

제 2 '나'형

수리영역

'나'형

성명

수험번호

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0 이 포함된 경우, 0 을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2 점, 3 점 또는 4 점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\sqrt{2} \times \text{root}3\text{of}4 \div \text{root}6\text{of}4$ 를 계산하면? [2 점]

- ① $\text{root}3\text{of}2^5$
- ② $\text{root}3\text{of}2^7$
- ③ $\text{root}6\text{of}2^5$
- ④ $\text{root}6\text{of}2^7$
- ⑤ $\text{root}8\text{of}2^9$

2. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(A+B)^2$ 은? [2 점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

3. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & \log 2 \\ \log 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & \log 5 \\ \log 5 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(A+B)C$ 는? [3 점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- ② $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
- ③ $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
- ④ $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
- ⑤ $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

4. 등식 $\left(\frac{1}{z} \right)^4 = \frac{4}{z}$ 가 성립할 때, z 의 값은? [3 점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

수리영역

2

5. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $2^\alpha \cdot 2^\beta + \log_2 \alpha + \log_2 \beta$ 의 값은? [3 점]

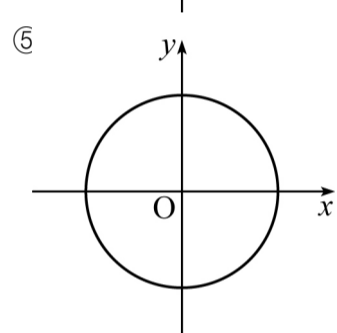
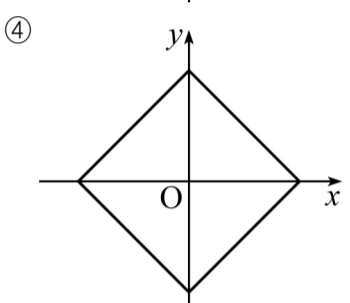
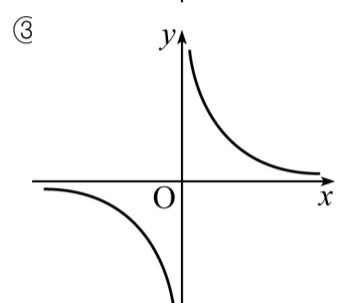
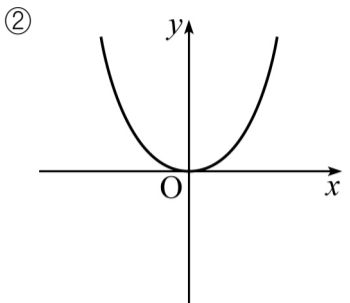
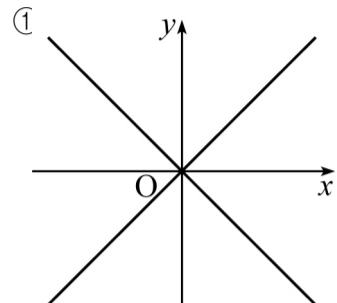
- ① 17
- ② 18
- ③ 19
- ④ 20
- ⑤ 21

6. 상용로그 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라고 정의할 때,
 $f(20) + f(300) + f(5000)$ 의 값은? [3 점]

- ① $\log 20$
- ② $\log 30$
- ③ $\log 40$
- ④ $\log 50$
- ⑤ $\log 60$

7. 이차정사각행렬 $\begin{pmatrix} x+2 & 1-y \\ 1+y & x-2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 두 실수 x, y 에 대하여 좌표평면에서 점 (x, y) 가 그리는 도형은? [3 점]

'나'형



8. 두 이차정사각행렬 A, B 가 $AB = -BA$ 를 만족할 때,
 항상 성립하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

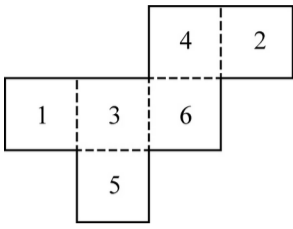
- < 보기 >
- ㄱ. $(AB)^2 = A^2 B^2$
 - ㄴ. $(A+B)^2 = A^2 + B^2$
 - ㄷ. $(A-B)^2 = (A+B)^2$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수리영역

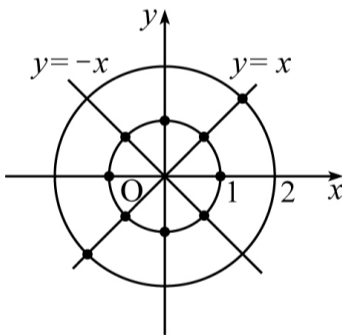
‘나’형

9. 오른쪽 그림은 각 면에 1부터 6까지의 숫자가 하나씩 쓰인 정육면체의 전개도이다. 이 정육면체의 한 꼭지점에서 만나는 세 면에 쓰인 수의 합이 될 수 없는 것은? [3 점]



- ① 7
- ② 9
- ③ 10
- ④ 12
- ⑤ 13

10. 원 $x^2 + y^2 = 1$ 이 네 직선 $x=0$, $y=0$, $y=x$, $y=-x$ 와 만나는 점 중 하나를 $mP(a, b)$, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 가 직선 $y=x$ 와 만나는 점 중 하나를 $mQ(c, d)$ 라 하자. 두 점 mP, mQ 의 x, y 좌표를 성분으로 하는 행렬



$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A 의 역행렬이 존재하도록 하는 점 mP 는 모두 몇 개인가? [4 점]

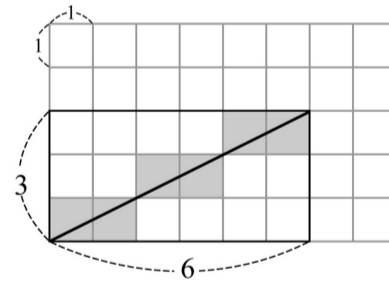
- ① 4개
- ② 5개
- ③ 6개
- ④ 7개
- ⑤ 8개

11. 집합 $A = \{k\}$ 는 양의 정수 k 에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

- <보기>
- ㄱ. $P \in A, Q \in A$ 이면 $PQ \in A$ 이다.
 - ㄴ. $P \in A$ 이면 $P^n \in A$ 이다. (단, n 은 양의 정수)
 - ㄷ. $P \in A$ 이면 $P^{-1} \in A$ 이다. (단, P^{-1} 은 P 의 역행렬)

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 선의 간격이 1인 모눈종이의 선을 따라 가로, 세로의 길이가 각각 a, b 인 직사각형을 그린다. 이 직사각형의 한 대각선에 의하여 잘려지는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수를 $f(a, b)$ 라 하자. 예를 들어 그림에서 $f(6, 3) = 6$ 이다. 이 때, $f(16, 14)$ 의 값은? [4 점]



- ① 27
- ② 28
- ③ 29
- ④ 30
- ⑤ 31

수리영역

4

13. 다음은 상용로그 $\log A$ 의 가수가 0이 아닐 때, $\log 10A$ 의 지표와 $\log \frac{10}{A}$ 의 지표의 합은 A 의 값에 관계없이 항상 일정함을 증명한 것이다.

(증명)
 $\log A$ 의 지표를 n , 가수를 α ($0 < \alpha < 1$)라 하면,
 $\log A = n + \alpha$ 이다.
 $\log 10A = \log 10 + \log A = 1 + n + \alpha$
 에서 $\log 10A$ 의 지표는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.
 또, $\log \frac{10}{A} = \log 10 - \log A = 1 - n - \alpha$
 에서 $\log \frac{10}{A}$ 의 지표는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.
 따라서 $\log 10A$ 와 $\log \frac{10}{A}$ 의 지표의 합은 항상 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3 점]

- | | <u>(가)</u> | <u>(나)</u> | <u>(다)</u> |
|---|-------------|-------------|------------|
| ① | n ----- | $-n$ ----- | 0 |
| ② | n ----- | $1-n$ ----- | 1 |
| ③ | $1-n$ ----- | $1+n$ ----- | 2 |
| ④ | $1+n$ ----- | $-n$ ----- | 1 |
| ⑤ | $1+n$ ----- | $1-n$ ----- | 2 |

14. 다음은 $\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ 가 무리수임을 증명하는 과정이다.

‘나’형

(증명)
 $\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} = m$ (m 은 유리수)라 가정하면
 $m = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)로 놓을 수 있다.
 $m^3 = (\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}})^3 = 6(\boxed{\text{(가)}}) \dots\dots \text{㉠}$
 $m = \frac{q}{p}$ 를 ㉠에 대입하여 정리하면
 $q^3 = \boxed{\text{(나)}} \cdot p^2(p+q) \dots\dots \text{㉡}$
 이므로 q^3 은 $\boxed{\text{(나)}}$ 의 배수가 된다.
 따라서 $q = \boxed{\text{(나)}} k$ (k 는 자연수) $\dots\dots \text{㉢}$
 로 놓을 수 있으므로 ㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면
 $p^2(6k+p) = 36k^3$
 그런데 p, q 가 모두 짝수가 되므로 p, q 가 서로소라는 가정에 모순이다.
 그러므로 $\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ 는 무리수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4 점]

- | | <u>(가)</u> | <u>(나)</u> |
|---|-------------|------------|
| ① | $m-1$ ----- | 3 |
| ② | $m-1$ ----- | 6 |
| ③ | $m+1$ ----- | 2 |
| ④ | $m+1$ ----- | 3 |
| ⑤ | $m+1$ ----- | 6 |

수리영역

‘나’형

5

15. 행렬 $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [4 점]

- ① $\frac{-4}{3}$
- ② $\frac{-3}{4}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{4}$

16. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AX = kX$ 를 만족하는 두 양수 x, y 가 존재하도록 하는 상수 k 의 값은? [4 점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 3
- ④ 6
- ⑤ 9

17. 행렬 $A = \begin{pmatrix} t-a & -1 \\ 1 & 2t-a \end{pmatrix}$ 일 때, 임의의 실수 t 에 대하여 A 의 역행렬이 존재하도록 하는 정수 a 의 개수는? [4 점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

18. 다음 표는 어떤 전자 회사의 ‘갑’, ‘을’ 두 공장에서 만들어진 제품 m_A 와 m_B 의 작년도 생산량이다.

| 제품 공장 | m_A | m_B |
|----------|-------|-------|
| 갑 | 20 | 30 |
| 을 | 25 | 15 |

올해 ‘갑’ 공장에서는 작년에 비하여 두 제품 모두 생산량을 40% 증가시킬 계획이고, ‘을’ 공장에서는 제품 m_A, m_B 의 생산량을 각각 30%, 20% 증가시킬 계획이다.

행렬 P, Q 를

$$P = \begin{pmatrix} 20 & 30 \\ 25 & 15 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 1.4 & 1.3 \\ 1.4 & 1.2 \end{pmatrix}$$

라고 할 때, 다음 중 행렬 PQ 의 (2, 2) 성분이 나타내는 것은? [4 점]

- ① ‘갑’ 공장에서 올해 계획한 제품 m_B 의 생산량
- ② ‘갑’ 공장에서 올해 계획한 제품 m_A 와 m_B 의 생산량의 합
- ③ ‘을’ 공장에서 올해 계획한 제품 m_B 의 생산량
- ④ ‘을’ 공장에서 올해 계획한 제품 m_A 와 m_B 의 생산량의 합
- ⑤ ‘갑’, ‘을’ 공장에서 올해 계획한 제품 m_B 의 생산량의 합

수리영역

6

19. 열이 드나들지 못하도록 절연재료로 가두어진 상태에서 기체가 팽창 또는 압축되는 것을 단열과정이라 한다. 산소 기체의 단열과정에서 부피 V 와 압력 P 사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P \cdot V^{1.5} = C \text{ (단, } C \text{는 상수)}$$

이 단열과정에서 산소 기체의 부피가 처음의 4배가 되면 압력은 처음의 몇 배가 되겠는가? [3 점]

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{6}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{2}$

20. 천체의 거리를 표현하는 방법의 하나로 별의 겉보기등급과 절대등급과의 차이인 '거리지수'라는 것이 있다. 어떤 별의 겉보기등급을 m 등급, 절대등급을 M 등급, 지구로부터의 거리를 r (단위 $rm pc$)라 하면,

$$(거리지수) : m - M = a + 5 \log_{10} r \text{ (단, } a \text{는 상수)}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 거문고자리의 직녀성은 겉보기등급이 0.0 등급, 절대등급이 0.5 등급이고, 지구로부터의 거리는 $10^{0.9} (rm pc)$ 이다.

이 때, 겉보기등급은 2등급이고 절대등급이 -4.5 등급인 별의 지구로부터의 거리는? [4 점]

- ① $10^{1.5} (rm pc)$
- ② $10^{1.8} (rm pc)$
- ③ $10^{2.3} (rm pc)$
- ④ $10^{2.6} (rm pc)$
- ⑤ $10^{2.8} (rm pc)$

21. 행렬을 이용하여 한글의 각 음절을 다음 순서에 따라 암호화하려고

'나'형

한다.

- I. 음절의 자음과 모음을 표기 순서에 따라 아래 표를 이용하여 수로 대응시킨다.
- II. 음절에 대응하는 수가 차례로 a, b, c, d 이면
 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 를 만든다.
 이 때, 대응되는 숫자가 2 개인 경우는 $c = d = 0$, 3 개인 경우는 $d = 0$ 으로 한다.
- III. 위에서 만든 행렬 A 에 어떤 이차정사각행렬 X 를 곱한 AX 의 성분으로 최종 암호화한다.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 자음 | ㄱ | ㄴ | ㄷ | ㄹ | ㅁ | ㅂ | ㅅ | ㅇ | ㅈ | ㅊ | ㅋ | ㆁ | ㅇ | ㅇ | ㅇ | ㅇ | ㅇ | ㅇ | ㅇ |
| 숫자 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 모음 | ㅏ | ㅑ | ㅓ | ㅕ | ㅗ | ㅛ | ㅜ | ㅠ | ㅡ | ㅣ | ㅞ | ㅟ | ㅠ | ㅡ | ㅢ | ㅣ | ㅤ | ㅥ | ㅦ | ㅧ | ㅨ |
| 숫자 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |

예를 들어 '사건'의 각 음절에 해당하는 행렬은 각각 $\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

이고, 행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 를 곱하여 암호화 하면,

$$\begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{하},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{놀}$$

이므로 '사건'은 '하놀'로 암호화된다

행렬 $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 을 곱하여 암호화할 때, '인컬'로 암호화되는 글자는? [4 점]

- ① 성분
- ② 직선
- ③ 원뿔
- ④ 진법
- ⑤ 실근

수리영역

‘나’형

7

단답형(22 ~ 30)

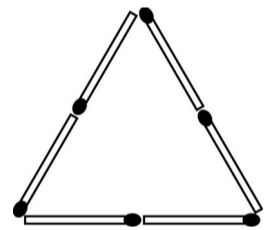
22. $2^x = 5$ 일 때, $4^x + 8^x$ 의 값을 구하시오. [2 점]

23. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, 두 직선 $ax+by=3$, $cx+dy=5$ 의 교점의 좌표를 (p, q) 라 하자.
이 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [3 점]

24. $\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{n}{n+1} = -2$ 일 때,
자연수 n 의 값을 구하시오. [3 점]

25. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^{100} 의 모든 성분의 합을
구하시오. [3 점]

26. 그림과 같이 성냥개비 6개를 이용하여
정삼각형 모양을 만들었다. 그리고 성냥개비
 $3n$ 개를 추가하여 각 변에 놓인 성냥개비의
수가 $n+2$ 개가 되도록 정삼각형을 다시
만들었더니, 그 넓이가 처음 정삼각형 넓이의
36 배가 되었다.
이 때, n 의 값을 구하시오. [3 점]



수리영역

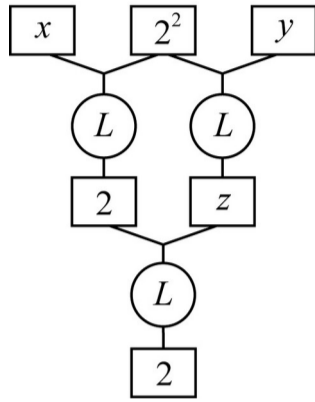
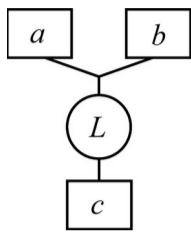
8

27. 1이 아닌 두 양수 a, b 에 대하여

$$\log_a b = c$$

를 오른쪽 그림과 같이 나타내기로 한다.

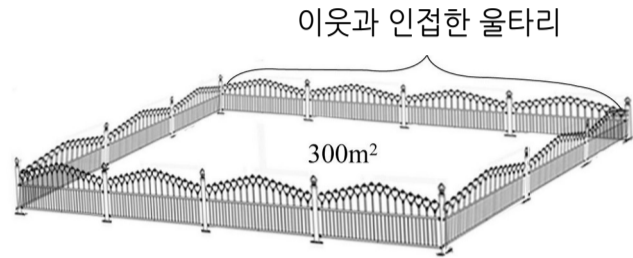
아래 그림의 x, y, z 의 값에 대하여 $x + y + z$ 의 값을 구하시오. [4 점]



28. $\log 1.5 = 0.1761, \log 2.4 = 0.3802$ 일 때,
 $\log A = 2.5563$ 을 만족시키는 A 의 값을 구하시오. [4 점]

29. 두 양의 정수 m, n 에 대하여 $a=3^m, b=3^n$ 이라 할 때, 등식
 $\log_3 \frac{b}{a} = \frac{\log_3 b}{\log_3 a}$ 가 성립한다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4 점]

30. 주영이는 이웃과 인접한 땅에 울타리를 설치하는 데 울타리로 둘러싸인 땅은 넓이가 300m^2 인 직사각형 모양이 되게 하려고 한다. 울타리의 설치 비용은 1mm 당 1만 원이고, 이웃과 인접한 한 쪽 울타리의 설치 비용은 이웃과 절반씩 나누어 내기로 한다. 이 때, 울타리를 설치하는 데 주영이가 지불해야 할 최소 비용은 만 원이다. 안에 알맞은 값을 구하시오. [4 점]



※ 확인 사항
 ○ 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입

수리영역

'나'형

9

(표기)했는지 확인하시오.

1 8