

# 수리영역

'가'형

성명

수험번호

2

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 0 이 포함된 경우, 0 을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2 점, 3 점 또는 4 점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $\sqrt{2} \times \text{root } 3 \text{ of } 4 \div \text{root } 6 \text{ of } 4$  를 계산하면? [2 점]

- ①  $\text{root } 3 \text{ of } 2^5$
- ②  $\text{root } 3 \text{ of } 2^7$
- ③  $\text{root } 6 \text{ of } 2^5$
- ④  $\text{root } 6 \text{ of } 2^7$
- ⑤  $\text{root } 8 \text{ of } 2^9$

2. 두 이차정사각행렬  $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$  에 대하여 행렬  $(A+B)^2$  은? [2 점]

- ①  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- ②  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- ③  $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
- ④  $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$
- ⑤  $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+3} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})$  의 값은? [3 점]

- ① 1
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{1}{4}$
- ⑤ 0

4. 등식  $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & z \end{pmatrix}$  가 성립할 때,  $z$  의 값은? [3 점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

# 수리영역

2

5. 이차방정식  $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  
 $2^\alpha \cdot 2^\beta + \log_2 \alpha + \log_2 \beta$ 의 값은? [3 점]

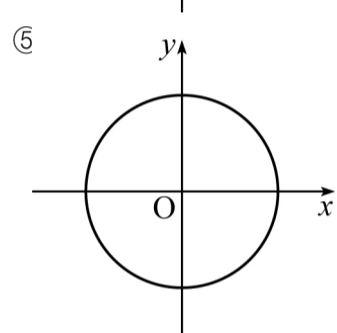
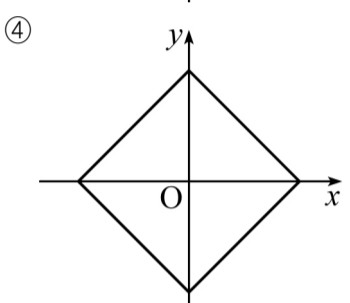
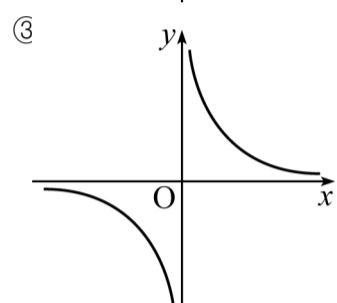
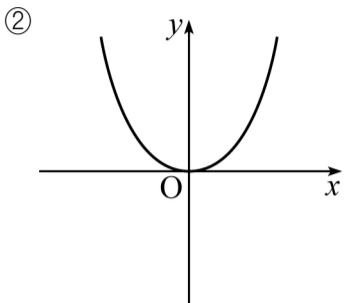
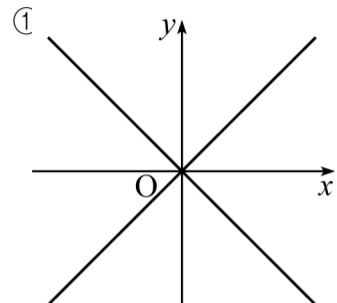
- ① 17
- ② 18
- ③ 19
- ④ 20
- ⑤ 21

6. 상용로그  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라고 정의할 때,  
 $f(20) + f(300) + f(5000)$ 의 값은? [3 점]

- ①  $\log 20$
- ②  $\log 30$
- ③  $\log 40$
- ④  $\log 50$
- ⑤  $\log 60$

7. 이차정사각행렬  $\begin{pmatrix} x+2 & 1-y \\ 1+y & x-2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 두 실수  $x, y$ 에 대하여 좌표평면에서 점  $(x, y)$ 가 그리는 도형은? [3 점]

'가'형



8. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가  $AB = -BA$ 를 만족할 때,  
 항상 성립하는 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

- <보기>
- ㄱ.  $(AB)^2 = A^2 B^2$
  - ㄴ.  $(A+B)^2 = A^2 + B^2$
  - ㄷ.  $(A-B)^2 = (A+B)^2$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

# 수리영역

‘가’형

9. 다음은 연속하는  $2n+1$ 개의 자연수  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n+1}$ 에 대하여  
 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{n+1}^2 = a_{n+2}^2 + a_{n+3}^2 + a_{n+4}^2 + \dots + a_{2n+1}^2$   
 이 성립할 때,  $a_{n+1}$ 을 구하는 과정이다.  안에 알맞은 것은?  
 (단,  $n$ 은 자연수) [3 점]

$a_{n+1} = x$ 로 놓으면  $x$ 는 연속하는  $2n+1$ 개의 자연수 중에서 가운데 수이므로

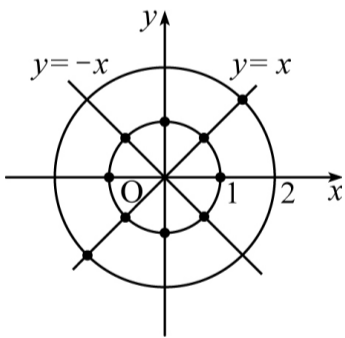
$$x^2 + \sum_{k=1}^n (x-k)^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2$$

$$x^2 = \sum_{k=1}^n (x+k)^2 - \sum_{k=1}^n (x-k)^2 \quad \color{red}{\text{㉠}}$$

이 식을 정리하면  
 $x^2 = \color{red}{\text{㉠}} x$   
 그런데  $x \neq 0$ 이므로  $x = \color{red}{\text{㉠}}$   
 따라서  $a_{n+1} = \color{red}{\text{㉠}}$

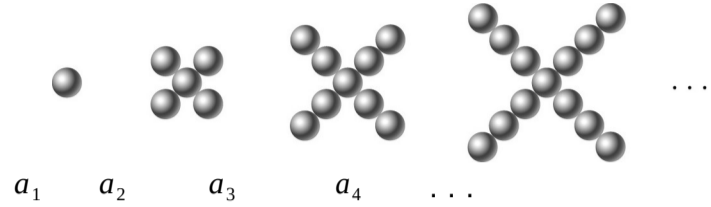
- ①  $\frac{n(n-1)}{2}$  ----- ②  $\frac{n(n+1)}{2}$  ----- ③  $n(n+3)$   
 ④  $2n(n-1)$  ----- ⑤  $2n(n+1)$

10. 원  $x^2 + y^2 = 1$ 이 네 직선  $x=0, y=0, y=x, y=-x$ 와 만나는 점 중 하나를  $mP(i, a, b)$ , 원  $x^2 + y^2 = 4$ 가 직선  $y=x$ 와 만나는 점 중 하나를  $mQ(i, c, d)$ 라 하자. 두 점  $mP, mQ$ 의  $x, y$  좌표를 성분으로 하는 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 점  $mP$ 는 모두 몇 개인가? [4 점]



- ① 4개  
 ② 5개  
 ③ 6개  
 ④ 7개  
 ⑤ 8개

11. 다음 그림과 같은 규칙으로 개수를 증가시키면서 구슬을 배열해 나갈 때, 구슬의 개수를 왼쪽부터 차례로  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$ 라 하자.



이 때, 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3 점]

<보기>

ㄱ.  $a_{n+1} - a_n = 4 (n = 1, 2, 3, \dots)$   
 ㄴ.  $a_{20} = 75$   
 ㄷ.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 190$

① ㄱ  
 ② ㄴ  
 ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ  
 ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 자연수  $n$ 에 대하여  $4^n$ 을 10으로 나눈 나머지를  $a_n$ 이라 하자.

이 때, 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{10^n}$ 의 합은? [4 점]

- ①  $\frac{23}{90}$   
 ②  $\frac{47}{90}$   
 ③  $\frac{23}{99}$   
 ④  $\frac{46}{99}$   
 ⑤  $\frac{91}{99}$

# 수리영역

4

13. 다음은 상용로그  $\log A$ 의 가수가 0이 아닐 때,  $\log 10A$ 의 지표와  $\log \frac{10}{A}$ 의 지표의 합은  $A$ 의 값에 관계없이 항상 일정함을 증명한 것이다.

(증명)  
 $\log A$ 의 지표를  $n$ , 가수를  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ )라 하면,  
 $\log A = n + \alpha$ 이다.  
 $\log 10A = \log 10 + \log A = 1 + n + \alpha$   
 에서  $\log 10A$ 의 지표는  $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.  
 또,  $\log \frac{10}{A} = \log 10 - \log A = 1 - n - \alpha$   
 에서  $\log \frac{10}{A}$ 의 지표는  $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.  
 따라서  $\log 10A$ 와  $\log \frac{10}{A}$ 의 지표의 합은 항상  $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3 점]

- |   | (가)   | (나)   | (다) |
|---|-------|-------|-----|
| ① | $n$   | $-n$  | 0   |
| ② | $n$   | $1-n$ | 1   |
| ③ | $1-n$ | $1+n$ | 2   |
| ④ | $1+n$ | $-n$  | 1   |
| ⑤ | $1+n$ | $1-n$ | 2   |

‘가’형

14. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^{nk(k+1)(k+2)} = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$$

이 성립함을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(증명)  
 (i)  $n=1$ 일 때  
 (좌변)  $\checkmark 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ , (우변)  $\checkmark \frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 6$   
 이므로 주어진 등식이 성립한다.  
 (ii)  $n=i$  ( $i \geq 1$ )일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면  

$$\sum_{k=1}^{ik(k+1)(k+2)} = \frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3) \dots \textcircled{1}$$
  
 $\textcircled{1}$ 의 양변에  $\boxed{\text{(가)}}$ 을(를) 더하면  

$$\sum_{k=1}^{i+1} k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3) + \checkmark \boxed{\text{(가)}}$$
  
 $\checkmark \boxed{\text{(나)}}$   
 따라서  $n=i+1$ 일 때에도 주어진 등식이 성립한다.  
 (i), (ii)에 의해 모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4 점]

- |   | (가)                           | (나)                                |
|---|-------------------------------|------------------------------------|
| ① | $i(i+1)(i+2)$                 | $\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$     |
| ② | $\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)$     | $\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$     |
| ③ | $\frac{1}{4} (i+1)(i+2)(i+3)$ | $\frac{1}{4} (i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$ |
| ④ | $(i+1)(i+2)(i+3)$             | $\frac{1}{4} i(i+1)(i+2)(i+3)$     |
| ⑤ | $(i+1)(i+2)(i+3)$             | $\frac{1}{4} (i+1)(i+2)(i+3)(i+4)$ |

# 수리영역

‘가’형

15. 수열의 극한에 대한 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은?  
[4 점]

<보기>

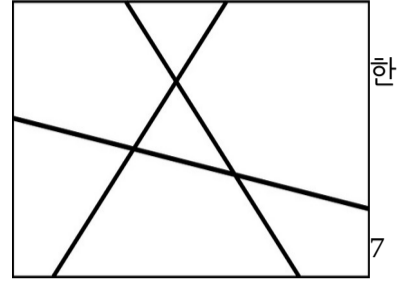
ㄱ. 수열  $\{a_n+2\}$ 가 수렴하면 수열  $\{a_n\}$ 도 수렴한다.  
 ㄴ. 수열  $\{a_n\}$ 이 수렴하면 수열  $\{a_n\}$ 도 수렴한다.  
 ㄷ. 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 수열  $\{a_n\}$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 대하여  $AX = kX$ 를 만족하는  
두 양수  $x, y$ 가 존재하도록 하는 상수  $k$ 의 값은? [4 점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 3
- ④ 6
- ⑤ 9

17. 영희는 선분으로 도화지를 몇  
개의 영역으로 분할하고, 각 영역에  
가지 색으로 칠한 구성 작품을  
만들려고 한다. 그림과 같이  
도화지에 3개의 선분을 그렸더니,  
도화지가 7개의 영역으로 분할되어  
가지 색을 칠한 작품을 만들 수  
있었다.

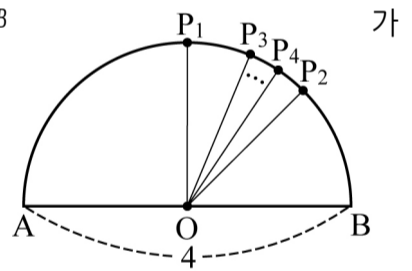


29가지 색을 칠한 구성 작품을 만들려면 도화지에 최소한 몇 개의  
선분을 그어야 하는가?

(단, 선분의 시작과 끝은 항상 도화지의 가장자리이다.) [4 점]

- ① 5개
- ② 6개
- ③ 7개
- ④ 8개
- ⑤ 9개

18. 그림과 같이 길이가 4인 선분  $AB$   
지름이고 점  $O$ 가 중심인 반원이  
있다. 호  $AB$ 의 이등분점을  $P_1$ , 호  
 $BP_1$ 의 이등분점을  $P_2$ , 호  $P_1P_2$ 의  
이등분점을  $P_3$ 이라 하자.  
이와 같은 방법으로 계속하여 호  
 $AP_{n-1}P_n$ 의 이등분점을  $P_n$ 이라 하자. 부채꼴  
 $AOP_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? (단, 부채꼴에서  
중심각의 이등분선이 호와 만나는 점을 호의 이등분점이라 한다.) [4  
점]



- ①  $\frac{6}{5}\pi$  ----- ②  $\frac{4}{3}\pi$  ----- ③  $\frac{7}{5}\pi$  ----- ④  $\frac{8}{5}\pi$  ----- ⑤  $\frac{5}{3}\pi$

# 수리영역

6

19. 열이 드나들지 못하도록 절연재료로 가두어진 상태에서 기체가 팽창 또는 압축되는 것을 단열과정이라 한다. 산소 기체의 단열과정에서 부피  $V$  와 압력  $P$  사이에 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$P \cdot V^{1.5} = C \text{ (단, } C \text{는 상수)}$$

이 단열과정에서 산소 기체의 부피가 처음의 4배가 되면 압력은 처음의 몇 배가 되겠는가? [3 점]

- ①  $\frac{1}{8}$
- ②  $\frac{1}{6}$
- ③  $\frac{1}{4}$
- ④  $\frac{1}{3}$
- ⑤  $\frac{1}{2}$

20. 천체의 거리를 표현하는 방법의 하나로 별의 겉보기등급과 절대등급과의 차이인 '거리지수'라는 것이 있다. 어떤 별의 겉보기등급을  $m$  등급, 절대등급을  $M$  등급, 지구로부터의 거리를  $r$  (단위  $rm pc$ )라 하면,

$$(거리지수) \cdot m - M = a + 5 \log_{10} r \text{ (단, } a \text{는 상수)}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 거문고자리의 직녀성은 겉보기등급이 0.0 등급, 절대등급이 0.5 등급이고, 지구로부터의 거리는  $10^{0.9} (rm pc)$  이다.

이 때, 겉보기등급은 2 등급이고 절대등급이  $-4.5$  등급인 별의 지구로부터의 거리는? [4 점]

- ①  $10^{1.5} (rm pc)$
- ②  $10^{1.8} (rm pc)$
- ③  $10^{2.3} (rm pc)$
- ④  $10^{2.6} (rm pc)$
- ⑤  $10^{2.8} (rm pc)$

21. 행렬을 이용하여 한글의 각 음절을 다음 순서에 따라 암호화하려고

'가'형

한다.

- I. 음절의 자음과 모음을 표기 순서에 따라 아래 표를 이용하여 수로 대응시킨다.
- II. 음절에 대응하는 수가 차례로  $a, b, c, d$  이면  
 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  를 만든다.  
 이 때, 대응되는 숫자가 2 개인 경우는  $c = d = 0$ , 3 개인 경우는  $d = 0$  으로 한다.
- III. 위에서 만든 행렬  $A$  에 어떤 이차정사각행렬  $X$  를 곱한  $AX$  의 성분으로 최종 암호화한다.

자음	ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㆁ	ㆅ	ㆆ	ㆇ	ㆈ	ㆉ	ㆊ	ㆋ	ㆌ
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	

모음	ㅏ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅞ	ㅟ	ㅠ	ㅡ	ㅢ	ㅣ	ㅤ	ㅥ	ㅦ	ㅧ	ㅨ
숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21

예를 들어 '사건'의 각 음절에 해당하는 행렬은 각각  $\begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

이고, 행렬  $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  를 곱하여 암호화 하면,

$$\begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{하}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{놀}$$

이므로 '사건'은 '하놀'로 암호화된다

행렬  $X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  을 곱하여 암호화할 때, '인컬'로 암호화되는 글자는? [4 점]

- ① 성분
- ② 직선
- ③ 원뿔
- ④ 진법
- ⑤ 실근

# 수리영역

‘가’형

**단답형(22 ~ 30)**

22.  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 20$  일 때,  $\sum_{k=1}^{10(3a_k i + 2)} i$  의 값을 구하시오. [2 점]

23. 두 무한수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 수렴하고

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 6, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 2$$

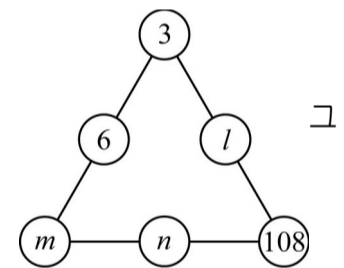
일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2)$  의 값을 구하시오. [3 점]

24. 다음과 같이 자연수  $n$ 의 세제곱을  $n$ 개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 수 있다.  $22^3$ 을 22개의 연속한 홀수의 합으로 나타낼 때, 가장 작은 홀수  $a$ 와 가장 큰 홀수  $b$ 의 합  $a + b$ 의 값을 구하시오. [3 점]

$$\begin{aligned} 1^3 &= 1 \\ 2^3 &= 3 + 5 \\ 3^3 &= 7 + 9 + 11 \\ 4^3 &= 13 + 15 + 17 + 19 \\ &\vdots \\ 22^3 &= a + (a + 2) + \text{CDOTS} + (b - 2) + b \\ &\vdots \end{aligned}$$

25. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A^{100}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3 점]

26. 오른쪽 그림은 6개의 자연수를 정삼각형의 꼭지점과 각 변의 중점에 배열한 것이다. 각 변의 중점에 놓인 수가 변의 양 끝점에 놓인 두 수의 등비중항일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. [3 점]



# 수리영역

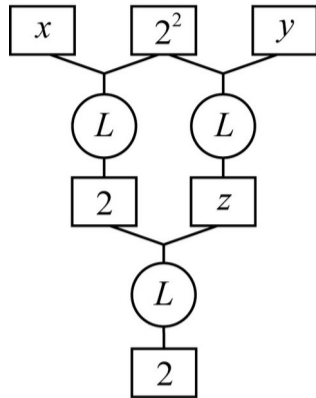
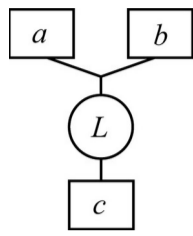
8

27. 1이 아닌 두 양수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_a b = c$$

를 오른쪽 그림과 같이 나타내기로 한다.

아래 그림의  $x, y, z$ 의 값에 대하여  $x + y + z$ 의 값을 구하시오. [4 점]

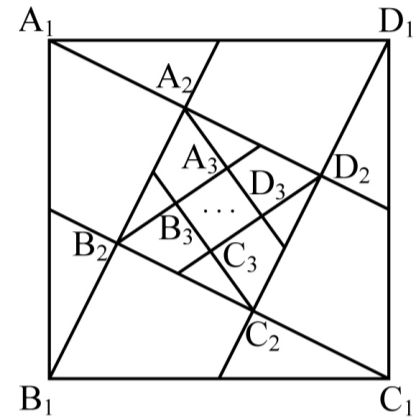


28.  $\log 1.5 = 0.1761, \log 2.4 = 0.3802$ 일 때,  
 $\log A = 2.5563$ 을 만족시키는  $A$ 의 값을 구하시오. [4 점]

29. 이차방정식  $x^2 - \frac{1}{2}ax + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라  
 하고, 이차방정식  $x^2 - \frac{1}{2}bx + 2 = 0$ 의 두 근을  $p, q (p < q)$ 라  
 하자. 네 수  $\alpha, p, \beta, q$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 두  
 양수  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4 점]

30. 그림과 같이 넓이가 1인 정사각형  $rmA_1B_1C_1D_1$ 의 각 변의 중점과 꼭지점을 이은 선분으로 둘러싸인 정사각형을  $rmA_2B_2C_2D_2$ 라 하고, 다시 정사각형  $rmA_2B_2C_2D_2$ 의 각 변의 중점과 꼭지점을 이은 선분으로 둘러싸인 정사각형을  $rmA_3B_3C_3D_3$ 이라 하자.

이와 같은 방법으로 계속하여 만든 정사각형  $rmA_nB_nC_nD_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $100 \sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값을 구하시오. [4 점]



※ 확인 사항  
 ○ 문제지와 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입 (표기)했는지 확인하시오.

# 수리영역

'가'형

9

1 8