 형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(‘가’형/‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\log_2 16 + \log_2 \frac{1}{8}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 A, B 가 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 일 때,

행렬 $(A+B)^2$ 은? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

3. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 2, 1)$, $\vec{b} = (1, 4, -1)$ 이 이루는 각의 크기 θ 의 값은? (단, $0 \leq \theta \leq \pi$ 이다.) [2점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}\pi$

4. 연립부등식

$$\begin{cases} (x-2)(x-4)^2(x-6) \geq 0 \\ \frac{2x-7}{x+1} \leq 1 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

5. 좌표공간의 세 점 $A(a, 0, b)$, $B(b, a, 0)$, $C(0, b, a)$

에 대하여 $a^2 + b^2 = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이의 최소값은?
(단, $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.) [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

6. 집합 $\{x \mid 0 < x < 2\}$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 1 & (0 < x \leq 1) \\ \frac{1}{x-1} - 1 & (1 < x < 2) \end{cases}$$

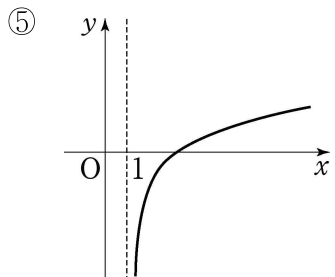
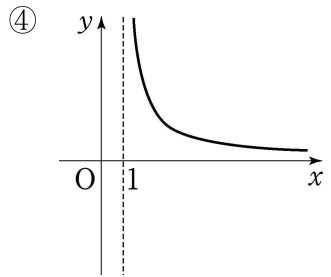
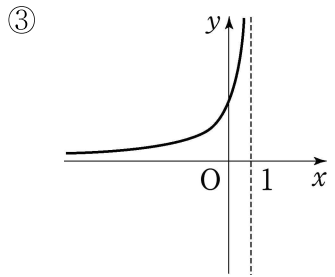
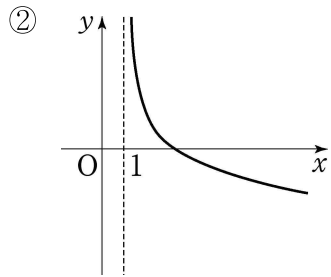
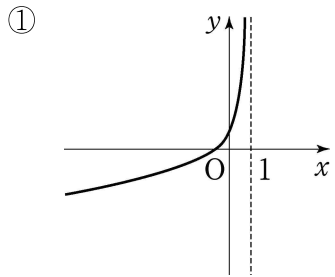
일 때, 함수 $y = f(x)g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이 되도록 하는
함수 $g(x)$ 를 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $g(x) = (x-1)^2$ ($0 < x < 2$)
ㄴ. $g(x) = (x-1)^3 + 1$ ($0 < x < 2$)
ㄷ. $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (0 < x \leq 1) \\ (x-1)^3 & (1 < x < 2) \end{cases}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 함수 $y = \log_2 \frac{2}{x-1}$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은? [3점]



8. 양수 a 에 대하여 삼차함수 $f(x) = -x(x+a)(x-a)$ 의 극대점의 x 좌표를 b 라 하자.

$$\int_{-b}^a f(x) dx = A, \quad \int_b^{a+b} f(x-b) dx = B$$

일 때, $\int_{-b}^a |f(x)| dx$ 의 값은? [3점]

- ① $-A+2B$ ② $-2A+B$ ③ $-A+B$
 ④ $A+B$ ⑤ $A+2B$

9. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 초점 $(2\sqrt{3}, 0), (-2\sqrt{3}, 0)$

을 각각 F, F'이라 하자. 이 쌍곡선 위를 움직이는 점 $P(x, y)$ ($x > 0$)에 대하여 선분 FP 위의 점 Q가 $\overline{FP} = \overline{PQ}$ 를 만족시킬 때, 점 Q가 나타내는 도형 전체의 길이는? [4점]

- ① π ② $\sqrt{3}\pi$ ③ 2π ④ 3π ⑤ $2\sqrt{3}\pi$

10. 어느 농장의 생후 7개월된 돼지 200마리의 무게는

평균 110 kg, 표준편차 10 kg인 정규분포를 따른다고 한다.

이 200마리의 돼지 중 무거운 것부터 차례로 3마리를 뽑아 우량 돼지 선발대회에 보내려고 한다.

우량 돼지 선발대회에 보낼 돼지의 최소 무게를 오른쪽 표준정규 분포표를 이용하여 구한 것은?

[3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
2.12	0.4830
2.17	0.4850
2.29	0.4890

- ① 121.6 kg ② 126.7 kg ③ 130.7 kg
 ④ 131.7 kg ⑤ 132.9 kg

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=0$, $a_n+a_{n+1}=n$ 을 만족시킨다.

다음은 두 자연수 m, n 에 대하여 $\sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, $m < n$ 이다.)

$$\begin{aligned} & \sum_{k=n-m+1}^{n+m} a_k \\ &= a_{n-m+1} + a_{n-m+2} + \cdots + a_{n+m-1} + a_{n+m} \\ &= (n-m+1) + (n-m+3) + \cdots + (n+m-3) + (\text{가}) \\ &= \frac{(\text{나}) \{ (n-m+1) + (\text{가}) \}}{2} \\ &= (\text{다}) \end{aligned}$$

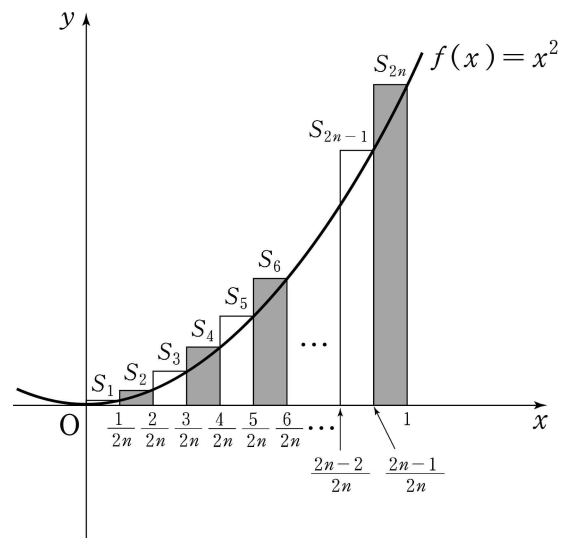
위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------|-------|-------|
| ① | $n+m-1$ | m | mn |
| ② | $n+m-1$ | m | n^2 |
| ③ | $n+m-1$ | n | n^2 |
| ④ | $n+m$ | $m-1$ | mn |
| ⑤ | $n+m$ | $n-1$ | n^2 |

12. 함수 $f(x)=x^2$ 에 대하여 그림과 같이 구간 $[0, 1]$ 을

$2n$ 등분한 후, 구간 $\left[\frac{k-1}{2n}, \frac{k}{2n} \right]$ 를 밑변으로 하고 높이가

$f\left(\frac{k}{2n}\right)$ 인 직사각형의 넓이를 S_k 라 하자. (단, n 은 자연수이고 $k=1, 2, 3, \dots, 2n$ 이다.)



<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

$$\begin{aligned} \neg. & \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_k = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 dx \\ \sphericalangle. & \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (S_{2k} - S_{2k-1}) = 0 \\ \sqsubset. & \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n S_{2k} = \frac{1}{2} \int_0^1 x^2 dx \end{aligned}$$

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|---------------------|
| ① \neg | ② \neg, \sphericalangle | ③ \neg, \sqsubset |
| ④ $\sphericalangle, \sqsubset$ | ⑤ $\neg, \sphericalangle, \sqsubset$ | |

13. 이산확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	1	2	...	10	계
$P(X=x)$	p_0	p_1	p_2	...	p_{10}	1

(단, $p_i > 0$ 이고 $i=0, 1, 2, \dots, 10$ 이다.)

집합 $\{x \mid 0 \leq x \leq 10\}$ 에서 정의된 두 함수 $F(x), G(x)$ 가

$$F(x) = P(0 \leq X \leq x), \quad G(x) = P(X > x)$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

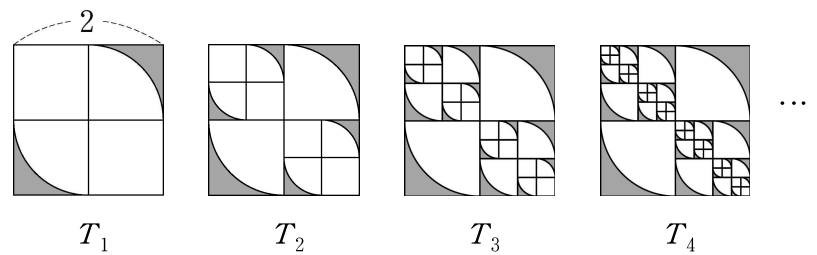
ㄱ. $G(3) = 1 - F(3)$

ㄴ. $P(3 \leq X \leq 8) = F(8) - F(3)$

ㄷ. $P(3 \leq X \leq 8) = G(2) - G(8)$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 1인 사분원 2개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_1 이라 하자. T_1 에서 한 변의 길이가 1인 정사각형 2개를 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 사분원 4개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_2 라 하자. T_2 에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정사각형 4개를 각각 넓이가 같은 4개의 정사각형으로 나누고 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 사분원 8개의 외부(어두운 부분)를 잘라낸 후 남은 도형을 T_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형을 T_n 이라 하고 그 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{4}\pi$
 ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$

15. 세 양수 a, b, c 에 대하여 행렬 A 를 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ 라 하자.
 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. a, b, c 는 이 순서로 등비수열을 이룬다.
 ㄴ. $A+E$ 의 역행렬이 존재한다. (단, E 는 단위행렬이다.)
 ㄷ. $A^2 = A$ 이면 $a+c=1$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 자연수 n 에 대하여 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 (나) 점 P_n 의 좌표가 (a, b) 일 때,
 $b < 2^a$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 $(a, b+1)$ 이고
 $b = 2^a$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 $(a+1, 1)$ 이다.

점 P_n 의 좌표가 $(10, 2^{10})$ 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① $2^{10} - 2$ ② $2^{10} + 2$ ③ $2^{11} - 2$
 ④ 2^{11} ⑤ $2^{11} + 2$

17. 9개의 수 $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^9$ 이 오른쪽 표와 같이 배열되어 있다. 각 행에서 한 개씩 임의로 선택한 세 수의 곱을 3으로 나눈 나머지가 1이 될 확률은? [4점]

2^1	2^2	2^3
2^4	2^5	2^6
2^7	2^8	2^9

- ① $\frac{10}{27}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{14}{27}$
 ④ $\frac{16}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

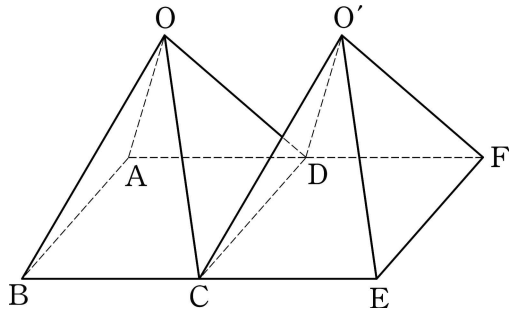
단답형

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{20x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

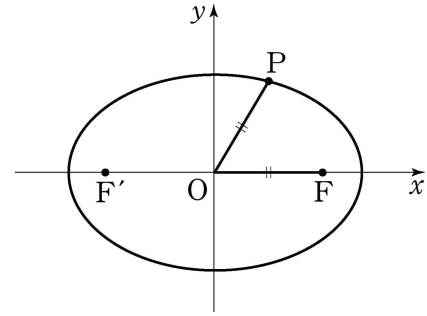
19. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 2$ 의 극대값을 M , 극소값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y = x^3$ 위의 점 $P(t, t^3)$ 에서의 접선과 원점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 하자. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{t} = a$ 일 때, $30a$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 그림은 모든 모서리의 길이가 2인 두 개의 정사각뿔 $O-ABCD$, $O'-DCEF$ 에 대하여 모서리 CD 를 일치시킨 도형을 나타낸 것이다. $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OF}|^2$ 의 값을 구하시오.
(단, 면 $ABCD$ 와 면 $DCEF$ 는 한 평면 위에 있다.) [3점]



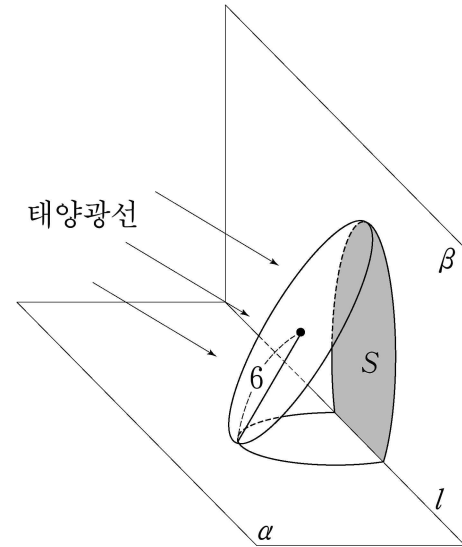
22. 타원 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 두 초점을 F, F' 이라 하자.
이 타원 위의 점 P 가 $OP = OF$ 를 만족시킬 때,
 $\overrightarrow{PF} \cdot \overrightarrow{PF'}$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



23. 자연수 n 에 대하여 두 함수 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프가 직선 $x=n$ 과 만나는 교점의 y 좌표를 각각 a , b 라 하자. $a+b$ 가 세 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 수련회에 참가한 여학생 5명과 남학생 6명을 4개의 방에 배정하려고 한다. 여학생은 1호실에 3명, 2호실에 2명을 배정하고, 남학생은 3호실과 4호실에 각각 3명씩 배정하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

25. 서로 수직인 두 평면 α , β 의 교선을 l 이라 하자. 반지름의 길이가 6인 원판이 두 평면 α , β 와 각각 한 점에서 만나고 교선 l 에 평행하게 놓여 있다. 태양광선이 평면 α 와 30° 의 각을 이루면서 원판의 면에 수직으로 비출 때, 그림과 같이 평면 β 에 나타나는 원판의 그림자의 넓이를 S 라 하자. S 의 값을 $a+b\sqrt{3}\pi$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 자연수이고 원판의 두께는 무시한다.) [4점]



26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{2}{3}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점]
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{3}{13}$ ⑤ $\frac{5}{13}$

27. y 가 x 의 함수일 때, 곡선 $e^x \ln y = 1$ 위의 점 $(0, e)$ 에서
의 접선의 기울기는? [3점]
- ① $-e$ ② $-\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ e ⑤ $2e$

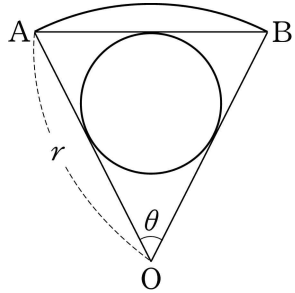
28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가
 $f(-1) = -1, f(0) = 1, f(1) = 0$ 을 만족시킬 때, <보기>
에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(a) = \frac{1}{2}$ 인 실수 a 가 구간 $(-1, 1)$ 에 두 개 이상 존재한다.
 ㄴ. $f'(b) = -1$ 인 실수 b 가 구간 $(-1, 1)$ 에 적어도 한 개 존재한다.
 ㄷ. $f'(c) = 0$ 인 실수 c 가 구간 $(-1, 1)$ 에 적어도 한 개 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 그림과 같이 중심각의 크기가 θ 이고 반지름의 길이가 r 인 부채꼴 OAB 가 있다. 부채꼴의 호 AB 의 길이를 l_1 , 삼각형 OAB 에 내접하는 원의 둘레의 길이를 l_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{l_2}{l_1}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

단답형

30. 자연수 n 에 대하여 구간 $[(n-1)\pi, n\pi]$ 에서 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^n \sin x$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = a$ 일 때, $50a$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 다음은 20개의 자료에 대하여 십의 자리의 수를 줄기로, 일의 자리의 수를 앞으로 하는 줄기와 앞 그림이다.

줄기	앞
0	1 2
1	0 0 0 0 a
2	0 0 b b
3	0 0 0 0 c
4	0 2 2 3

(단, a, b, c는 $0 \leq a \leq 9$, $0 \leq b \leq 9$, $0 \leq c \leq 9$ 인 정수이다.)

이 자료의 평균이 23이고 중앙값이 24일 때, a+b+c의 값은? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

27. 어느 마라톤 대회에서 완주한 참가자들의 완주 시간은 평균 5시간, 표준편차 1시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 대회에서 완주한 참가자 중 임의추출한 100명의 완주 시간의 평균이 4시간 51분 이상이고 5시간 12분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	P (0 ≤ Z ≤ z)
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.8664 ② 0.9104 ③ 0.9544
 ④ 0.9710 ⑤ 0.9876

28. 어느 농장에서 한 상자에 40개의 과일을 넣어 판매하고 있는데, 한 상자당 상한 과일의 개수는 2개라 한다. 한 상자에서 3개의 과일을 임의추출하여 상한 과일이 없으면 이 상자를 5,000 원에 판매하고, 상한 과일이 1개 이상이면 상자 속의 상한 과일을 모두 정상인 과일로 바꾸어 6,000 원에 판매한다. 이러한 방식으로 130상자를 판매할 때, 전체 판매액의 기대값은?
[3점]

- ① 749,000 원 ② 729,000 원
③ 709,000 원 ④ 689,000 원
⑤ 669,000 원

29. 대학수학능력시험에 응시하려는 수험생 중 수리 영역의 '가'형을 선택하는 수험생의 비율 p 를 신뢰도 95%로 구간추정하려고 한다. 이 시험에 응시하려는 수험생 중 1,000명을 임의추출하여 조사하였더니 400명이 '가'형을 선택한다고 응답하였다. 신뢰구간의 길이를 N , 최대 허용 표본오차를 M 이라 할 때, $\frac{N}{2M}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{5}$
④ $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{5}$

단답형

30. 어느 공장에서 생산되는 제품의 길이의 모표준편차는 11이다. 이 공장에서 생산된 제품 중 크기 4인 표본을 3일 동안 매일 임의추출하여 다음 자료를 얻었다.

	자료(제품의 길이)			
1일째 표본	77	73	68	50
2일째 표본	70	57	49	48
3일째 표본	69	62	57	x

3일 동안의 표본에 대한 자료의 범위의 평균이 모표준편차의 2배라 할 때, 3일째 표본 속에 포함된 자료 x 의 값을 구하시오. (단, $x < 70$ 이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

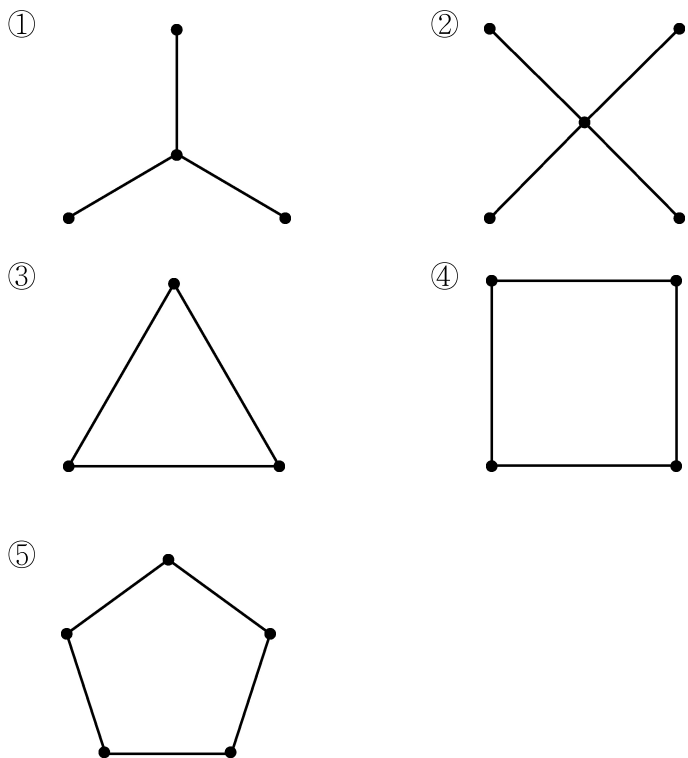
이산수학

26. 3^{303} 을 5로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

27. 다음 명제의 반례가 되는 그래프는? [3점]

꼭지점을 적절하게 색칠하는 데 필요한 최소색의 수가 2이면 그 그래프는 수형도이다.



28. 다음은 5개의 꼭지점이 a, b, c, d, e 인 어느 그래프의 인접행렬이다.

$$\begin{matrix} & a & b & c & d & e \\ a & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ b & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ c & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ d & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ e & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{matrix}$$

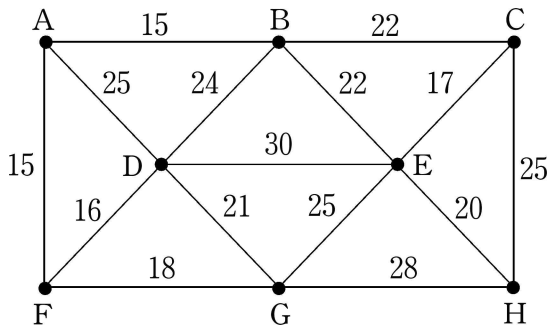
이 그래프에 대한 <보기>의 설명에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 변의 개수는 8이다.
 ㄴ. 차수가 3인 꼭지점의 개수는 4이다.
 ㄷ. 꼭지점 a 와 꼭지점 c 를 잇는 두 개의 변으로 이루어진 경로의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 그림은 8개의 도시 A, B, C, D, E, F, G, H를 꼭지점으로 하는 그래프의 변 위에 두 도시 사이의 도로를 건설하는 데 필요한 비용을 써 넣은 것이다.

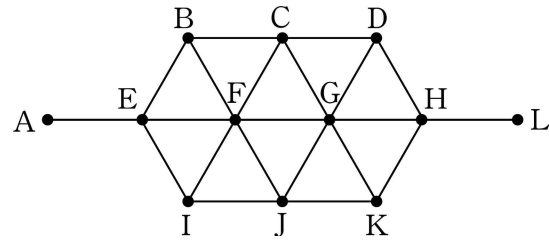


도시 D와 도시 E 사이를 직접 연결하면서 모든 도시가 연결 되도록 도로망을 구축하는 데 필요한 최소 비용은?
(단, 단위는 억원이다.) [4점]

- ① 131 ② 136 ③ 141 ④ 146 ⑤ 151

단답형

30. 그림은 지점 A부터 지점 L까지 12개의 지점을 연결한 것이다.



지점 A에서 출발하여 5개의 지점을 거쳐 지점 L에 도착하는 방법의 수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.