수 리 영 역

'가'형

성명 | 수험번호 2

○ 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
○ 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
○ 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 0 이 포함된 경우, 0 을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2 점, 3 점 또는 4 점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

$a=1+\sqrt{3}$, $b=1-\sqrt{3}$일 때, a^2+b^2-ab의 값은? [2 점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$에 대하여

$$AB+2E=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & b \end{pmatrix}$$

라 할 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (단, E는 단위행렬이다.) [2 점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

무한등비수열 ¿$(x-2)^n$ ¿¿이 수렴하는 x의 값의 범위는? [2 점]

① $1<x\leqq 3$ ② $1<x<3$ ③ $1\leqq x<3$
④ $1<x\leqq 2$ ⑤ $1<x<2$

$\lim_{n\to\infty}\left(root\,n^{¿}+3n-n\right)$의 값은? [3 점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

$\log_{(x-2)^2}\left(-x^2+x+12\right)$가 정의되도록 x의 값을 정할 때, 정수 x의 개수는? [3 점]

① 3 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 9

다항식 $x^2 + a x + a$를 $x - 2$, x, $x + 1$로 나눈 나머지를 각각 p, q, r 라 하자. 세 수 p, q, r 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 상수 a 의 값들의 합은? [3 점]

① 1 --------------------② 2 ------------------③ 3
④ 4 --------------------⑤ 5

양의 실수로 이루어진 등차수열 a_1 , a_2 , a_3 , $\cdots$, a_{21} 에서 홀수 번째 항들의 합을 S, 짝수 번째 항들의 합을 T 라 할 때, $S : T$ 는? [3 점]

① 11 : 10-------------② 10 : 11-----------③ 21 : 20
④ 20 : 21-------------⑤ 11 : 21

〈보기〉의 무한급수 중에서 수렴하는 것을 모두 고른 것은? [3 점]

〈보기〉

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

① ㄱ--------------------② ㄴ------------------③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ----------------⑤ ㄴ, ㄷ

역행렬이 존재하는 두 이차 정사각행렬 A, B 에 대하여

- ----$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

이 성립하기 위한 필요충분조건을 〈보기〉에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬, O 는 영행렬이다.) [4 점]

〈보기〉

ㄱ. $AB + BA = O$

ㄴ. $(AB)^2 = A^2 B^2$

ㄷ. $A + B = E$

① ㄱ--------------------② ㄴ------------------③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ----------------⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

전체집합 U=¿1, 2, 3, 4, 5 ¿¿의 두 부분집합 A,B가

- ----$A \cup B = U$, $A \cap B = \phi$

을 만족할 때, A,B의 순서쌍(A , B)의 개수는? (단, ϕ 는 공집합이다.) [3 점]

① 8 -------------------② 16 ----------------③ 20
④ 25 -------------------⑤ 32

두 수열 ¿ a_n ¿¿, ¿ b_n ¿¿에 대하여

- -------$a_1 = b_1$,
- -------$a_{10} + b_{10} = 30$,
- -------$a_{n+1} + a_n = b_{n+1} - b_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$

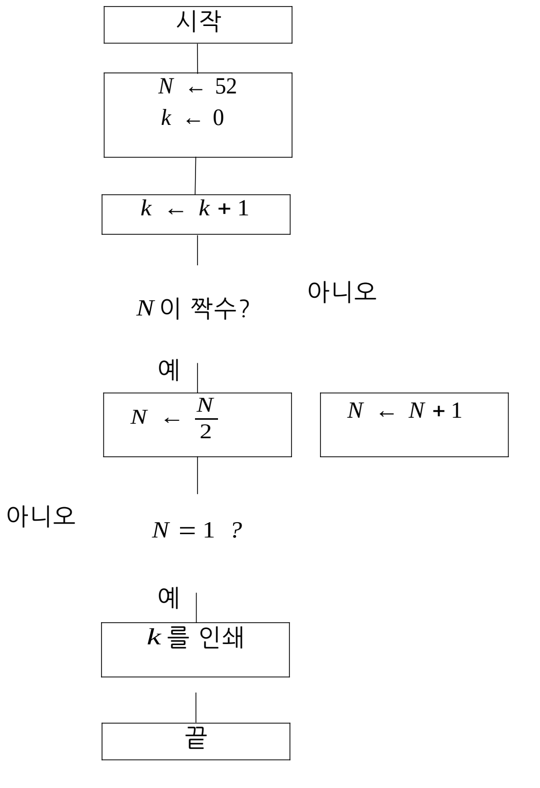
이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$의 값은? [4 점]

① 1 --------------------② 3------------------③ 5
④ 10 -------------------⑤ 15

첫째항이 1 , 공비가 r 인 등비수열 ¿ a_n ¿¿의 첫째항부터 제n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_{20} = 4\ S_{10}$이면 $S_{40} = \square\ S_{10}$ 이다. □에 알맞은 수는? (단, $r \neq \pm 1$) [4 점]

① 8 --------------------② 16 ----------------③ 24
④ 32 -------------------⑤ 40

다음 순서도에서 인쇄되는 k 의 값은? [3 점]



① 7 --------------------② 8 ------------------③ 9
④ 10 -------------------⑤ 11

다음은 $0 < m < n$인 자연수 m, n에 대하여 기약분수 $\frac{m}{n}$이 소수점 아래 셋째 자리까지의 유한소수가 되기 위한 조건을 구하는 과정의 일부이다.

> 기약분수 $\frac{m}{n}$이 소수점 아래 셋째 자리까지의 유한소수라 할 때, $\frac{m}{n}$을 $\boxed{(가)}$배 하면 정수가 된다. 이 정수를 k라 하면 $\frac{m}{n} \times \boxed{(가)}$¿ k 이다.
> 이 때, m과 n은 서로소이므로, n은 $\boxed{(가)}$의 약수이다.
> 따라서 n을 소인수분해하면 $n = \boxed{(나)}$와 같이 된다.
> … (이하 생략) …

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [3 점]

(가) (나)

① m ------------ 5^{α} $(\alpha = 0, 1, 2, 3)$
② m ------------ $2^{\alpha} \cdot 5^{\beta}$ $(\alpha = 0, 1, 2, 3,\ \beta = 0, 1, 2, 3)$
③ 10^3 --------- 2^{α} $(\alpha = 0, 1, 2, 3)$
④ 10^3 ---------- 5^{α} $(\alpha = 0, 1, 2, 3)$
⑤ 10^3 --------- $2^{\alpha} \cdot 5^{\beta}$ $(\alpha = 0, 1, 2, 3,\ \beta = 0, 1, 2, 3)$

다음은 등식
$1 + 2 + 3 + \cdots + 2n = 1^k + 2^k + 3^k + \cdots + n^k$
을 만족하는 자연수 n, k의 값을 구하는 과정이다.

> ⅰ) $k = 1$일 때,
> 임의의 자연수 n에 대하여 주어진 등식은 성립하지 않는다.
> ⅱ) $k = 2$일 때,
> $\frac{2n(2n+1)}{2} = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$이므로
> $n = \boxed{(가)}$
> ⅲ) $k \geqq 3$일 때,
> $1 + 2 + 3 + \cdots + 2n = 1^k + 2^k + 3^k + \cdots + n^k$
> $\geqq 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$
> 즉, $\frac{2n(2n+1)}{2} \geqq$ ¿ $\frac{n(n+1)}{2}$ ¿¿^{2} 이므로
> $4(2n+1)$¿ $\geqq \boxed{(나)}$
> 이 때, $8(n+1) > 4(2n+1)$¿이므로
> $8 \boxed{(다)} n(n+1) > n^2$
> 그러므로, $n \leqq 2$일 때만 주어진 등식이 성립할 수 있다.
> 그런데,
> $n = 1$이면 등식 $1 + 2 = 1^k$은 성립하지 않는다.
> $n = 2$이면 등식 $1 + 2 + 3 + 4 = 1^k + 2^k$은 성립하지 않는다.
> 따라서, ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 주어진 등식을 만족하는 n, k의 값은 $n = \boxed{(가)}$, $k = 2$뿐이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4 점]

(가) (나) (다)

① 5 ---------------- $n(n+1)^2$ ---------- $>$
② 5 ---------------- $n^2(n+1)$ ---------- $>$
③ 5 ---------------- $n(n+1)^2$ ---------- $<$
④ 6 ---------------- $n^2(n+1)$ ---------- $<$
⑤ 6 ---------------- $n(n+1)^2$ ---------- $>$

그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고 중심에서 원점까지의 거리가 2 인 원이 제1 사분면 위에 있다.

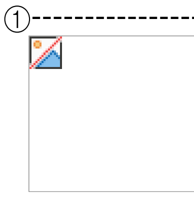
이 원 위의 임의의 점 (a, b)에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 최대값을 M, 최소값을 m 이라 하자. $\tan\theta_1 = M$, $\tan\theta_2 = m$ 을 만족하는 θ_1, θ_2에 대하여 $\theta_1 - \theta_2$의 값은?
(단, $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$, $0 < \theta_2 < \frac{\pi}{2}$) [4 점]

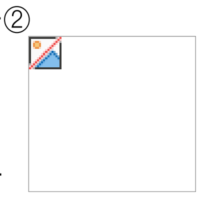
① $\frac{\pi}{6}$ ------------------② $\frac{\pi}{5}$ ---------------③ $\frac{\pi}{4}$
④ $\frac{\pi}{3}$ ------------------⑤ $\frac{\pi}{2}$

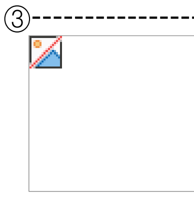
좌표평면에서 $\log 25$ 의 지표와 가수를 각각 x 좌표, y 좌표로 하는 점을¿ , $\log \frac{1}{25}$ 의 지표와 가수를 각각 x 좌표, y 좌표로 하는 점을 ¿ 라 하자. 이 때, 두 점 ¿ ,¿ 의 중점의 좌표는? (단, 로그는 상용로그이다.) [3 점]

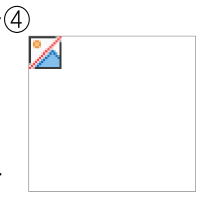
① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$-----② $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$---③ $(0, 0)$
④ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$-----⑤ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

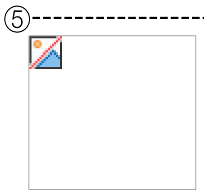
그림과 같이 1㎝ 간격인 눈금에 숫자가 규칙적으로 표시되어 있는 평행한 두 막대 사이에 공이 정지되어 있다. 이 공이 오른쪽 방향으로 4 ㎝/초의 일정한 속도로 두 막대 사이를 굴러갈 때, 구르기 시작한 후 12초일 때의 순간의 공의 위치는? [4 점]

①-----------------------------------②




③-----------------------------------④




⑤-----------------------------------


수 리 영 역

‘가’형

어떤 공장의 기름 탱크에 1000 l의 기름이 들어있다. 매일 기계를 가동하여 작업하는 동안 기름 탱크에 들어있는 기름의 양의 $\frac{1}{2}$을 사용하고, 작업이 끝나면 100 l의 기름을 보충한 후 기름 탱크에 들어있는 기름의 양을 기록한다고 한다. 이와 같은 과정을 한없이 반복할 때, 기록되는 기름의 양의 극한값은? (단, 단위는 l 이다.) [4 점]

①150 ------------------②180 ----------------③200
④220 ------------------⑤250

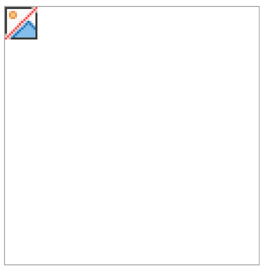
다음은 기원전 17 세기경 이집트 수학책『린드 파피루스』에 실려 있던 수학 퍼즐의 일부이다.

일곱 채의 집이 있다. 집집마다 각각 일곱 마리의 고양이가 있다. 고양이들은 각각 일곱 마리의 쥐를 잡았다. 쥐들은 각각 일곱 개의 밀알을 먹었다. ⋮

이 퍼즐에 나오는 고양이의 수와 밀알의 수를 곱한 값을 a 라 할 때, $\log_7 a$의 값은? [3 점]

① 4 --------------------② 5 ------------------③ 6
④ 7 --------------------⑤ 8

그림과 같이 두 선분에 의해 4 등분된 원판 위에 시계 반대방향으로 숫자 $2, 4, 8, 16$ 이 쓰여져 있다. 원판이 원점을 중심으로 회전하여 정지한 후, 원판의 제2 사분면의 위치에 있는 수를 m, 제i 사분면의 위치에 있는 수를 $a_i\,(i=1,2,3,4)$라 할 때, 이에 대응되는 행렬을



- ----------$\begin{pmatrix} \log_m a_2 & \log_m a_1 \\ \log_m a_3 & \log_m a_4 \end{pmatrix}$

라 하자.

예를 들면, 제2 사분면의 위치에 있는 수가 2 일 때 대응되는 행렬은 $\begin{pmatrix} \log_2 2 & \log_2 16 \\ \log_2 4 & \log_2 8 \end{pmatrix}$이다.

제2 사분면의 위치에 있는 수가 2, 16 일 때, 대응되는 행렬을 각각 A, B라 하자. 이 때, 행렬$A\,B$의 모든 성분의 합은? (단, 원판이 정지할 때 원판에 그려진 두 선분은 반드시 좌표축 위에 놓여진다.) [4 점]

① 9 --------------------② $\frac{19}{2}$ --------------③ 10
④ $\frac{21}{2}$ -----------------⑤ 11

단답형(22 ~ 30)

부등식 ¿ $x-2004$ ∨ ≤ 10을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하시오. [3 점]

행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 A^n 의 모든 성분의 합이 100 일 때, 자연수 n 의 값을 구하시오. [3 점]

등차수열 ¿ a_n ¿¿이 $a_2=4$, $a_6=16$ 을 만족할 때, a_{20}의 값을 구하시오. [3 점]

자연수 $1, 2, 3, \cdots$ 에서 2 의 배수, 5 의 배수를 제외하고 남은 수들을 작은 수부터 차례로 나열하여 얻어진 수열

- -------$1, 3, 7, 9, 11, \cdots$

을 ¿ a_n ¿¿이라 하자. 이 때, a_{50}의 값을 구하시오. [4 점]

이차 정사각행렬 A 의 (i, j)성분 a_{ij} $(i=1, 2,\ j=1, 2)$는 곡선 $y=$¿ $\sin x$ ¿∨와 직선 $y=\frac{1}{(i+j)\pi}x$ 의 교점의 개수를 나타낼 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오.

[4 점]

다섯 개의 수 4 , 7 , 11 , 13 , 15 의 평균과 표준편차의 합을 구하시오. [3 점]

무한급수 $P(x) = x + x^2 + \cdots + x^n + \cdots$ 와 이 무한급수의 제 n 항까지의 부분합 $P_n(x) = x + x^2 + \cdots + x^n$ 에 대하여

- -------$P\left(\frac{1}{2}\right) - P_n\left(\frac{1}{2}\right) < \frac{1}{10^{10}}$

을 만족하는 자연수 n 의 최소값을 구하시오.
(단, $\log 2 = 0.3010$ 로 계산한다.) [4 점]

수열 ¿ a_n ¿¿을 다음과 같이 정의한다.

- - $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_n+1 = \frac{1}{1-a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \cdots$)

이 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_k = 6$ 을 만족하는 자연수 k 의 값을 구하시오. [4 점]

빛이 물질을 통과할 때 흡수나 산란 등에 의하여 빛의 세기가 변하는 정도를 흡광도라 한다. 흡광도는 입사광의 세기와 투사광의 세기의 비로 정의되는 투과도의 역수에 대한 상용로그값이다. 즉,

- ----$(\text{흡광도}) = \log \frac{1}{(\text{투과도})}$

이러한 흡광도는 각종 화학 물질의 분석에 사용되는데, 같은 물질이라도 입사광의 파장에 따라 그 값이 달라진다.

투과도가 α 일 때 흡광도가 0.316 인 용액에 대해 투과도가 $\frac{\alpha}{4}$ 가 되도록 입사광의 파장을 변화시켰을 때의 흡광도를 A 라 하자. 이 때, $1000\ A$ 의 값을 구하시오.
(단, $\log 2 = 0.301$ 로 계산한다.) [4 점]

※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.