

# 2026학년도 연세대학교 수시모집 논술시험 문제 자연계열(수학)

모집 단위		수험 번호		성명	
----------	--	----------	--	----	--

**[문제 1]** 앞면에는 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 처음에 이 10장의 카드는 모두 0이 보이도록 놓여 있다. 이 10장의 카드 중 임의로 서로 다른 5장의 카드를 택하여, 택한 카드들을 각각 한 번 뒤집은 후 10장의 카드에 보이는 모든 수의 집합을  $A$ 라 하고, 집합  $A$ 의 모든 원소의 합을  $S$ 라 하자. 이산확률변수  $X$ 를

$$X = \begin{cases} 3S & (3 \in A \text{인 경우}) \\ S & (3 \notin A \text{인 경우}) \end{cases}$$

라 할 때,  $E(X)$ 의 값을 구하시오. **[16점]**

**[문제 2]** 앞면에는 1부터  $n$ 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는  $n$ 장의 카드가 있다. 이  $n$ 장의 카드를 사용하여 다음 시행을 한다.

$n$ 장의 카드 중 임의로 1장의 카드를 택하여 한 번 뒤집는다.

처음에 이  $n$ 장의 카드는 모두 0이 보이도록 놓여 있을 때, 이 시행을  $n$ 번 반복한 후  $n$ 장의 카드에 보이는 모든 수의 합의 기댓값을  $a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오.

(단, 시행을 반복할 때 같은 카드가 여러 번 뒤집힐 수 있고,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ 이다.) **[20점]**

**[문제 3]** 7개의 함수

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $g_1(x) = ax + b$ ,  $g_2(x) = ax + c$ ,  $g_3(x) = bx + a$ ,  $g_4(x) = bx + c$ ,  $g_5(x) = cx + a$ ,  $g_6(x) = cx + b$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여 아래의 물음에 답하시오.

(I)  $f(x) > 0$ 인 실수  $x$ 가 존재한다.

(II)  $1 \leq i \leq 6$ 인 모든 자연수  $i$ 와  $s < t$ 인 모든 실수  $s, t$ 에 대하여  $\int_s^t g_i(x) dx \leq \int_s^t f(x) dx$ 가 성립한다.

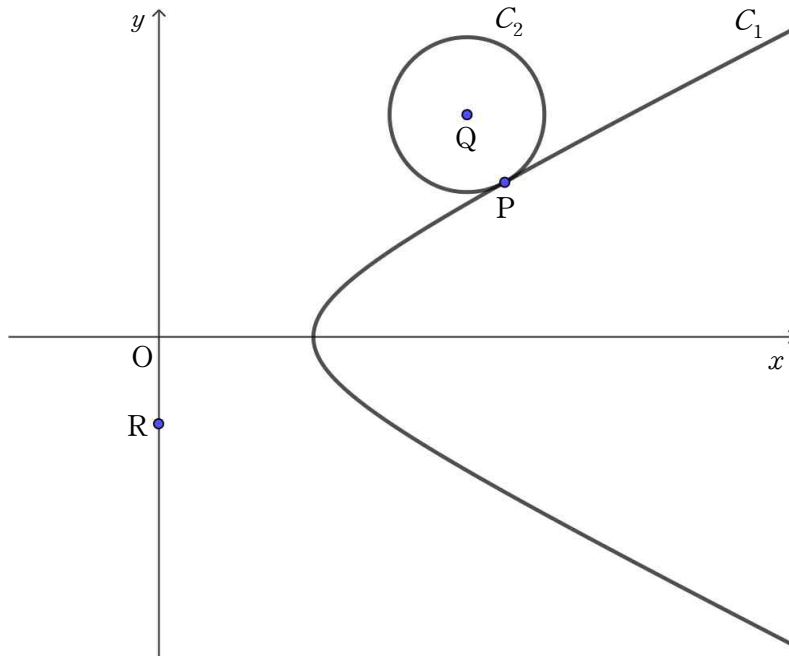
**[문제 3-1]**  $\frac{2f'(26)}{f''(26)}$ 의 값을 구하시오. **[7점]**

**[문제 3-2]**  $b = 26$ 인 모든  $f(-1)$ 의 값의 범위는  $\alpha \leq f(-1) \leq \beta$ 이다.  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. **[7점]**

**[문제 4]** 곡선  $C_1 : \frac{x^2}{4} - y^2 = 1 (x > 0)$  위를 움직이는 점 P에 대하여 점 P를 지나고 반지름의 길이가 1인 원을  $C_2$ 라 하자. 원  $C_2$ 의 중심이 Q이고  $C_2$  위의 점 P에서의 접선이 곡선  $C_1$  위의 점 P에서의 접선과 일치할 때, 아래의 물음에 답하시오. (단, 점 Q의 x좌표는 점 P의 x좌표보다 작다.)

**[문제 4-1]** 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수  $f(t), g(t)$ 에 대하여 점 P의 좌표가  $(f(t), g(t))$ 이고  $g(0) = 0, g'(0) = 2026$ 일 때, 점 Q의 좌표를  $(\alpha(t), \beta(t))$ 라 하자.  $\beta'(0)$ 의 값을 구하시오. **[10점]**

**[문제 4-2]** 점  $R(0, -\frac{\sqrt{5}}{2})$ 가 있다. 모든 직선 QR의 기울기의 집합을 구하시오. **[20점]**



**[문제 5]** 아래의 물음에 답하시오. (단,  $e > 2$ 이다.)

**[문제 5-1]** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{(e^x + x)(1 - xe^x)}{(e^{2x} + 1)(x^2 + 1)}$ 의 최솟값을 구하시오. **[11점]**

**[문제 5-2]** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x) = \frac{(2e^x + \cos x)(2 - e^x \cos x)}{(e^{2x} + 1)(\cos^2 x + 4)}$ 의 최댓값을 구하시오. **[9점]**



