2005학년도 대학수학능력시험 예비 평가 문제지

수리 영역

제 2 교시

나 형

성명		수험 번호	

홀수형

○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.

○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 다음 식을 간단히 하면? [2점]

$$10^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}}$$

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$
④ 5 ⑤ $\sqrt{10}$

2. 이차 정사각행렬 A에 대하여 다음이 성립한다.

$$A\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix},\ A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$$

이때, A의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

3. 다음 부등식의 해는? [3점]

$$(\log_2 x)^2+\log_2 x-2\geqq 0$$

① $\frac{1}{4}\leqq x\leqq 2$ ② $\frac{1}{2}\leqq x\leqq 4$
③ $2\leqq x\leqq 4$ ④ $0<x\leqq\frac{1}{4}$ 또는 $x\geqq 2$
⑤ $0<x\leqq\frac{1}{2}$ 또는 $x\geqq 4$

4. 다음 표는 어느 회사 전체 직원 229명의 주요 통근 수단과 통근 거리를 조사한 것이다.

통근 거리 \ 통근 수단	대중교통	자가용	계
15 km 미만	45	52	97
15 km 이상	83	49	132
계	128	101	229

이 회사에서 임의로 선택된 직원의 통근 거리가 15km 이상일 때, 그 직원의 주요 통근 수단이 대중교통일 확률은? [2점]

① $\frac{83}{229}$ ② $\frac{128}{229}$ ③ $\frac{132}{229}$
④ $\frac{83}{128}$ ⑤ $\frac{83}{132}$

5. 이차 정사각행렬 A와 B에 대한 <보기>의 설명 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, O는 영행렬) [3점]

<보 기>

ㄱ. A와 B의 역행렬이 존재하면 $AB=BA$이다.
ㄴ. $AB=O$이면 A와 B 중에서 적어도 하나는 역행렬이 존재하지 않는다.
ㄷ. A의 역행렬이 존재하지 않으면 연립방정식 $A\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$의 해는 무수히 많다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

6. 자연수 n에 대하여 $\log_{10} n$의 값을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한 수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값은? [3점]

① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

7. 정규분포를 따르는 모집단에서 표본을 임의추출하여 모평균을 추정하려고 한다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 표본평균 $\overline{X}$의 분산은 표본의 크기에 반비례한다.
ㄴ. 동일한 표본을 사용할 때, 신뢰도 99%인 신뢰구간은 신뢰도 95%인 신뢰구간을 포함한다.
ㄷ. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 작을수록 신뢰구간이 짧아진다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 어느 고등학교 3학년 학생의 키는 평균이 170 cm이고 표준편차가 5 cm인 정규분포를 따른다고 한다. 길이가 모두 10 cm인 다음의 세 구간 A, B, C에 속하는 학생 수를 차례로 a, b, c라고 할 때, a, b, c 사이의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

[3점]

A = [165, 175]
B = [163, 173]
C = [169, 179]

① $a \geqq b \geqq c$ ② $a \geqq c \geqq b$ ③ $b \geqq c \geqq a$
④ $c \geqq a \geqq b$ ⑤ $c \geqq b \geqq a$

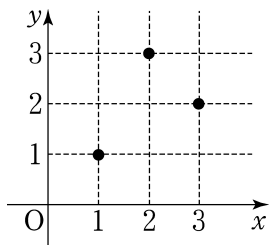
②

9. 집합 $X=\{1, 2, 3\}$에서 X로의 함수 f를 이용하여 삼차 정사각행렬 A의 (i, j) 성분 a_{ij}를 다음과 같이 정의한다.

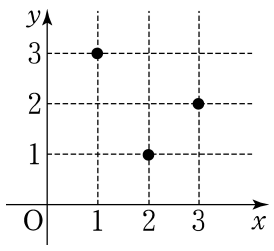
$$a_{ij}=\begin{cases}1 & (f(i)=j)\\ 0 & (f(i)\neq j)\end{cases}$$

$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$일 때, 함수 $y=f(x)$의 그래프는? [3점]

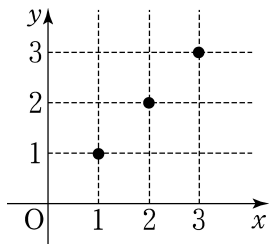
①



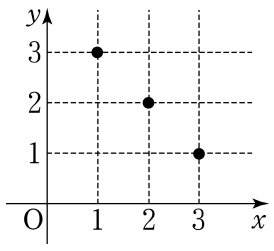
②



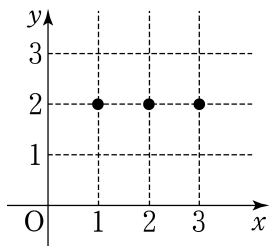
③



④



⑤



10. $0<\theta<\pi$일 때 다음 식을 만족시키는 θ의 값은? [4점]

$$\sum_{n=1}^{\infty}(\cos\theta)^{2n-1}=\frac{2}{3}$$

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$

④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

11. 첫째 항이 2이고 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 있다. 다음 이차방정식은 모든 자연수 n에 대하여 중근을 갖는다.

$$x^2-\sqrt{a_n}\,x+(a_{n+1}-1)=0$$

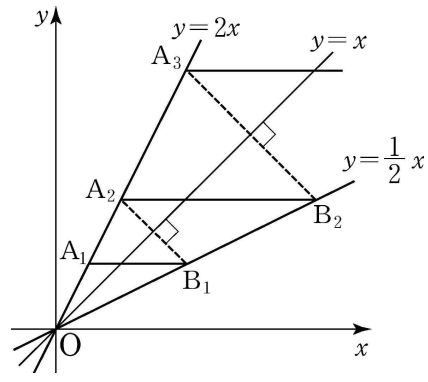
이때, 극한 $\lim_{n\to\infty}a_n$의 값은? [4점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$

④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

12. 그림과 같이 두 직선 $y=2x$와 $y=\frac{1}{2}x$가 있다.

$y=2x$ 위의 점 $A_1(1, 2)$를 지나고 x축에 평행한 직선이 $y=\frac{1}{2}x$와 만나는 점을 B_1이라 하자. B_1을 지나고 직선 $y=x$와 수직인 직선이 $y=2x$와 만나는 점을 A_2라 하자. A_2를 지나고 x축에 평행한 직선이 $y=\frac{1}{2}x$와 만나는 점을 B_2라 하자. 이와 같은 방법으로 점 $A_3, B_3, A_4, B_4, \cdots, A_n, B_n, \cdots$을 정할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\overline{A_nB_n}}$의 합은? [4점]



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$

④ 1 ⑤ 2

13. 자연수 n에 대하여 원소가 $2n$개인 집합 S에서 2개의 원소를 뽑는 경우의 수 ${}_{2n}C_2$를 다음과 같은 방법으로 구하였다.

> S를 원소가 n개이고 서로소인 두 집합 A와 B로 나누고, 다음과 같은 경우를 생각한다.
>
> (i) A와 B 중 한 집합에서만 두 개의 원소를 뽑는 경우
> (ii) A와 B 각 집합에서 원소를 한 개씩 뽑는 경우
>
> (i)의 경우의 수는 (가)이고 (ii)의 경우의 수는 (나)이다. (i)과 (ii) 둘 중에서 한 가지 경우만 일어날 수 있으므로 합의 법칙에 의하여 ${}_{2n}C_2 =$ (가) $+$ (나) 이다.

위에서 (가)와 (나)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	${}_nC_2 \times {}_nC_2$	${}_nC_1 \times {}_nC_1$
②	$2\,{}_nC_2$	${}_nC_1 \times {}_nC_1$
③	$3\,{}_nC_2$	${}_nC_1 \times {}_nC_1 - {}_nC_2$
④	$2\,{}_nC_2$	${}_nC_1 \times {}_{n-1}C_1$
⑤	${}_nC_2 - {}_nC_1$	$2\,{}_nC_2$

14. 다음은 $\log_a b$를 임의의 양수 $c(c \neq 1)$를 밑으로 하는 로그로 바꾸어 나타낼 수 있음을 증명한 것이다.

> <증명>
> $\log_a b = x$, $\log_c a = y$라고 하면
> $a^x = b$, $c^y = a$ 이다.
> 이때, $b = c^{\text{(가)}}$이므로 (가) $= \log_c b$이다.
> 즉, $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$이다.
> 여기서 (나) 이므로 $\log_c a \neq 0$ 이다.
> 따라서 $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ 이다.

위의 증명에서 (가)와 (나)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)
①	xy	$a \neq 1$
②	xy	$a > 0$
③	$x+y$	$a \neq 1$
④	$x+y$	$a > 0$
⑤	$\dfrac{x}{y}$	$a \neq 1$

15. 함수 $f(x)$는 구간 $[0, 1]$에서 연속이고 $f(x) \geq 0$이다. 다음은 직선 $x=0$, $x=1$, $y=0$과 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 영역의 넓이 S의 근사값을 컴퓨터를 활용하여 구하는 방법을 설명한 것이다.

> 구간 $[0, 1]$에서 $f(x)$의 최대값을 c라고 하자.
> 점 O(0, 0), A(1, 0), B(1, c), C(0, c)를 꼭지점으로 하는 사각형의 내부에 임의로 찍은 점이 곡선 $y=f(x)$ 아래에 위치할 확률은 (가)이다.
> 컴퓨터를 이용하여 사각형 OABC의 내부에 n개의 점을 임의로 찍는다. 이때, 곡선 $y=f(x)$ 아래에 위치하는 점의 개수를 X라 하면, X의 확률분포는 (나)이다. 큰수의 법칙에 의하여 $\dfrac{X}{n}$는 n이 한없이 커질 때 (가)에 한없이 가까워진다. 그러므로 S는 근사적으로 (다)임을 알 수 있다.

위에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	cS	$N(cS, n)$	$\dfrac{X}{cn}$
②	cS	$B(n, cS)$	$\dfrac{X}{cn}$
③	$\dfrac{S}{c}$	$B\left(n^2, \dfrac{S}{c}\right)$	$\dfrac{X}{n^2}c$
④	$\dfrac{S}{c}$	$B\left(n, \dfrac{S}{c}\right)$	$\dfrac{X}{n}c$
⑤	$\dfrac{S}{c}$	$N\left(\dfrac{S}{c}, n\right)$	$\dfrac{X}{n}c$

16. 한 은행은 고객으로부터 100만원을 연이율 5%의 5년 만기 정기예금으로 받으면, 그 중에서 90만원을 연이율 r%로 5년 동안 대출하고 나머지 10만원은 예비비로 보관한다. 5년 후 은행은 대출금을 이자와 함께 회수하고 고객에게 정기예금을 이자와 함께 지불하여 20만원의 수익을 얻으려고 한다. 이때, 대출 이율 r를 구하는 식은? (단, 모든 이자는 1년마다의 복리로 계산한다.) [4점]

① $10^6\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^5 - 9\times10^5\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^5 = 10^5$

② $10^6\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^5 - 9\times10^5\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^5 = 2\times10^5$

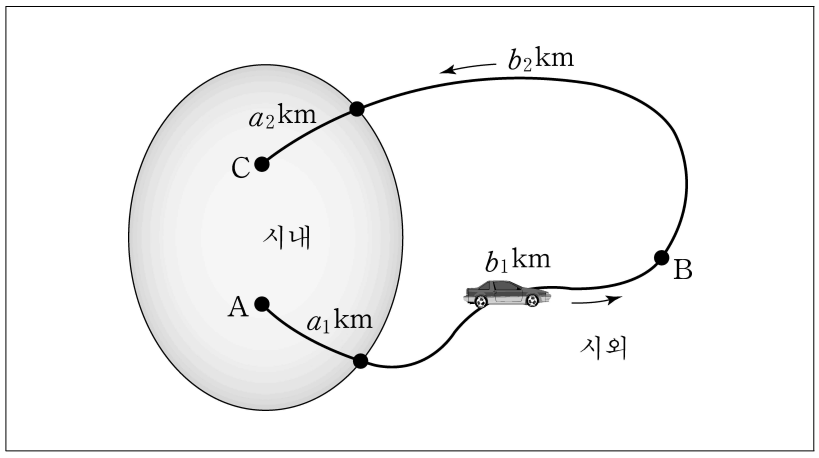
③ $10^6\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^5 - 9\times10^5\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^5 = 3\times10^5$

④ $9\times10^5\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^5 - 10^6\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^5 = 10^5$

⑤ $9\times10^5\left(1+\dfrac{r}{100}\right)^5 - 10^6\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^5 = 2\times10^5$

17. 자동차의 연비는 연료 1*l*로 주행할 수 있는 평균 거리를 나타내며, 단위는 km/*l*이다. 어떤 사람이 자기 자동차의 시내와 시외에서의 연비를 알아보기 위해 다음과 같이 주행하였다.

> 시내의 A지점에서 연료를 가득 채우고 출발하여 시내를 $a_1$km 주행한 후 시외로 빠져나가 $b_1$km 주행하여 B지점에 도착하였다. 그 곳에서 연료를 가득 채우는 데 40*l*가 들어갔다.
>
> 다시 시외를 $b_2$km 주행한 후 시내로 들어와 $a_2$km 주행하여 시내의 C 지점에 도착하였다. 그 곳에서 연료를 가득 채우는 데 50*l*가 들어갔다.



시내에서의 연비 $x$km/*l*와 시외에서의 연비 $y$km/*l*를 구하는 방정식을 $A\begin{pmatrix}\frac{1}{x}\\ \frac{1}{y}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}40\\50\end{pmatrix}$으로 나타낼 때, 행렬 A와 x는? (단, 행렬 A의 역행렬이 존재한다고 가정한다.) [4점]

① $\begin{pmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{pmatrix}$, $\frac{a_1b_2-a_2b_1}{40b_2-50b_1}$

② $\begin{pmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{pmatrix}$, $\frac{40b_2-50b_1}{a_1b_2-a_2b_1}$

③ $\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{pmatrix}$, $\frac{a_1b_2-a_2b_1}{40b_2-50b_1}$

④ $\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{pmatrix}$, $\frac{40b_2-50b_1}{a_1b_2-a_2b_1}$

⑤ $\begin{pmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{pmatrix}$, $\frac{40b_2+50b_1}{a_1b_2+a_2b_1}$

단답형

18. 다음 식의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{n=1}^{9} 2^{n-1}$$

19. 다음 방정식의 해를 구하시오. [3점]

$$\log_{10} x+\log_{10}(x-10)=2+\log_{10}2$$

20. 이차방정식 $x^2-7x-1=0$의 두 근을 α와 β라고 하자. 행렬 $A=\begin{pmatrix}\alpha & 1\\ 1 & \beta\end{pmatrix}$에 대하여 $A^2=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$라고 할 때, $a+d$의 값을 구하시오. [3점]

21. 세 주사위 A, B, C를 동시에 던질 때 나오는 눈의 수의 곱이 짝수인 경우의 수를 구하시오. [3점]

22. 3^{30}은 십진법으로 n자리 자연수이고 가장 큰 자리의 숫자가 a이다. 이때, $n+a$의 값을 구하시오. (단 , $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ 로 계산한다.) [4점]

23. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 다항식 $a_nx^2+a_nx+2$를 $x-n$으로 나눈 나머지가 25일 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$의 합을 구하시오. [4점]

24. 2 이상의 자연수 n에 대하여 분모는 2^n 꼴이고, 분자는 분모보다 작은 홀수인 모든 분수로 이루어진 다음 수열에서 첫째 항부터 제 126 항까지의 합을 구하시오. [4점]

$$\frac{1}{2^2},\ \frac{3}{2^2},\ \frac{1}{2^3},\ \frac{3}{2^3},\ \frac{5}{2^3},\ \frac{7}{2^3},\ \frac{1}{2^4},\ \frac{3}{2^4},\ \cdots$$

25. 상훈이를 포함한 5 명의 학생이 쪽지시험을 본 후, 5 장의 답안지를 섞은 다음에 임의로 하나씩 뽑는다. 상훈이만 자신의
답안지를 뽑고 나머지 4 명은 다른 학생의 답안지를 뽑을 확률을 기약분수 $\frac{q}{p}$로 나타낼 때, $p+q$의 값을 구하시오. [4점]

선택형

26. 어떤 호수에서 수면에서의 빛의 세기가 I_0일 때 수심이 dm인 곳에서의 빛의 세기 I_d는 다음과 같이 나타내어진다고 한다.

$$I_d = I_0 2^{-0.25d}$$

이 호수에서 빛의 세기가 수면에서의 빛의 세기의 25%인 곳의 수심은? [3점]

① 16 m ② 12 m ③ 10 m
④ 8 m ⑤ 4 m

27. <보기>의 함수 중에서 그 그래프 위의 서로 다른 세 점 A(a, p), B(b, q), C(c, r)를 선택하되, x좌표 a, b, c는 차례로 등차수열을 이루고 y좌표 p, q, r는 차례로 등비수열을 이루게 할 수 있는 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

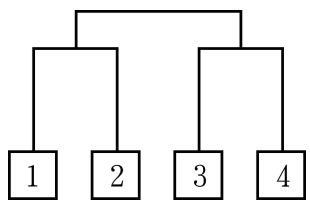
ㄱ. $f(x)=x$ ㄴ. $g(x)=\frac{1}{x}$ ㄷ. $h(x)=2^x$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

28. 어느 근로자는 일주일 단위로 주간근무만 하거나 야간근무만 하는데, 앞으로 10주 동안 3주는 야간근무, 7주는 주간근무를 한다. 회사에서 주간근무하는 주와 야간근무하는 주를 임의의 순서로 배정할 때, 그 근로자가 2주 이상 연속하여 야간근무를 하지 않을 확률은? [4점]

① $\frac{19}{45}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{23}{45}$
④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

29. A, B, C, D 4명이 그림과 같은 대진표에 따라 경기를 한다. 이들은 숫자 1, 2, 3, 4가 각각 한 개씩 적힌 카드가 들어있는 주머니에서 카드를 임의로 하나씩 꺼내어 나온 번호에 위치한다.

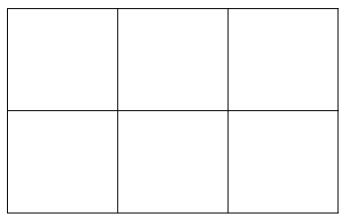


A가 C, D와 경기할 때 이길 확률이 모두 $\frac{2}{3}$이고, B가 C, D와 경기할 때 이길 확률이 모두 $\frac{1}{2}$이라고 하자. 이때, A와 B가 결승에서 만날 확률은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

단답형

30. 그림과 같이 여섯 칸으로 나누어진 직사각형의 각 칸에 6개의 수 1, 2, 4, 6, 8, 9를 한 개씩 써 넣으려고 한다. 각 가로줄에 있는 세 수의 합이 서로 같은 경우의 수를 구하시오. [3점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.