문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

(나)에 의하면 누리 소통망은 개인들이 다른 개인 및 집단과 상호작용을 하며 자신의 정체성을 형성하도록 하는 특징을 지닌다. 이는 (가)에 나타난 소속 정당에 따른 감정적 양극화를 심화하기도 하고 혹은 완화하기도 할 것이다.

누리 소통망을 통해 동질적인 정체성을 가진 개인들끼리의 소통이 강화됨으로써 친밀감과 유대감 형성이 촉가 된다면, 그 집단은 공동체적 성격을 보이게 된다. 같은 정당을 지지하는 사람들 간에는 폐쇄적인 상호 호혜성이 증진하는 반면, 다른 정당을 지지하는 사람들을 배타적으로 인식하게 되면서 누리 소통망은 결속형 네트워크로서 기능하게 된다. 이는 정치적 이념이 유사한 개인들 간의 기계적 연대만이 이루어짐으로써 정치적 이념 간 차이를 극복하지 못하고 이념 갈등을 증폭시킬 것이다. 한편, 누리 소통망이 이질적 개인 간의 교류를 촉진하는 역할을 할 수도 있다. 이는 정치적 이념에 따른 양극화를 완화하기도 한다. 이질적 개인 간의 유기적 연대를 촉진하는 누리 소통망은 교량형 네트워크의 기능을 한다. 즉, 지지하는 정당이 다른 개인들 사이에 상호 신뢰를 형성하여 협력을 유도하고 정치적 갈등을 조정하게 되는 것이다. 정치적 이념이 다른 개인들이 모여 형성된 결사체는 이념 차이를 넘어서 조화를 추구하는 개방적 사회로 나아가는 기반이 된다.

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1. a, b, c 모두 자연수이며 a와 b는 5 이하, c는 3 이상이다.

$f(x)$의 식에 따라 $f(x)$는 아래와 같이 구한다.

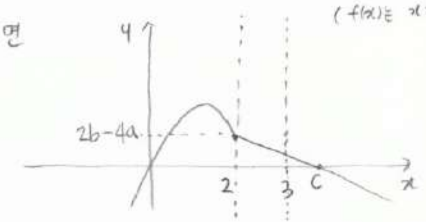
$$f'(x) = \begin{cases} -2ax+b & (x \le 2) \\ \frac{4a-2b}{c-2} & (x > 2) \end{cases}$$

$f'(c) = \frac{4a-2b}{c-2} < 0$ 이며 이 때 $c \ge 3$ 이므로 $4a-2b < 0$

$2a < b$ 가 성립한다. $2 < \frac{b}{a}$에 따라 $f(x)$를 대략적으로

($f(x)$는 $x=2$ 에서 연속)

그리면



$\int_0^c f(x)\,dx = \frac{22}{3}$을 이용해 범위에 따라 넓이를 계산하면

$$\int_0^2 (-ax^2+bx)dx + \int_2^c \left\{ \frac{4a-2b}{c-2}(x-c) \right\} dx = \left(-\frac{8}{3}a+2b\right) + \frac{1}{2}(c-2)(2b-4a)$$

$$= \frac{4}{3}a + c(b-2a) = \frac{22}{3}$$

분수 $\frac{22}{3}$과 a의 계수 $\frac{4}{3}-2c$를 활용하여 구하면 순서쌍 (a, b, c)는

$(1, 4, 3)$, $(1, 3, 6)$ 이다. $\boxed{\therefore (1, 4, 3), (1, 3, 6)}$

---

2. 이산확률변수 X에 각각의 확률 $P(X=x)$에 대하여 그들의 합은 1이 됨을 이용하여 상수 k를 구할 수 있다. 이를 표로 나타내면

X	1	2	3	······	19	20	21	22	계
P	$\frac{k}{1\cdot 2}$	$\frac{k}{2\cdot 3}$	$\frac{k}{3\cdot 4}$		$\frac{k}{19\cdot 20}$	$\frac{k}{20\cdot 21}$	$\frac{k}{21\cdot 22}$	$\frac{4}{11}$	1

각각의 변수에 대한 합은 식으로 나타내면

$$\sum_{x=1}^{21}\left(\frac{k}{x(x+1)}\right) + \frac{4}{11} = 1$$

$$k \cdot \sum_{x=1}^{21} \frac{1}{x(x+1)} + \frac{4}{11} = k \cdot \sum_{x=1}^{21} \frac{1}{(x+1)-x}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \frac{4}{11}$$

$$= k \sum_{x=1}^{21} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \frac{4}{11}$$

$$= k\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdots + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{22}\right) + \frac{4}{11}$$

$$= \frac{21}{22}k + \frac{4}{11} = 1$$

$$k = \frac{7}{11} \times \frac{22}{21} = \frac{2}{3}$$

$k = \frac{2}{3}$일 때 $P(k+1 < X < k+8)$을 구하자.

$P\left(\frac{5}{3} < X < \frac{26}{3}\right)$는 확률변수 X가 2부터 8일 때를 범위로 한다.

$$P\left(\frac{5}{3} < X < \frac{26}{3}\right) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7) + P(X=8)$$

$$= k \sum_{x=2}^{8} \frac{1}{x(x+1)} = \frac{7}{18}k = \frac{7}{18} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{27}$$

$\boxed{\therefore \frac{7}{27}}$

---

3. 주사위 게임에 대하여 확률변수 X에 대한 표를 구하면 다음과 같이 나타낼수 있다. (k를 a, b, c 중 d와 같은 것의 개수라 하자)

k	0	1	1	2	3	
X	0	$2+x$	$3+x$	$4+x$	$6+x$	계
P	$\frac{125}{216}$	$\frac{60}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$	1

$P(X=0) = \frac{5^3}{6^3} = \frac{125}{216}$, $P(X=2+x) = \frac{{}_3C_1 \times 1 \times 5 \times 4}{6^3} = \frac{60}{216}$,

$P(X=3+x) = \frac{{}_3C_1 \times 1 \times 5 \cdot 1}{6^3} = \frac{15}{216}$, $P(X=4+x) = \frac{{}_3C_2 \times 1 \times 1 \times 5}{6^3} = \frac{15}{216}$,

$P(X=6+x) = \frac{{}_3C_3}{6^3} = \frac{1}{216}$

$$E(X) = 0 \times \frac{125}{216} + (2+x) \times \frac{60}{216} + (3+x) \times \frac{15}{216} + (4+x) \times \frac{15}{216} + (6+x) \times \frac{1}{216}$$

$$= \frac{91}{216}x + \frac{231}{216}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$= \left(\frac{91}{216}x^2 + \frac{77}{36}x + \frac{217}{72}\right) - \left(\frac{91}{216}x + \frac{231}{216}\right)^2$$

$x=-1$일 때 $V(X) = \frac{91}{216} - \frac{77}{36} + \frac{217}{72} - \left(\frac{35}{54}\right)^2$

$$= \frac{35 \times 73}{54^2}$$

$\boxed{\therefore E(X) = \frac{91}{216}x + \frac{231}{216},\ V(X) = \frac{35 \times 73}{54^2}}$

한양대학교 2024학년도 신입학전형 수시

상 경 계	**논 술 예 시 답 안**	2번

1. $\lim_{x\to 2-} f(x) = \lim_{x\to 2+} f(x) = -4a+2b$이므로 $f(x)$는 연속함수이다. $f'(c) = \frac{4a-2b}{c-2} < 0$인데 $c \ge 3$이므로 $b > 2a$이다. 이에 a는 1 또는 2이다. 한편, $f(x)$는 연속함수이므로 적분가능하다.

$$\int_0^c f(x)\,dx = \int_0^2(-ax^2+bx)\,dx + \int_2^c \frac{2(2a-b)}{c-2}(x-c)\,dx = -\frac{8}{3}a+2b+\frac{(b-2a)}{(c-2)}(c-2)^2 = \frac{22}{3}$$

이므로 $\frac{22}{3}-\left(-\frac{8}{3}a+2b\right) = (b-2a)(c-2)$이어야 한다. $b \ne 2a$이므로 이를 c에 대해 정리하면 $c = \frac{22+8a-6b}{-6a+3b}+2$이다. 이때 $c \ge 3$ 조건에 의해 $22+8a-6b \ge 3b-6a$이어야 한다. 이를 정리하면 $b \le \frac{14a+22}{9}$이다.

(경우 1) $a=1$이면, $b > 2a$와 $b \le \frac{14a+22}{9}$를 만족하는 b는 $b=3,4$이다. 이를 대입해보면 $a=1, b=3$일 때 $c = \frac{12}{3}+2=6$이고 $a=1, b=4$일 때 $c=\frac{6}{6}+2=3$이다.

(경우 2) $a=2$이면, $b>2a$와 $b \le \frac{14a+22}{9}$를 만족하는 b가 5 하나뿐이다. 그러나 $a=2, b=5$이면 $c=\frac{14}{3}$로 3이상의 자연수가 아니게 된다.

따라서 조건을 만족하는 5 이하의 두 자연수 a, b와 3 이상의 자연수 c의 순서쌍 (a,b,c)는 $(1,3,6), (1,4,3)$의 두 가지이다.

2. 모든 확률의 합이 1이므로 $\frac{k}{1\times2}+\frac{k}{2\times3}+\cdots+\frac{k}{21\times22}+\frac{4}{11}=1$,

$\left(k-\frac{k}{2}\right)+\left(\frac{k}{2}-\frac{k}{3}\right)+\cdots+\left(\frac{k}{21}-\frac{k}{22}\right)=k-\frac{k}{22}=\frac{7}{11}$ 이 성립한다.

따라서 $k=\frac{2}{3}$ 이고

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(k+1<X<k+8) &= \mathrm{P}(2\le X\le 8) = \mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\cdots+\mathrm{P}(X=8)\\ &= \frac{2}{3}\times\frac{1}{2\times3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{2}{3}\times\frac{1}{8\times9}\\ &= \frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right) = \frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{9}\right)=\frac{7}{27}\end{aligned}$$

이다. 따라서 구하고자 하는 확률 $\mathrm{P}(k+1<X<k+8)$은 $\frac{7}{27}$ 이다.

3. 이 게임을 한 번 하여 참가자가 얻은 점수를 확률변수 X라 했을 때,

$\mathrm{P}(X=0)=\frac{6\times5\times5\times5}{6^4}=\frac{125}{216}$, $\mathrm{P}(X=2+x)=\frac{6\times{}_3\mathrm{C}_1\times1\times5\times4}{6^4}=\frac{60}{216}$,

$\mathrm{P}(X=3+x)=\frac{6\times{}_3\mathrm{C}_1\times1\times5\times1}{6^4}=\frac{15}{216}$, $\mathrm{P}(X=4+x)=\frac{6\times{}_3\mathrm{C}_2\times1\times1\times5}{6^4}=\frac{15}{216}$,

$\mathrm{P}(X=6+x)=\frac{6\times{}_3\mathrm{C}_3\times1\times1\times1}{6^4}=\frac{1}{216}$

이다. 따라서 확률변수 X의 기댓값은

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{125}{216}+(2+x)\times\frac{60}{216}+(3+x)\times\frac{15}{216}+(4+x)\times\frac{15}{216}+(6+x)\times\frac{1}{216}=\frac{231+91x}{216}$ 이다.

$x=-1$ 일 때 $\mathrm{E}(X)=\frac{140}{216}=\frac{35}{54}$ 이다.

$\mathrm{E}(X^2)=0^2\times\frac{125}{216}+1^2\times\frac{60}{216}+2^2\times\frac{15}{216}+3^2\times\frac{15}{216}+5^2\times\frac{1}{216}=\frac{280}{216}=\frac{35}{27}$ 이므로

X의 분산은 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-\{\mathrm{E}(X)\}^2=\frac{35}{27}-\left(\frac{35}{54}\right)^2=\frac{2555}{2916}$ 이다.