2005 학년도 6 월 고 2 전국연합학력평가 문제지

수리 영역 (가형)

제 2 교시

성명		수험번호						2				

· 먼저 수험생이 선택한 유형의 문제지인지 확인하시오.
· 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
· 답안지에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 수험 번호, 답, 응시 유형 등을 표기하시오.
· 단답형 문제의 경우 답의 숫자에 0 이 포함될 때에는 OMR 답안지에 0 을 반드시 표기해야 합니다.
· 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2 점, 3 점 또는 4 점입니다.
· 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$, $B=\{2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단, ϕ는 공집합) [2 점]

① $\phi \in A$ ② $\{1,\ 2\} \in A$ ③ $\{2,\ 3\} \subset A$
④ $A \cap B = \{2\}$ ⑤ $A - B = A$

2. $\dfrac{1}{\log_2 36} + \dfrac{1}{\log_3 36}$을 간단히 하면? [2 점]

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{1}{5}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

3. $\left(\sqrt[4]{2^3}\right)^{\frac{3}{2}} \times \left(\sqrt{2}\right)^{\frac{1}{2}} \div \sqrt[4]{2}$를 간단히 하면? [2 점]

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

4. 두 실수 x, y에 대하여 $(x+i)(y+i)=(1+i)^4$ 이 성립할 때, x^2+y^2의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3 점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8

5. 양수 A에 대하여 $\log_{10} A = n + \alpha$ (n은 정수, $\frac{1}{2} < \alpha < 1$)일 때, $\left[\log_{10} \frac{1}{A^2} \right]$의 값은? (단, $[\ x\ ]$는 x를 넘지 않는 최대정수) [3 점]

① $-2n-2$----------② $-2n-1$----------③ $-2n$
④ $-2n+1$----------⑤ $-2n+2$

6. 두 연립방정식 $\begin{cases} x_1 = 2y_2 + y_3 \\ x_2 = y_1 + 2y_2 \end{cases}$, $\begin{cases} y_1 = z_1 + 2z_2 \\ y_2 = 2z_1 - z_2 \\ y_3 = z_1 + z_2 \end{cases}$을 행렬을 이용하여 $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$로 표현할 때, 행렬 A는? [3 점]

① $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$----------② $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$----------③ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$----------⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

7. 세 양수 A, B, C에 대하여 $A : B : C = 4 : 5 : 2$일 때, $3^{2\log_3 A + \log_3 B - 3\log_3 C}$ 의 값은? [3 점]

--① 9----------② 10--------③ 11---------④ 12--------⑤ 13

8. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}$, $B = 3^{\frac{1}{3}}$, $C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는? [3 점]

① $A < B < C$----------② $B < A < C$
③ $B < C < A$----------④ $C < B < A$
⑤ $C < A < B$

고 2

수리 영역 (가형)

9. 다음은 자연수 a 가 홀수일 때, 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & a \\ a^2 & a^3 \end{pmatrix}$에 대하여 A^2 의 모든 성분의 합은 4의 배수임을 증명한 것이다.

〈증명〉

$A^2 =$ (가) 이므로

A^2의 모든 성분의 합은

$(1+a^3)+(a+a^4)+(a^2+a^5)+$ ¿ (가) ¿$(1+a^3)$ (나)

$1+a^3$ 은 (다) 이고

(나) 은(도) (라) 이다.

따라서 A^2의 모든 성분의 합은 4의 배수가 된다.

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것은? [3 점]

	(가)	(나)	(다)	(라)
①	a^3+a^6	$1+a+a^2+a^3$	홀수	짝수
②	a^3+a^6	$1+a^2+a^3$	홀수	홀수
③	a^3+a^6	$1+a+a^2+a^3$	짝수	짝수
④	a^3+a^9	$1+a^2+a^3$	홀수	홀수
⑤	a^3+a^9	$1+a+a^2+a^3$	짝수	짝수

10. 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $i=root-1$) [3 점]

〈보 기〉

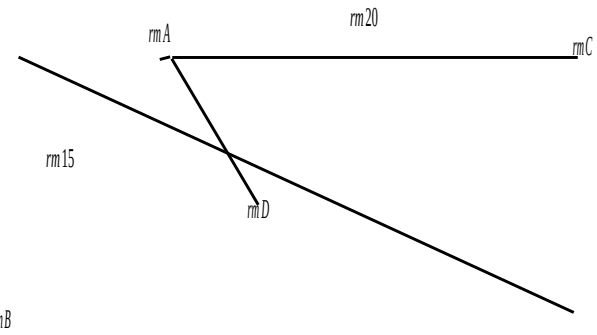
ㄱ. $\sqrt{-a} = \sqrt{a}\,i \quad (a > 0)$

ㄴ. $a < 0,\ b < 0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

ㄷ. $i^{4n+2} = 1$ (n은 음이 아닌 정수)

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 그림은 세 도시 A, B, C 를 서로 잇는 직선도로를 나타낸 것이다. $\angle A = 120°$, $\overline{AB} = 15$km, $\overline{AC} = 20$km이고 두 도시 B, C 사이에 선분 BC 를 3 :4 로 내분하는 지점 D에 도서관을 세울 때, 직선도로 $\overline{AD}$의 길이는 몇 km인가? [4 점]



① $\frac{60}{7}$ ② $\frac{64}{7}$ ③ $\frac{68}{7}$ ④ $\frac{72}{7}$ ⑤ $\frac{76}{7}$

12. $0 < A < \pi$, $0 < B < \pi$인 서로 다른 두 각 A, B에 대하여 $\sin A = \sin B$를 만족할 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? [3 점]

〈보 기〉

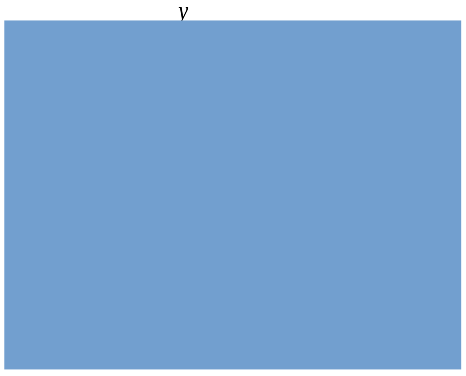
ㄱ. $\sin A + \frac{B}{2} = 1$

ㄴ. $\sin\frac{A}{2} - \cos\frac{B}{2} = 0$

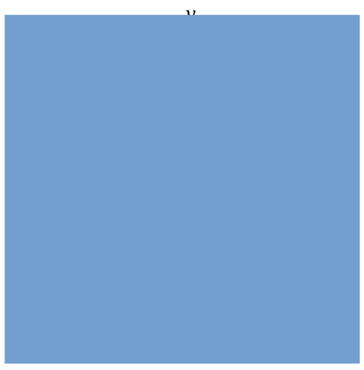
ㄷ. $\tan A + \tan B = 0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

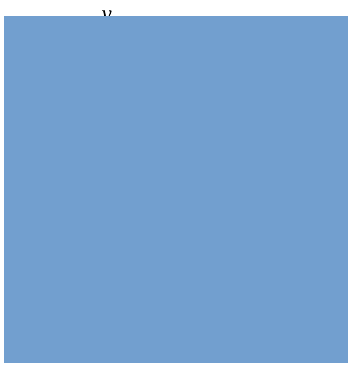
13. 그림은 무리함수 $y=a\sqrt{bx+c}$의 그래프의 개형이다. 이 때, 유리함수 $y=\dfrac{b}{x+a}+c$ 의 그래프의 개형은? [4 점]



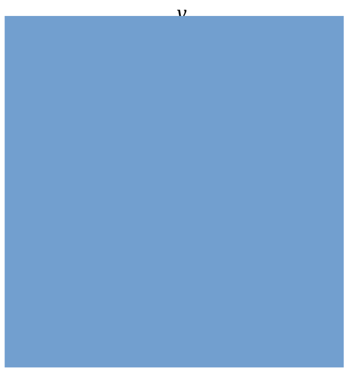
①



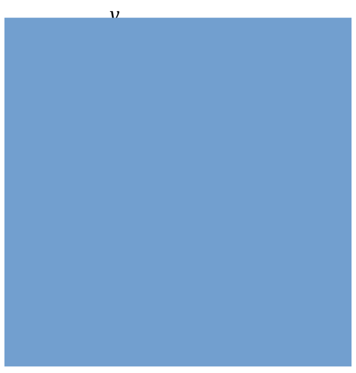
②



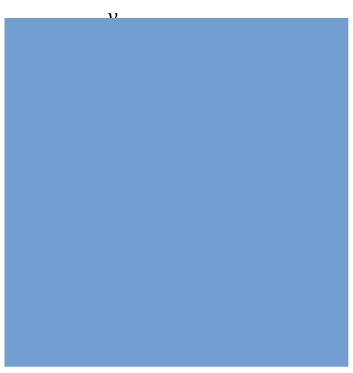
③



④



⑤

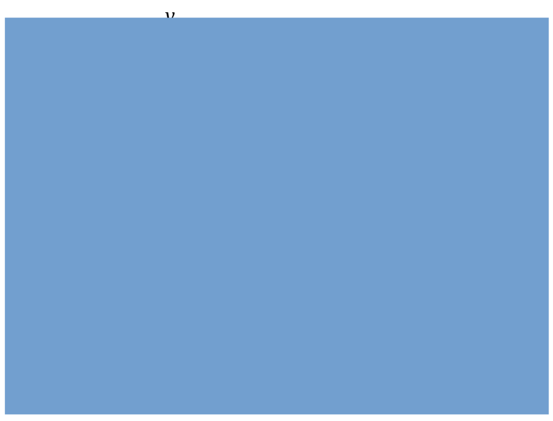


14. 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, A^3과 같은 것은? [4 점]

> (가) $A-E$ 의 역행렬이 존재하지 않는다.
>
> (나) $x,\ y$에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a \\ d-1 \\ 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}$이 $x=y=0$ 이외의 해를 갖는다.

① $A-2E$ ② $A-E$ ③ A
④ $A+E$ ⑤ $A+2E$

15. 반지름의 길이가 1 인 두 원 $C_1,\ C_2$ 의 중심이 각각 $(0,\ 0)$, $(4,\ 1)$이다. 그림과 같이 원 C_2 가 x축을 접하며 움직이기 시작하여 원 C_1 에 외접하며 돌아 처음으로 x축의 양의 방향에 접하며 움직여 중심이 $(4,\ -1)$이 되었을 때, 중심이 이동한 거리는? [4 점]



① $\dfrac{5}{3}\pi+4-\sqrt{3}$ ② $\dfrac{5}{3}\pi+8-2\sqrt{3}$
③ $\dfrac{7}{3}\pi+4-\sqrt{3}$ ④ $\dfrac{7}{3}\pi+8-2\sqrt{3}$
⑤ $\dfrac{10}{3}\pi+8-2\sqrt{3}$

수리 영역 (가형)

16. 농도가 $a\,\%$인 소금물 100그램이 있다. 매 시간 소금물의 $10\,\%$가 증발한다면 소금물의 농도가 처음의 2배 이상이 될 때까지는 최소 몇 시간이 걸리겠는가? (단, $\log 2=0.301$, $\log 3=0.477$) [4 점]

--① 6----------② 7----------③ 8----------④ 9----------⑤ 10

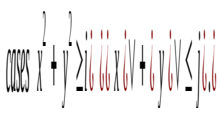
17. 이차함수 $f(x)$가 $2f(x)+f(1-x)=3x^2$을 만족할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면? [4 점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(0)=-1$
ㄴ. $f(x)$의 최소값은 3이다.
ㄷ. 모든 x에 대하여 $f(x)=f(-2-x)$이다.

① ㄱ----------② ㄷ----------③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ----------⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 이차정사각행렬 A의 (i,j) 성분 a_{ij}를 연립부등식



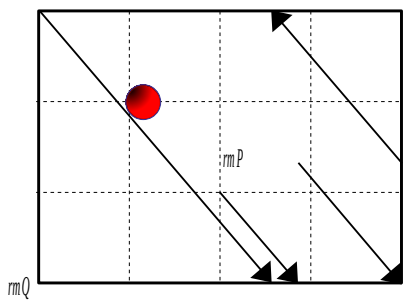
가 나타내는 영역의 넓이로 정의할 때, 성분 a_{22}의 값은? [3 점]

① $8-2\pi$----------② $8-\pi$----------③ 8
④ $8+\pi$----------⑤ $8+2\pi$

19. A도시의 어떤 달의 쓰레기양을 W_0, 그 쓰레기양을 조사한 달로부터 경과된 달의 수를 t라 할 때, 쓰레기의 양 W는 $W=W_0\left(\frac{3}{4}\right)^{kt}$인 관계가 있다고 한다. A도시의 2월 쓰레기양은 800톤이고 그 해 6월의 쓰레기양은 600톤일 때, 상수 k의 값은? [3 점]

--① $\frac{1}{16}$------- ② $\frac{1}{8}$------- ③ $\frac{1}{4}$-------- ④ $\frac{1}{2}$ ----⑤ 1

20. 가로, 세로의 길이가 각각 4, 3인 직사각형 모양의 포켓당구대가 있다. 공이 내부에서는 직선운동을 하고 벽에서는 입사각과 반사각이 같도록 움직일 때, 그림과 같은 방향으로 ㎜P지점에 있는 공을 쳤더니 벽에 3번 부딪친 후 ㎜Q지점에 들어갔다. ㎜P지점에서 ㎜Q지점까지의 공이 움직인 거리는? (단, 한 눈금의 길이가 모두 가로, 세로 각각 1이고 공의 크기는 무시함) [4 점]



--① $2\sqrt{13}$---② $\sqrt{65}$----③ $4\sqrt{5}$-----④ $\sqrt{85}$----⑤ $7\sqrt{2}$

21. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, E는 단위행렬, O는 영행렬) [4 점]

〈보 기〉

ㄱ. $A^2+A-2E=O$ 이면 $A=E$ 또는 $A=-2E$ 이다.
ㄴ. $AB+A=E$ 이면 A 의 역행렬은 $B+E$이다.
ㄷ. $AB=E$ 이면 $(A-B)^2+2E=A^2+B^2$ 이다.

① ㄱ----------②ㄷ----------③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ----------⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형(22~30)

22. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$에 대하여 $A^{-1}+AB$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. (단, A^{-1}은 A의 역행렬) [3 점]

23. 두 함수 $f(x)=2x-1$, $g(x)=x^2+1$에 대하여 $g(f^{-1}(-3))$의 값을 구하시오. (단, f^{-1}는 f 의 역함수) [3 점]

수리 영역 (가형)

24. 집합 $X=\{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 함수 f가 $f:X\to X$ 라 할 때, $\{f(-1)+1\}\{f(1)-1\}\neq 0$을 만족하는 함수 f의 개수를 구하시오. [3 점]

25. $4^x=5$일 때, $\dfrac{8^x+8^{-x}}{2^x+2^{-x}}=\dfrac{b}{a}$ ($a,\ b$는 서로소인 양수)이다. 이 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3 점]

26. 중심이 $O,\ O'$인 두 원이 서로 다른 두 점 $A,\ B$에서 만나고 $\overline{OO'}=4$ 이고, 선분 OO'를 3 : 1로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 한다. $\triangle OPA$와 $\triangle OQB$의 넓이의 비가 $m:n$일 때, $m+n$의 값을 구하시오. (단, m, n은 서로소인 양수) [4 점]

27. a가 양수일 때, 행렬 $A=\begin{pmatrix} 2a & -3 \\ -5 & \dfrac{8}{a} \end{pmatrix}$에 대하여 A^{-1}의 모든 성분의 합의 최소값을 구하시오. (단, A^{-1}는 A의 역행렬) [4 점]

28. 두 함수 $f(x)=x^2-6x$, $g(x)=mx+n$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 교점과 점 $\mathrm{rm}P(2,\ 5)$를 세 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $(\ 4,\ 1)$일 때, m의 값을 구하시오. [4 점]

29. 1이 아닌 세 자연수 $a,\ b,\ c$에 대하여 등식 $a^2=b^3=c^4\ =k$를 만족하는 k 값들 중 최소인 수를 p 라 할 때, $\log_4 p$ 의 값을 구하시오. [4 점]

30. 그림은 5명의 학생 $A,\ B,\ C,\ D,\ E$ 에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법 중의 하나이다.

5명의 학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법은

$\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$으로 표현할 수 있다.

위와 같은 방법으로 7명의 학생에게 피자 2판을 똑같이 나누어 주는 방법이 $\frac{2}{7}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$일 때, $¿a-b∨¿$의 값을 구하시오.

(단, $a,\ b$는 서로 다른 자연수) [4 점]

고 2

수리 영역 (가형)

● 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.