2005학년도 대학수학능력시험 문제지

수리 영역

제2 교시

가 형

성명		수험 번호		—	

홀수형

○ 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.

○ 답안지에 성명과 수험 번호를 써 넣고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $3^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{3}{2}} \div 27^{\frac{8}{9}}$ **의 값은?** [2점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. **두 행렬** $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$**에 대하여** $AX = B$ **를 만족시키는 행렬** X **의 모든 성분의 합은?** [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

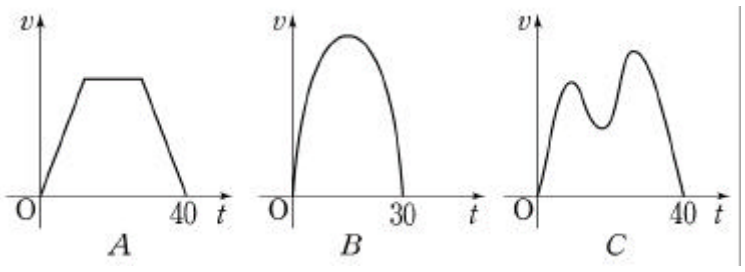
3. **연립부등식**

$$\begin{cases} \dfrac{x+2}{x^2-4x+3} \geqq 0 \\ \dfrac{9}{x-8} \leqq -1 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x **의 개수는?** [2점]

① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

4. 다음은 '가' 지점에서 출발하여 '나' 지점에 도착할 때까지 직선 경로를 따라 이동한 세 자동차 A, B, C의 시간 t에 따른 속도 v를 각각 나타낸 그래프이다.



'가' 지점에서 출발하여 '나' 지점에 도착할 때까지의 상황에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. A와 C의 평균속도는 같다.
ㄴ. B와 C 모두 가속도가 0인 순간이 적어도 한 번 존재한다.
ㄷ. A, B, C 각각의 속도 그래프와 t축으로 둘러싸인 영역의 넓이는 모두 같다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

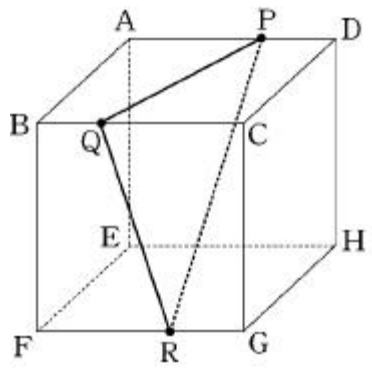
ㄱ. $2^{\log_2 1+\log_2 2+\log_2 3+\cdots+\log_2 10}=10!$
ㄴ. $\log_2(2^1\times 2^2\times 2^3\times\cdots\times 2^{10})^2=55^2$
ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3)\cdots(\log_2 2^{10})=55$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 점 $A(1, 2, 3)$을 지나고 직선 $l : x-1=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{3}$에 수직인 평면을 α라 하자.
평면 α와 직선 $m : x-2=y=\frac{z-6}{5}$의 교점을 B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

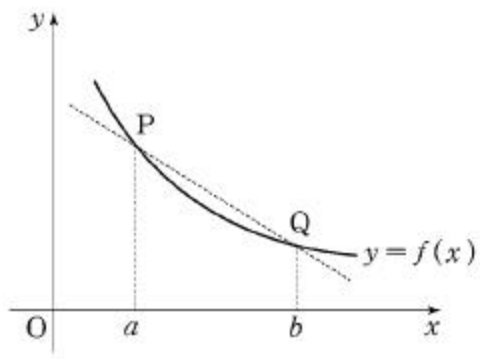
① $\sqrt{19}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{11}$

7. 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3인 정육면체 ABCD-EFGH의 세 모서리 AD, BC, FG 위에 $\overline{DP} = \overline{BQ} = \overline{GR} = 1$인 세 점 P, Q, R가 있다. 평면 PQR와 평면 CGHD가 이루는 각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [3점]



① $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{11}}{11}$
④ $\frac{2\sqrt{11}}{11}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{11}}{11}$

8. 다음은 연속함수 $y = f(x)$의 그래프와 이 그래프 위의 서로 다른 두 점 $P(a, f(a))$, $Q(b, f(b))$를 나타낸 것이다.



함수 $F(x)$가 $F'(x) = f(x)$를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $F(x)$는 구간 $[a, b]$에서 증가한다.

ㄴ. $\frac{F(b) - F(a)}{b - a}$는 직선 PQ의 기울기와 같다.

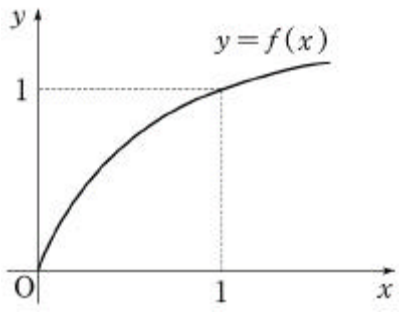
ㄷ. $\int_a^b \{f(x) - f(b)\}\,dx \leqq \frac{(b-a)\{f(a) - f(b)\}}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 키가 서로 다른 네 사람이 있다. 이들을 일렬로 세울 때, 앞에서 세 번째 사람이 자신과 이웃한 두 사람보다 키가 작을 확률은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

10. 다음은 연속함수 $y = f(x)$의 그래프이다.



구간 $[0, 1]$에서 함수 $f(x)$의 역함수 $g(x)$가 존재하고 연속일 때, 극한값

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \left\{ g\left(\frac{k}{n}\right) - g\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\} \frac{k}{n}$$

와 같은 값을 갖는 것은? [4점]

① $\int_0^1 g(x)\,dx$ ② $\int_0^1 x\,g(x)\,dx$

③ $\int_0^1 f(x)\,dx$ ④ $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$

⑤ $\int_0^1 \{f(x) - g(x)\}\,dx$

11. 아래 그림과 같이 자연수 n에 대하여 n개의 항

$$\left[\frac{n}{1}\right], \left[\frac{n}{2}\right], \left[\frac{n}{3}\right], \cdots, \left[\frac{n}{n}\right]$$

이 n행에 1열부터 n열까지 차례로 나열되어 있다.
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

	1열	2열	3열	4열	5열	…	n열	…
1행	1							
2행	2	1						
3행	3	1	1					
4행	4	2	1	1				
5행	5	2	1	1	1			
⋮			⋮					
n행	$\left[\frac{n}{1}\right]$	$\left[\frac{n}{2}\right]$	$\left[\frac{n}{3}\right]$		…		$\left[\frac{n}{n}\right]$	
⋮			⋮					

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. n행에서 그 값이 1인 항은 $\left[\frac{n+1}{2}\right]$개이다.

ㄴ. 100행에서 그 값이 3인 항은 8개이다.

ㄷ. 3열에서 그 값이 5인 항은 5개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\sum_{i=1}^{2n+1} \frac{1}{n+i} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} > 1$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

자연수 n 에 대하여

$a_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1}$ 이라 할 때,

$a_n > 1$ 임을 보이면 된다.

(1) $n = 1$ 일 때 $a_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > 1$ 이다.

(2) $n = k$ 일 때 $a_k > 1$ 이라고 가정하면

$n = k+1$ 일 때

$$a_{k+1} = \frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \cdots + \frac{1}{3k+4}$$

$$= a_k + \left(\frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+3} + \frac{1}{3k+4}\right) - \boxed{\text{(가)}}$$

한편, $(3k+2)(3k+4)$ $\boxed{\text{(나)}}$ $(3k+3)^2$ 이므로

$$\frac{1}{3k+2} + \frac{1}{3k+4} > \boxed{\text{(다)}}$$

그런데 $a_k > 1$ 이므로

$$a_{k+1} > a_k + \left(\frac{1}{3k+3} + \boxed{\text{(다)}}\right) - \boxed{\text{(가)}} > 1$$

그러므로 (1), (2)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n > 1$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\frac{1}{k+1}$	>	$\frac{2}{3k+3}$
②	$\frac{1}{k+1}$	<	$\frac{2}{3k+3}$
③	$\frac{1}{k+1}$	<	$\frac{4}{3k+3}$
④	$\frac{2}{k+1}$	>	$\frac{4}{3k+3}$
⑤	$\frac{2}{k+1}$	<	$\frac{1}{k+1}$

13. $a > 1$ 일 때, 함수 $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax - 4a + 2$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 의 한 실근을 b 라 하자.

다음은 두 수 a, b 의 크기를 비교하는 과정이다.

$f'(x) =$ $\boxed{\text{(가)}}$ 이고 $a > 1$ 이므로

$f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 $\boxed{\text{(나)}}$ 을 가진다.

그런데 $f(1) < 0$ 이고 $f(b) = 0$ 이므로

a $\boxed{\text{(다)}}$ b 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$6(x+a)(x+1)$	극소값	>
②	$6(x+a)(x+1)$	극소값	<
③	$6(x-a)(x-1)$	극소값	>
④	$6(x-a)(x-1)$	극대값	<
⑤	$6(x-a)(x-1)$	극대값	>

14. 여덟 개의 a 와 네 개의 b 를 모두 사용하여 만든 12자리 문자열 중에서 다음 조건을 모두 만족시키는 문자열의 개수는? [4점]

(가) b 는 연속해서 나올 수 없다.
(나) 첫째 자리 문자가 b 이면 마지막 자리 문자는 a 이다.

① 70 ② 105 ③ 140 ④ 175 ⑤ 210

15. 좌표공간에 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 1,\ 1)$, $\mathrm{B}(1,\ -3,\ -1)$ 이 있다. 평면 $x-y+z=0$ 에 있는 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PB}}|$ 의 최소값은? [4점]

① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

16. 다음은 어느 백화점에서 판매하고 있는 등산화에 대한 제조회사별 고객의 선호도를 조사한 표이다.

제조회사	A	B	C	D	계
선호도(%)	20	28	25	27	100

192 명의 고객이 각각 한 켤레씩 등산화를 산다고 할 때, C 회사 제품을 선택할 고객이 42 명 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7745
③ 0.8256 ④ 0.8332
⑤ 0.8413

17. 총 인구에서 65 세 이상 인구가 차지하는 비율이 20 % 이상인 사회를 '초고령화 사회'라고 한다.
2000 년 어느 나라의 총 인구는 1000 만 명이고 65 세 이상 인구는 50 만 명이었다. 총 인구는 매년 전년도보다 0.3 % 씩 증가하고 65 세 이상 인구는 매년 전년도보다 4 % 씩 증가한다고 가정할 때, 처음으로 '초고령화 사회'가 예측되는 시기는?
(단, $\log 1.003 = 0.0013$, $\log 1.04 = 0.0170$, $\log 2 = 0.3010$) [4점]

① 2048 년 2050 년 ② 2038 년 2040 년
③ 2028 년 2030 년 ④ 2018 년 2020 년
⑤ 2008 년 2010 년

단답형

18. **두 실수** a, b **가** $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2 + a} - b}{x - 2} = \frac{2}{5}$ **를 만족시킬 때,** $a + b$ **의 값을 구하시오.** [3점]

19. **연립부등식**

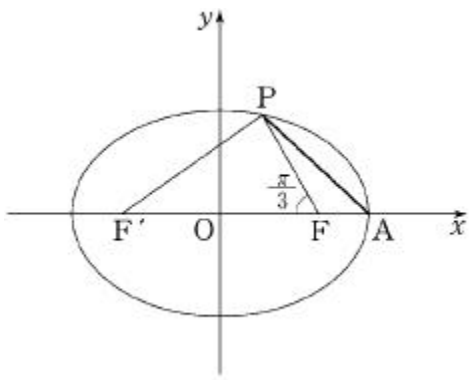
$$\begin{cases} \log_3 |x - 3| < 4 \\ \log_2 x + \log_2 (x - 2) \geqq 3 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x **의 개수를 구하시오.** [3점]

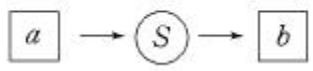
20. **무리방정식** $x^2 + 7x + 10 + \sqrt{x^2 + 7x + 12} = 0$ **의 모든 실근의 곱을 구하시오.** [3점]

21. **중심이** $\mathrm{C}(0, 1, 1)$ **이고 반지름의 길이가** $2\sqrt{2}$ **인 구와 직선** $\frac{x}{2} = y = -z$ **가 만나는 두 점을** A, B **라 하자. 삼각형** CAB **의 넓이를** S **라 할 때,** S^2 **의 값을 구하시오.** [4점]

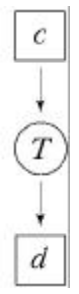
22. 타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ 의 두 초점을 F 와 F′ 이라 하고, 초점 F 에 가장 가까운 꼭지점을 A 라 하자. 이 타원 위의 한 점 P 에 대하여 $\angle PFF'=\frac{\pi}{3}$ 일 때, $\overline{PA}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



23. 실수 $a\,(a>1)$ 에 대하여 $b=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{a}\right)^n$ 을 [그림 1]과 같이 나타내고, 실수 c 에 대하여 $d=16^c$ 을 [그림 2]와 같이 나타내기로 한다.

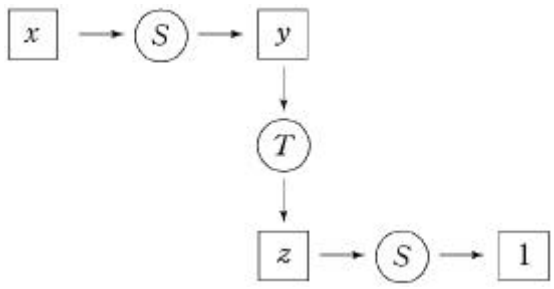


[그림 1]



[그림 2]

아래 그림의 실수 x , y , z 에 대하여 $\frac{xz}{y}$ 의 값을 구하시오. [4점]



24. x 에 대한 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^3 - x = k$ 가 서로 다른 세 실근 α, β, γ 를 가진다. 실수 k 에 대하여 $|\alpha| + |\beta| + |\gamma|$ 의 최소값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. [4점]

25. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 ㄩ 모양의 도형을 A_1 이라 하자.

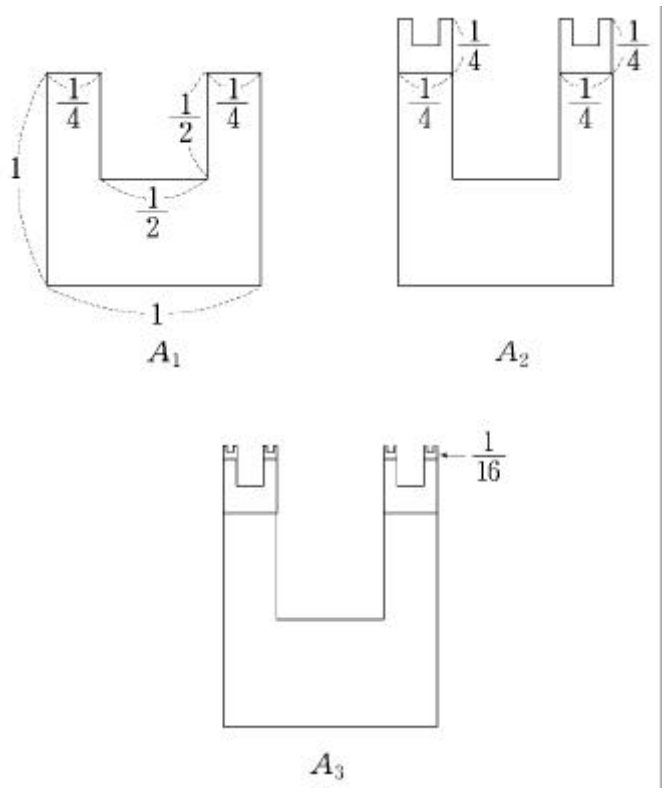
한 변의 길이가 $\frac{1}{4}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{8}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 ㄩ 모양의 도형 2 개를 A_1 의 위쪽 두 변에 각각 붙인 도형을 A_2 라 하자.

한 변의 길이가 $\frac{1}{16}$ 인 정사각형에서 한 변의 길이가 $\frac{1}{32}$ 인 정사각형을 잘라낸 후 남은 ㄩ 모양의 도형 4 개를 A_2 의 위쪽 네 변에 각각 붙인 도형을 A_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 도형을 A_n 이라 하고 그 넓이를 S_n 이라 하자.

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\sin\alpha = \frac{1}{3}$ 일 때, $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$의 값은? (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) [3점]

① $\frac{2\sqrt{2} - \sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{2 - \sqrt{3}}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{2} - 1}{3}$
④ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3} - 1}{3}$

27. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x} - 1}{\tan x}$ 의 값은? [3점]

① - 2 ② - 1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

28. 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = -f(x)$를 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f'(-x) = f'(x)$
ㄴ. $\lim_{x \to 0} f'(x) = 0$
ㄷ. $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $x = a\ (a \neq 0)$에서 극대값을 가지면 $f'(x)$는 $x = -a$에서 극소값을 갖는다.

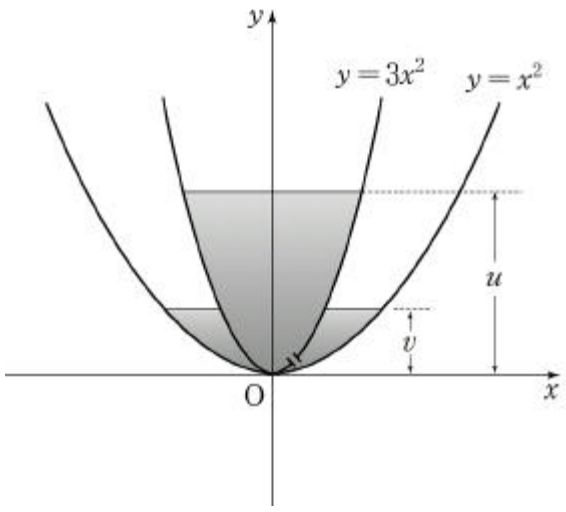
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 곡선 $y = 3x^2 (0 \leqq y \leqq 10)$ 을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 A 와 곡선 $y = x^2 (0 \leqq y \leqq 10)$ 을 y 축 둘레로 회전시킨 회전체 B 가 있다.

처음에는 물이 A 의 안쪽에만 차 있다가 원점 O 부근의 작은 구멍을 통하여 A 의 바깥쪽과 B 의 안쪽으로 둘러싸인 부분으로 흘러 나가기 시작한다.

A 의 안쪽 수면의 높이를 u , A 의 바깥쪽 수면의 높이를 v 라 할 때, v 가 u 의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 순간의 $\frac{dv}{du}$ 의 값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 2



단답형

30. 곡선 $y = 3\sqrt{x-9}$ 와 이 곡선 위의 점 $(18, 9)$ 에서의 접선 및 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 다음은 어느 고등학교 학생 10 명이 3 분 동안 팔굽혀펴기를 한 횟수를 측정하여 나타낸 줄기와 잎 그림이다. 팔굽혀펴기 횟수의 평균을 m, 중앙값을 n, 최빈값을 f 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [3점]

(단위: 회)

줄기	잎
1	5 9
2	3 7 8
3	2 6 6
4	1 5

① $m < n < f$ ② $m < f < n$ ③ $f < m < n$
④ $n < m < f$ ⑤ $n < f < m$

27. 이산확률변수 X 가 취할 수 있는 값이 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 이고 X 의 확률질량함수가

$$\mathrm{P}(X = x) = \begin{cases} c, & x = 0, 1, 2 \\ 2c, & x = 3, 4, 5 \\ 5c^2, & x = 6, 7 \end{cases} \quad \text{(단, } c \text{ 는 양수)}$$

이다. 확률변수 X 가 6 이상일 사건을 A, 확률변수 X 가 3 이상일 사건을 B 라 할 때, $\mathrm{P}(A \mid B)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

28. 빨간 공 5개, 노란 공 4개, 파란 공 2개, 흰 공 9개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 공을 하나 꺼내어 색깔을 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼내는 순서에 관계없이 빨간 공, 노란 공, 파란 공을 각각 하나씩 꺼낼 확률은? [3점]

① $\frac{1}{200}$ ② $\frac{3}{100}$ ③ $\frac{7}{100}$ ④ $\frac{11}{100}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

29. 어느 음악 동아리에서는 금년에도 정기연주회를 준비하고 있다. 지금까지의 경험에 의하면 초대받은 사람 중 실제 참석자의 비율은 0.5라고 한다. 초대받은 사람 중에서 100명을 임의추출하였을 때, 참석자의 비율이 0.43 이상이고 0.56 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

① 0.8041 ② 0.7698 ③ 0.7605
④ 0.7262 ⑤ 0.6826

단답형

30. 다음은 어떤 모집단의 확률분포표이다.

X	1	2	3	계
$P(X)$	0.5	0.3	0.2	1

이 모집단에서 크기 2인 표본을 복원추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 확률분포표는 다음과 같다.

$\overline{X}$	1	1.5	2	2.5	3
도수	1	a	b	2	1
$P(\overline{X})$	0.25	c	d	0.12	0.04

이때, $100(b+c)$의 값을 구하시오. [4점]

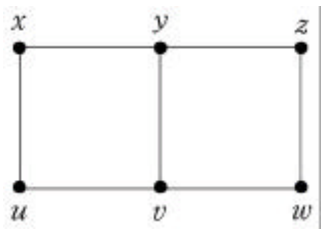
* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 정 10 각형 모양의 그래프를 완전그래프로 만들기 위하여 더 그려 넣어야 할 변의 개수는? [3점]

① 25 ② 35 ③ 45 ④ 55 ⑤ 65

27. 오른쪽 그래프의 서로 다른 생성수형도의 개수는? [3점]



① 10 ② 12
③ 15 ④ 18
⑤ 21

28. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 서로소인 두 부분집합 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는? [3점]

① 729 ② 720 ③ 243 ④ 64 ⑤ 36

29. 다음은 이사갈 집의 내부를 수리하는 데 필요한 작업, 작업 시간, 선행 작업을 나타낸 표이다.

작업	작업 시간(분)	선행 작업
벽지 도배(A)	210	없음
전구 교체(B)	20	A
욕실 수리(C)	60	B
부엌 수리(D)	100	B
커튼 교체(E)	50	A
장판 교체(F)	150	C, D

위의 작업을 모두 끝마치는 데 필요한 최소 작업 시간은? [4점]

① 260분 ② 370분 ③ 440분 ④ 480분 ⑤ 530분

단답형

30. 자연수 k에 대하여 $n = 5^k$일 때, $f(n)$이

$$f(5n) = f(n) + 3,\ f(5) = 4$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} f(5^k)$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.