상 경 계	**한양대학교 2022학년도 신입학전형 수시** **논 술 예 시 답 안**	2번

1. 참가자 A에게 Q_1이 먼저 주어졌을 때 총 상금의 기댓값을 계산하기 위해선 다음의 경우를 고려해야 한다.

	상금	확률
Q_1 오답	0	$1-P_1=0.4$
Q_1 정답, Q_2 오답	R_1	$P_1(1-P_2)=0.12$
Q_1, Q_2 모두 정답	$R_1+R_2=R_1+75$	$P_1P_2=0.48$

그러므로 A의 총 상금의 기댓값은 $R_1P_1(1-P_2)+(R_1+R_2)P_1P_2$를 통해 계산된다. 즉, Q_1이 먼저 주어졌을 때 총 상금의 기댓값은 $0.12R_1+0.48(R_1+75)$만 원이다.

한편, Q_2가 먼저 주어졌을 경우 총 상금의 기댓값은 $R_2P_2(1-P_1)+(R_1+R_2)P_1P_2$를 통해 계산되어 $24+0.48(R_1+75)$만 원이 된다. 따라서 두 경우 상금의 기댓값이 같아지려면 $0.12R_1=24$만 원이 되어 $R_1=200$만 원이 되어야 한다.

2. 확률의 덧셈정리에 의해 $\mathrm{P}(X=Y-1)=\sum_{k=0}^{n-1}\mathrm{P}(X=k, Y=k+1)$이고, $X=k$인 사건과 $Y=k+1$인 사건은 서로 독립이므로 $P(X=k, Y=k+1)=P(X=k)P(Y=k+1)$이 성립한다. 따라서

$$P(X=Y-1)=\sum_{k=0}^{n-1}{}_nC_k\,{}_nC_{k+1}2^{-2n}=2^{-2n}\sum_{k=0}^{n-1}{}_nC_k\,{}_nC_{n-k-1}$$

이고, 여기서 $\sum_{k=0}^{n-1}{}_nC_k\,{}_nC_{n-k-1}$는 $(1+x)^{2n}=(1+x)^n(1+x)^n$의 전개식에서 x^{n-1}의 계수임을 알 수 있다. 그러므로 $P(X=Y-1)=2^{-2n}{}_{2n}C_{n-1}$이고, 대칭적으로 $P(Y=X-1)$의 값 또한 $2^{-2n}{}_{2n}C_{n-1}$이다. $X=Y-1$인 사건과 $Y=X-1$인 사건은 서로 배반이므로, 답은 두 확률의 합인 $2^{1-2n}{}_{2n}C_{n-1}$이 된다.

3. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X와 Y의 표준편차가 같으므로 두 확률밀도함수의 그래프는 대칭축의 위치는 다르지만 모양이 같다. 조건 (가)에서 $\mathrm{P}(X\le 10)\le \mathrm{P}(Y\ge 25)$이므로 $0.5\le \mathrm{P}(Y\ge 25)$임을 알 수 있고 또한 조건 (나)에서 $f(15)=g(25)$이므로 $m=25+(15-10)=30$임을 알 수 있다.

제품 A 9개의 평균 무게를 $\overline{X}$라고 하면 이는 정규분포 $\mathrm{N}(10, 1^2)$을 따른다. 마찬가지로 제품 B 9개의 평균 무게를 $\overline{Y}$라고 하면 이는 정규분포 $\mathrm{N}(30, 1^2)$을 따른다. 한편, $\mathrm{P}(\overline{X}\ge 2k)$와 $\mathrm{P}(\overline{Y}\le k)$가 같기 때문에 다음이 성립함을 알 수 있다.

$\mathrm{P}(\overline{X}\ge 2k)=\mathrm{P}(Z\ge 2k-10)=\mathrm{P}(Z\le k-30)=\mathrm{P}(\overline{Y}\le k)$

따라서 $2k-10=-(k-30)$, $k=40/3$, $mk=30\times 40/3=400$이다.

한양대학교

답안지 (상경계)

답안지 바코드

103021

지원학과	
성 명	
수험번호	
생년월일 (예:030401)	

수험생 유의사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 '0'점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 가존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

[나]는 여러 자판에서 통용되는 쿼티의 잠김 현상에 대해 이야기한다. 당대 가장 혁신적이었던 자판 쿼티는 사용자들의 익숙함과 전환 비용을 이유로 오늘날까지 사용된다. 이를 통해 [가]의 잠김 현상은 전환 비용과 시장을 선점한 제품이 주는 익숙함에 영향을 받는다고 해석 가능하다. 추가적으로 [가]의 네트워크 효과는 이미 시장을 선점한 제품에 이점을 더해 잠김 현상을 더욱더 심화할 것이다.

[가], [나]를 활용해 보았을 때, A포털 사이트의 성공 요인은 시장 선점이다. A포털 사이트는 동아리 기능을 추가하여 커뮤니티 시장에서 앞서 나갔다. 이에 네트워크 효과, 익숙함 등 다양한 편익이 사용자들에게 제공되면서 A포털 사이트는 인기를 끌었다. 하지만, 전환 비용이 거의 들지 않는 포털 사이트 특성상 사용자들의 이동은 매우 쉽다. 회사 유료화 정책에 반발한 유저들은 쉽게 포털 사이트를 이동했고 이는 A포털 사이트의 네트워크 효과를 축소시켰을 것이다. 또한, 포털 사이트는 각각의 특징이 두드러지지 못하고 일치하기에 기존 이용자들의 익숙함은 많은 편익을 주지 못한다. 즉 다양한 요인이 A포털 사이트를 이용할 때보다 타포털 사이트를 이용했을 때 효용을 크게 만들었을 것이다. 결과적으로 이런 요인들이 A사이트를 쇠락으로 이끈 것이다.

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨

한양대학교

답안지 (상경계)

답안지 바코드
101161

지원학과	
성명	
수험번호	
생년월일 (예:030401)	

수험생 유의사항

1. 답안지는 검정색 펜(볼펜, 연필, 샤프)으로 작성하십시오. (빨강색이나 파랑색 사용금지)
2. 답안지를 수정할 경우 지우개(연필, 샤프 사용 시)를 사용하거나 두 줄을 긋고(볼펜 사용 시) 그 위에 재 작성하십시오.
3. 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 한 답안지는 '0'점 처리 됩니다.
4. 본 고사는 답안지 1장 이내에 답안을 작성하여야 합니다. 답안지 교체는 가능하지만 기존 답안지 제출은 불가합니다.

문제 1번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

(가)에서 언급된 잠김 현상에 영향을 줄 수 있는 요인은 제품의 성능과 등장시기이다. (나)의 쿼티 키보드처럼 기존 제품의 단점을 보완하는 등의 기술적 발전이 있어야 하며, 그 등장시기 또한 타 제품보다 빠를수록 유리하다. 또한 전환비용의 크기도 고려되는 요소 중 하나인데, 이는 제품의 분야별로 다르기에 이 또한 영향을 미칠 것이다. (다)의 A포털사이트는 본인과 마음이 맞는 사람들을 만날 수 있는 커뮤니티를 운영하였는데 이를 최초로 도입해 자연스럽게 타 사이트보다 가입자 수 측면에서 우위를 점할 수 있었을 것이고 회원이 많을수록 다양해지는 소통기회를 통해 사용자의 편익이 커지는 네트워크 효과가 발생해 성장했을 것으로 분석할 수 있다. 하지만 이후 가입자 수 증가로 관리비용이 증가해 이 포털은 합리적인 수준의 유료화 정책을 도입했는데, 비록 합리적인 수준이라고 하더라도 다른 포털로 옮기는 것이 금전적 비용도 적게 들고, 접근성이 높아 새로운 것을 익히는 과정이 어렵지 않은 포털과 같은 인터넷의 특성상 전환비용이 A포털의 유료사용료보다 더 합리적이다. 이에 따라 사용자들의 대이동이 일어났고, 사용자가 많아질수록 본인이 얻는 편익이 커지는 네트워크 효과가 다른 포털에서 발생해 인과적으로 A포털은 쇠락하였다.

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

[1]

처음 주어지는 문제가 Q_1일 경우에는 Q_1을 틀리거나, Q_1을 맞고 Q_2를 틀리거나, Q_1과 Q_2 모두 맞는 세가지 경우가 있다.

그러므로 처음 주어지는 문제가 Q_1인 경우의 상금의 기댓값은

$$(1-P_1)\times 0 + P_1\times(1-P_2)\times(R_1+0) + P_1\times P_2\times(R_1+R_2)$$

$$= 0.6\times 0.2\times R_1 + 0.6\times 0.8\times(R_1+R_2) = 0.6R_1 + 0.48R_2$$

이다.

처음 주어지는 문제가 Q_2일 경우에는 Q_2를 틀리거나, Q_2를 맞고 Q_2를 틀리거나, Q_2와 Q_1 모두 맞는 세가지 경우가 있다.

그러므로 처음 주어지는 문제가 Q_2인 경우의 상금의 기댓값은

$$(1-P_2)\times 0 + P_2\times(1-P_1)\times(R_2+0) + P_2\times P_1\times(R_1+R_2)$$

$$= 0.8\times 0.4\times R_2 + 0.8\times 0.6\times(R_1+R_2) = 0.8R_2 + 0.48R_1$$

이다.

두 기댓값이 같으면 $0.6R_1+0.48R_2 = 0.8R_2+0.48R_1$

$0.12R_1 = 0.32R_2$ 이므로 $R_1 = \frac{8}{3}R_2 = \frac{8}{3}\times 75$(만원)

$= 200$(만원) 이다. ∴ 그러므로 문제 Q_1의 상금 R_1은 200만원이다.

[2]

X와 Y의 값의 차이가 1이라면 그 확률은

'($X=0$이고, $Y=1$일 확률) + ($X=1$이고, $Y=0$ 혹은 $Y=2$일 확률)
+ ($X=2$이고, $Y=1$ 혹은 $Y=3$일 확률) + ⋯ + ($X=m$이고, $Y=m-1$ 혹은 $Y=m+1$일 확률)
+ ⋯ + ($X=n-1$이고, $Y=n-2$ 혹은 $Y=n$일 확률) + ($X=n$이고, $Y=n-1$일 확률)'의 값과 같다. (단, m은 $1<m<n$인 자연수)

이는 $\left(\frac{1}{2}\right)^{2n}\times\{{}_nC_0\times{}_nC_1 + {}_nC_1({}_nC_0+{}_nC_2) + \cdots + {}_nC_{n-1}({}_nC_{n-2}+{}_nC_n) + {}_nC_n\times{}_nC_{n-1}\}$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}({}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n+1}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}\times 2\times\frac{2n!}{(n-1)!(n+1)!}$$

이므로 X와 Y의 값의 차이가 1일 확률은 $\frac{(2n)!}{2^{2n-1}(n-1)!(n+1)!}$ 이다.

$\left(= \frac{{}_{2n}C_{n-1}}{2^{2n-1}}\right)$

[3]

$P(X\le 10) \le P(Y\ge 25)$ 이므로 $25\le m$ 이다

$f(15)=g(25)$ 이므로 $\frac{|m-25|}{3} = \frac{5}{3}$ $|m-25|=5$ 이다.

그러므로 $m=30$ 이다.

A 중에서 9개를 임의추출한 확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $N(10, 1^2)$을 따르고,

B 중에서 9개를 임의추출한 확률변수 $\overline{Y}$는 정규분포 $N(30, 1^2)$을 따른다.

$P(\overline{X}\ge 2k) = P(\overline{Y}\le k)$

$= P(Z\ge 2k-10) = P(Z\le k-30)$ 이므로

$(2k-10)+(k-30)=0$ 이고, $k=\frac{40}{3}$ 이다

그러므로 $mk = \frac{40}{3}\times 30 = 400$ 이다. $\therefore mk=400$

이 줄 위에 답안 작성 시 무효 처리됨

문제 2번 (반드시 해당문제와 일치하여야 함)

1.

i) 처음 주어지는 문제가 Q_1 일때, Q_1과 Q_2는 독립사건이므로

① 둘다 맞을확률 $= 0.6\times 0.8 = 0.48$

② Q_1만 맞을확률 $= 0.6\times(1-0.8) = 0.12$

③ Q_1 틀릴확률 $= 1-0.6 = 0.4$

가 나온다 이를 정리하면

X	R_1+75만	R_1	0
$P(X=x)$	0.48	0.12	0.4

이므로

Q_1 의 총상금 기댓값 $= 0.48\times(R_1+75\text{만}) + 0.12\times R_1$ ---- ㉠

ii) 처음주어지는 문제가 Q_2 일때 Q_1과 Q_2는 독립사건이므로

① 둘다 맞을 확률 $= 0.8\times 0.6$

② Q_2만 맞을 확률 $= 0.8\times(1-0.6) = 0.32$

③ Q_2 틀릴 확률 $= 0.2$

이를 정리하면

X	R_1+75만	75만	0
$P(X=x)$	0.48	0.32	0.2

Q_2의 총상금 기댓값 $= 0.48\times(R_1+75\text{만}) + 0.32\times 75\text{만}$ --- ㉡

㉠ = ㉡ 이려면 $\boxed{R_1 = 200\text{만}}$

2.

X의 확률변수는 $0, 1, 2, \cdots, n$ 이고 그에따른 확률은 각각

${}_nC_0\cdot(\frac{1}{2})^n,\ {}_nC_1(\frac{1}{2})^n,\ {}_nC_2(\frac{1}{2})^n, \cdots\ {}_nC_n\cdot(\frac{1}{2})^n$ 이다

Y의 확률변수와 확률도 이와 같다.

이때 X와 Y의 차가 1이 되게 하려면

i) $X=Y+1$ 인경우

$${}_nC_1\cdot{}_nC_0\cdot(\frac{1}{2})^{2n} + {}_nC_2\cdot{}_nC_1\cdot(\frac{1}{2})^{2n} + \cdots + {}_nC_n\cdot{}_nC_{n-1}(\frac{1}{2})^{2n}$$

ii) $X=Y-1$ 인경우

$${}_nC_0\cdot{}_nC_1\cdot(\frac{1}{2})^{2n} + {}_nC_1\cdot{}_nC_2\cdot(\frac{1}{2})^{2n} + \cdots + {}_nC_{n-1}\cdot{}_nC_n\cdot(\frac{1}{2})^{2n}$$

$$\text{i)}+\text{ii)} = 2\times\{{}_nC_0\cdot{}_nC_1\cdot(\frac{1}{2})^{2n} + {}_nC_1\cdot{}_nC_2\cdot(\frac{1}{2})^{2n} + \cdots + {}_nC_{n-1}\cdot{}_nC_n\cdot(\frac{1}{2})^{2n}\}$$

$$= (\frac{1}{2})^{2n-1}\underbrace{({}_nC_0\cdot{}_nC_{n-1} + {}_nC_1\cdot{}_nC_{n-2} + \cdots + {}_nC_{n-1}\cdot{}_nC_0)}$$

↳ 이 식을 ㉠이라고 하자.

$(x+1)^n\cdot(x+1)^n$ 에서의 x^{n-1}의 계수 = ㉠

$(\because {}_nC_0\cdot x^0\times{}_nC_{n-1}x^{n-1} + {}_nC_1 x^1\times{}_nC_{n-2}x^{n-2} + \cdots + {}_nC_{n-1}x^{n-1}\times{}_nC_0 x^0)$

$(x+1)^n\cdot(x+1)^n$ 에서의 x^{n-1}의 계수 $= (x+1)^{2n}$ 에서의 x^{n-1}의 계수

$=$ ㉠ $= {}_{2n}C_{n-1}$

∴ X와 Y의 값의 차이가 1일확률 $= \boxed{(\frac{1}{2})^{2n-1}\cdot{}_{2n}C_{n-1}}$

3.

$P(X\le 10) = 0.5 \le P(Y\ge 25)$ 이므로 $m\ge 25$ 이다. --- ㉠

확률변수 X, Y를 표준화한 확률밀도함수를 $h(x)$라 하자.

$$f(15) = h(|\frac{15-10}{3}|) = h(\frac{5}{3}) = g(25) = h(|\frac{25-m}{3}|)$$

$$\therefore \frac{25-m}{3} = \frac{5}{3} \text{ or } -\frac{5}{3}$$

$25-m=5$, $20=m$ (--- ㉠ 성립X)

$25-m=-5$, $m=30$ (--- ㉠ 성립)

A에서 9개를 임의추출하면 $N(10, 1^2)$을 따르고

B에서 9개를 임의추출하면 $N(30, 1^2)$을 따른다.

A의 표본평균이 $2k$ 이상일 확률 = B의 표본평균이 k 이하일확률

이를 표준화 하면

$P(Z\ge 2k-10) = P(Z\le k-30)$

$|2k-10| = |k-30|$

$\therefore 2k-10 = -k+30$

$3k = 40$

$k = \frac{40}{3}$

$mk = \frac{40}{3}\times 30 = 400$

$\boxed{400}$

이 줄 아래 답안 작성 시 무효 처리됨