

제 2 교시

수리 영역

자연계

성명

수험번호

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 계열, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_2 \sqrt{8} - \log_2 \sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

2. θ 가 제 2사분면의 각이고 $\cos 2\theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\cos \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

3. 연립부등식 $\begin{cases} x^2+2x-8 \leq 0 \\ 2x^2-7x+3 > 0 \end{cases}$ 의 해가 $\alpha \leq x < \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -4

4. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 10}{h}$$

의 값은? [2점]

- ① 12 ② 13 ③ 14
 ④ 15 ⑤ 16

2 자연계

수리 영역

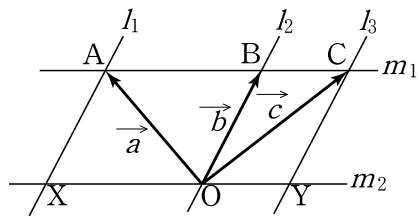
5. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 가 다음을 만족한다.

$$A \cup (A^c \cap C) = A, \quad B \cap C^c = \emptyset$$

이때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계로 옳은 것은? [2점]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$ ③ $B \subset C \subset A$
 ④ $C \subset A \subset B$ ⑤ $C \subset B \subset A$

6. 그림과 같이 한 평면 위에서 서로 평행한 세 직선 l_1, l_2, l_3 가 평행한 두 직선 m_1, m_2 와 A, B, C, X, O, Y 에서 만나고 있다.



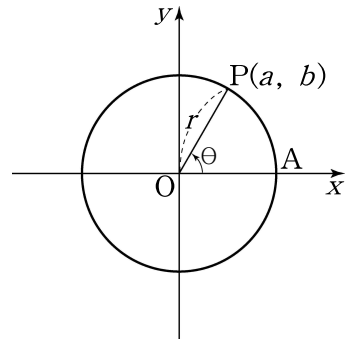
$\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ 라고 할 때, $\vec{AP} = (\vec{c} - \vec{b} - \vec{a})t$ (t 는 실수)를 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형은? [2점]

- ① 직선 AY ② 직선 AO ③ 직선 AX
 ④ 직선 AB ⑤ 직선 CX

7. 이차방정식 $(x+p)(x+q)-2=0$ 의 두 근이 α 와 β 일 때, 이차방정식 $(x-\alpha)(x-\beta)+2=0$ 의 두 근은? [2점]

- ① $2-p, 2-q$ ② p, q ③ $-p, -q$
 ④ $2+p, 2+q$ ⑤ $\frac{1}{p}, \frac{1}{q}$

8. 그림과 같이 반지름의 길이가 r 인 원 위의 점 $P(a, b)$ 가 x 축 위의 점 A 에서 출발하여 원 위를 시계 반대 방향으로 회전하고 있다.



동경 OP 가 나타내는 일반각 θ 에 대하여 함수 $f(\theta)$ 를

$$f(\theta) = \frac{a+b}{r}$$

로 정의하자.

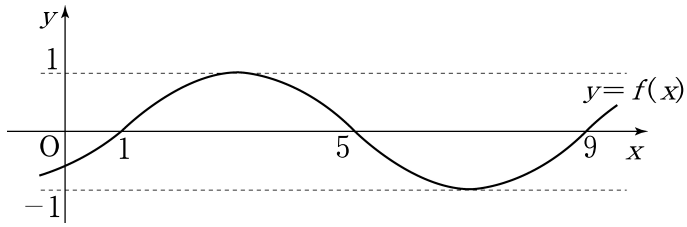
<보기> 중 함수 $f(\theta)$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ. 주기함수이고 주기는 2π 이다.
 ㄴ. 최대값은 $\sqrt{2}$ 이고 최소값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
 ㄷ. $y = \sin\theta$ 의 그래프를 평행이동시켜 $y = f(\theta)$ 의 그래프와 일치시킬 수 있다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 다음은 $f(x) = \sin(ax+b)$ 의 그래프이다.



이때, $f(0)$ 의 값은? (단, $a > 0$) [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

10. 음이 아닌 정수 n 에 대하여 2^n+1 을 3으로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 하자. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(4)=2$

ㄴ. n 이 홀수이면 $f(n)=0$

ㄷ. n 이 짝수이면 $f(f(n))=2$

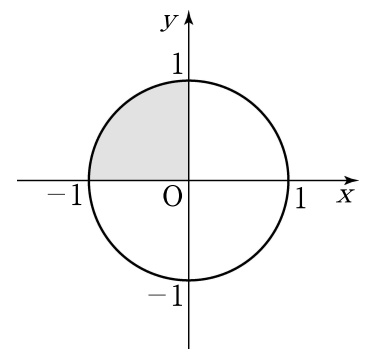
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 삼차함수 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ 이 극값을 갖지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는? [3점]

- ① $-1 \leq a \leq 2$ ② $0 \leq a \leq 3$ ③ $1 \leq a \leq 4$
- ④ $2 \leq a \leq 5$ ⑤ $3 \leq a \leq 6$

12. 두 일차변환 f 와 g 를 나타내는 행렬이 각각

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



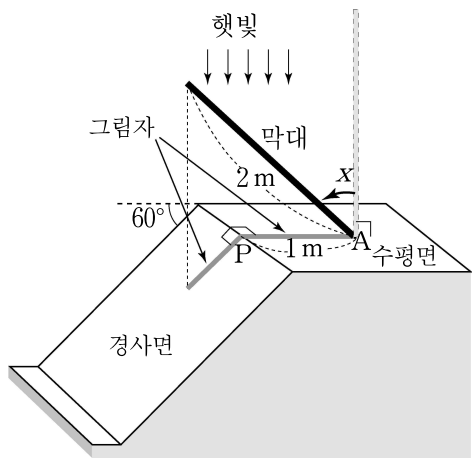
일 때, 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 점 $P_n(x_n, y_n)$ 은

점 $P_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1})$ 로 옮겨진다.

점 $P_1(32, 0)$ 일 때, 점 $P_n(x_n, y_n)$ 이 그림의 어두운 부분에 속하게 되는 자연수 n 의 최소값은? [3점]

- ① 15 ② 13 ③ 11
- ④ 9 ⑤ 7

13. 그림과 같이 경사면은 수평면과 60° 를 이루고, 햇빛이 수평면에 수직으로 비치고 있다. 수평면과 경사면의 경계선 위의 한 지점 P에서 경계선과 수직으로 1m 떨어진 수평면 위의 지점 A에 길이가 2m인 막대를 수평면에 수직으로 세웠다.



이 막대를 P 지점 쪽으로 기울여 막대와 햇빛의 방향이 이루는 각의 크기를 $x(\text{rad})$ 라고 할 때, 막대의 그림자의 길이를 $f(x)$ 라고 하자.

다음 중 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

(단, $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$) [3점]

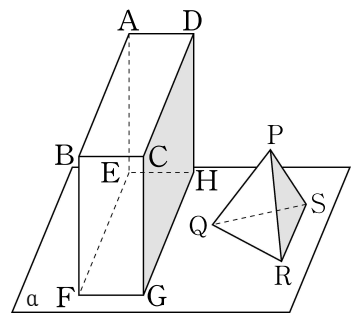
- ① ② ③ ④ ⑤

14. 다음은 제 1 행에 두 개의 1을 나열하고, 제 $n+1$ 행에는 제 n 행의 수를 나열한 뒤 그 각각의 수 사이에 양쪽 두 수의 합을 추가하여 나열한 것이다. 예를 들면, 제 3 행은 제 2 행의 1과 2 사이에 $1+2=3$ 을, 2와 1 사이에 $2+1=3$ 을 추가하여 나열한 것이다. 이때, 제 7 행의 31번째에 나타나는 수는? [3점]

(제 1 행)		1	1							
(제 2 행)		1	2	1						
(제 3 행)		1	3	2	3	1				
(제 4 행)		1	4	3	5	2	5	3	4	1
⋮		⋮		⋮		⋮		⋮		⋮

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 그림과 같이 직육면체 ABCDEFGH와 한 변의 길이가 1인 정사면체 PQRS가 평면 α 위에 놓여있다. 변 GH와 변 RS가 평행할 때, 삼각형 PRS의 평면 CGHD 위로의 정사영의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{6}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{12}$

16. 복소평면에서 세 복소수 z_1, z_2, z_3 는 다음을 만족한다.

- (가) $|z_1 - 3i| = 1$
- (나) $|z_2 - 3i| = \sqrt{2}$
- (다) $|z_3 - 5i| = 1$

$\arg z_1, \arg z_2, \arg z_3$ 의 최대값을 각각 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 라고 할 때, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, $\arg z_k (k=1, 2, 3)$ 는 z_k 의 편각을 나타내며 $0 \leq \arg z_k < 2\pi$ 로 한다.) [3점]

- ① $\theta_1 = \theta_2 < \theta_3$
- ② $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$
- ③ $\theta_2 < \theta_3 < \theta_1$
- ④ $\theta_2 < \theta_1 = \theta_3$
- ⑤ $\theta_3 < \theta_1 < \theta_2$

17. 다음은 두 자연수 a 와 $b (a > b)$ 에 대하여

$$P = a^3 - b^3 \text{ 이 소수이면 } P-1 \text{ 은 } 6 \text{ 의 배수}$$

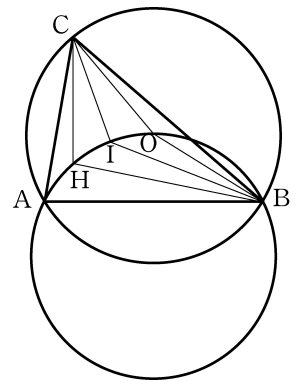
임을 증명한 것이다.

<증명>
 $P = a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ 이 소수이므로 $a = \boxed{\text{가}}$ 이다.
 P 에 $a = \boxed{\text{가}}$ 를 대입하여 정리하면 $P-1 = 3b(b+1)$ 이다.
 여기서 $b(b+1)$ 은 $\boxed{\text{나}}$ 의 배수이다.
 따라서, $P-1$ 은 6의 배수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [2점]

- | | (가) | (나) |
|---|-------|-----|
| ① | b | 2 |
| ② | $b+1$ | 2 |
| ③ | $b+1$ | 6 |
| ④ | $b-1$ | 2 |
| ⑤ | $b-1$ | 6 |

18. 다음은 그림과 같이 예각삼각형 ABC의 수심 H, 내심 I, 외심 O에 대하여 점 A, H, I, O, B가 한 원 위에 있을 때, $\overline{HI} = \overline{IO}$ 임을 증명한 것이다. (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)

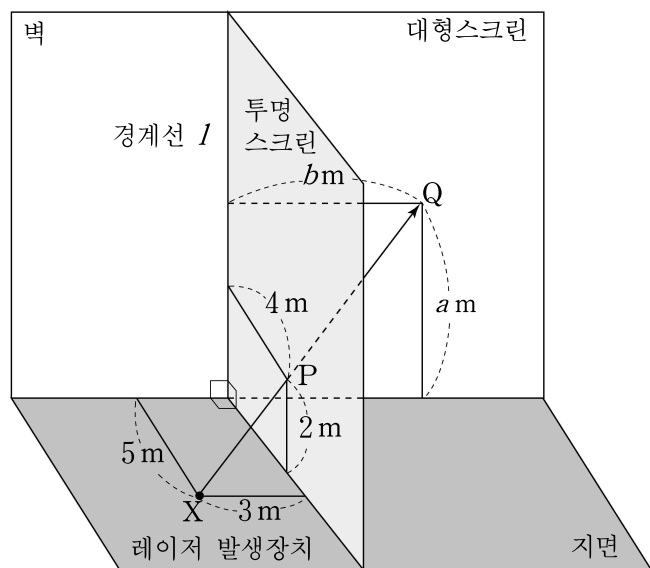


<증명>
 $\angle CAB = \alpha$ 라고 하자.
 점 H는 수심이므로 $\angle ABH = \angle ACH = \boxed{\text{가}}$
 점 O는 외심이므로 $\angle OBC = \boxed{\text{나}}$
 점 I는 내심이므로 $\angle ABI = \boxed{\text{다}}$
 따라서, $\angle HBI = \angle OBI$ 이므로 $\overline{HI} = \overline{IO}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-------------------------------|-------------------------------|--------------|
| ① | $90^\circ - \alpha$ | $90^\circ - \alpha$ | $\angle CBI$ |
| ② | $90^\circ - \alpha$ | $90^\circ - \alpha$ | $\angle ACI$ |
| ③ | $90^\circ - \alpha$ | $180^\circ - 2\alpha$ | $\angle BAI$ |
| ④ | $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ | $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ | $\angle ACI$ |
| ⑤ | $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ | $180^\circ - 2\alpha$ | $\angle CBI$ |

19. 그림과 같이 지면과 수직인 벽면에 대형 스크린을 붙여 세우고 투명 스크린을 벽면과 지면에 모두 수직이 되도록 설치하여 벽면과 투명 스크린이 만나는 경계선을 l 이라고 하자.
 벽면으로부터 5m, 투명 스크린으로부터 3m 떨어진 지면 위의 점 X에 레이저 발생장치를 설치하고, 경계선 l 로부터 4m, 지면으로부터 2m 떨어진 투명 스크린 위의 점 P를 향해 레이저 광선을 비춘다.
 점 P를 통과한 레이저 광선이 지면으로부터 a m, 경계선 l 로부터 b m 떨어진 대형 스크린 위의 점 Q에 도달할 때, $a + b$ 의 값은? (단, 레이저 광선이 투명 스크린을 통과할 때의 굴절은 무시한다.) [3점]

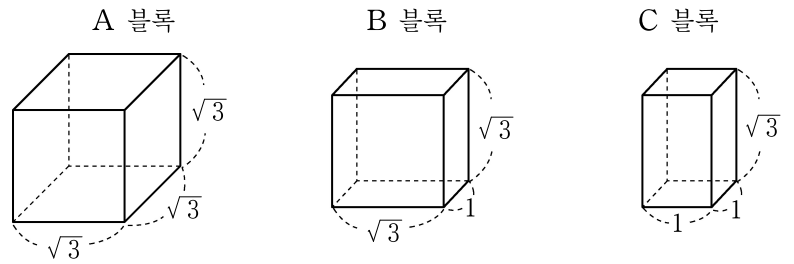


- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

20. 로그함수 $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$ 에 대하여 $0 < x < 1$ 에서 등식 $[f(x)] = f(x)$ 를 만족하는 모든 x 의 값의 합은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

21. 각 모서리의 길이가 그림과 같은 직육면체 모양의 A, B, C 세 종류의 블록이 있다.

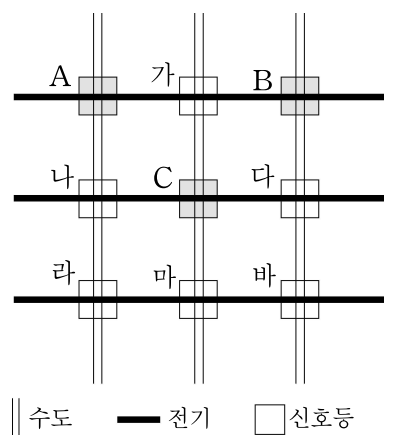


A 블록 1개, B 블록 5개, C 블록 6개를 모두 사용하여 하나의 직육면체를 만들려고 한다.

다음 중 이 직육면체의 모서리의 길이가 될 수 있는 것은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ $2\sqrt{3}$
 ④ $\sqrt{3} + 1$ ⑤ $\sqrt{3} + 2$

22. 오른쪽 상황판은 9개 지역의 전기와 수도물의 공급 경로와 공급 상태를 신호등으로 나타낸 것이다. 각 신호등은 그 지역에 전기와 수도물이 모두 공급되면 파란색, 전기와 수도물이 모두 공급되지 않으면 빨간색, 전기나 수도물 중 한 가지만 공급되면 노란색의 불이 켜지도록 되어 있다.



어느 날 이 상황판에 A, B, C를 포함한 네 개의 신호등에만 노란색 불이 켜졌을 때, 노란색 불이 켜진 나머지 한 개의 신호등은? (단, 전기와 수도물은 각각 그 선이 통과하는 모든 지역에 공급되거나 공급되지 않는다.) [3점]

- ① 가 ② 나 ③ 다
 ④ 라 ⑤ 마

23. 지성이네는 올해 수확한 사과와 배의 일부분을 올 가을에 팔고, 나머지는 냉장 보관한 후 내년 봄에 모두 판매하려고 한다. 과일의 예상 가격과 예상 수확량은 다음 표와 같다.

	올 가을 한 상자 예상 가격	내년 봄 한 상자 예상 가격	예상 수확량
사과	2 만 원	3 만 원	600 상자
배	3 만 원	4 만 원	400 상자

올 가을에는 사과 상자의 개수가 배 상자의 개수보다 많거나 같게 과일을 판매하고, 가을의 매출액은 1500 만 원 이상이 되게 하려고 한다.

올 가을에 수확한 과일을 내년 봄까지 모두 판매할 때 예상되는 과일의 최대 매출액은? (단, 과일은 상자 단위로 판매한다.) [3점]

- ① 2600 만 원 ② 2700 만 원 ③ 2800 만 원
④ 2900 만 원 ⑤ 3000 만 원

24. 일본과 중국에 김치를 수출하는 A 회사는 연초에 그 해 수출량을 예상하여 김치를 생산한다. 올해 초에 일본과 중국에 대한 연간 수출량을 각각 110 톤과 13 톤으로 예상하였다. 일본과 중국에 대한 연간 예상 수출량을 매년 전년도보다 각각 10%와 30%씩 늘려갈 때, 일본에 대한 연간 예상 수출량보다 중국에 대한 연간 예상 수출량이 처음으로 많아지는 것은 올해부터 몇 년 후인가? (단, $\log 1.1 = 0.0414$, $\log 1.3 = 0.1139$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 7년 ② 9년 ③ 11년 ④ 13년 ⑤ 15년

주관식 문항 (25~30)

25. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 와 $B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(AB^{-1})^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [2점]

26. 무리방정식 $x^2 - 2x + 2 - \sqrt{x^2 - 2x + 4} = 0$ 의 모든 실근의 합을 구하시오. [2점]

27. 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 두 식을 만족시킨다.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = 3, \quad f(3) = 5$$

이때, $f'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 자연수 n 에 대하여 n 의 각 자리수를 모두 더한 수를 s 라고 할 때, $f(n) = \frac{n}{s}$ 이라고 하자.

예를 들면, $f(25) = \frac{25}{2+5} = \frac{25}{7}$ 이다.

10의 배수가 아닌 두 자리의 자연수 중에서 $f(n)$ 의 값이 최대인 n 의 값을 구하시오. [3점]

29. 그림과 같이 중심이

$F(3, 0)$ 이고 반지름의

길이가 1인 원과

중심이 $F'(-3, 0)$ 이고

반지름의 길이가 9인 원이 있다.

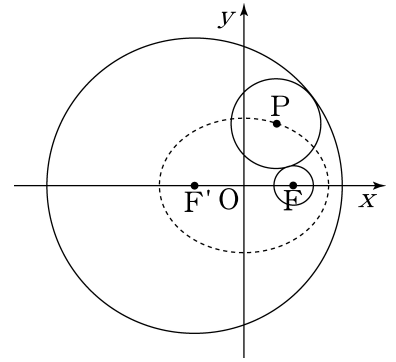
큰 원에 내접하고 작은 원에

외접하는 원의 중심 P 는 F 와

F' 을 두 초점으로 하는 타원

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
 위를 움직인다.

이때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]



30. 그림과 같이

도형 $ABCDE$ 에서

$$\angle ACB = \angle ACD = 60^\circ,$$

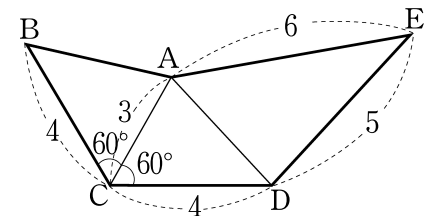
$$\overline{AC} = 3, \quad \overline{BC} = \overline{CD} = 4,$$

$$\overline{DE} = 5, \quad \overline{AE} = 6$$
 이다.

이 도형 $ABCDE$ 의 넓이를

소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지

구하시오. (단, $\sqrt{3} = 1.732$ 로 계산한다.) [3점]



* 확인사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인한 후 답안지를 제출하시오.