

한양대학교 2025학년도 논술전형

# 자연계열 (오전)



성명		지원 학부·학과		수험 번호															
----	--	----------	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## 유의 사항

1. 90분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
  - 1) 답안지를 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하지 않은 경우
  - 2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
  - 3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

각 자릿수가 0 또는 1이고, 일의 자리를 제외한 각 자리에 나타나는 0의 개수의 합이 1 이하인 모든 자연수의 집합을  $A$ 라 하자. 또한 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n = \{x \mid x \in A \text{이고 } n-1 \leq \log_{10} x < n\}$ 이라 하자.

예를 들어, 11101110, 11111110은 집합  $A_8$ 의 원소이고 11111001은 집합  $A_8$ 의 원소가 아니다.

60보다 큰 자연수  $r$ 에 대하여, 집합  $A$ 의 원소를 작은 수부터 크기순으로 나열하여 첫 번째부터  $r$ 번째까지의 숫자를 크기와 모양이 같은 카드에 한 개씩 적어 상자에 넣었다. 이 상자에서 임의로 한 장의 카드를 뽑을 때 그 카드에 적힌 숫자가  $10^5$ 보다 크고  $10^9$ 보다 작은 수일 확률이  $\frac{4}{7}$ 이다. 이 상자에서 임의로 한 장의 카드를 뽑아 그 카드에 적힌 숫자에 나타나는 0의 개수를 확률변수  $X$ 라 하자.

1.  $r$ 의 값을 구하시오.

2.  $V(X)$ 의 값을 구하시오.

3. 집합  $A_n$ 의 원소에 나타나는 숫자 1의 총 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어,  $A_2 = \{10, 11\}$  이므로  $a_2 = 3$ 이다.

이때  $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 함수  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$  과  $-\frac{1}{\sqrt{3}} < t < \frac{1}{\sqrt{3}}$  인 실수  $t$ 에 대하여 점  $A(t, f(t))$ 가 있다. 점 A가 아닌 곡선  $y=f(x)$  위의 서로 다른 두 점 B, C에 대하여 점 B에서의 접선과 점 C에서의 접선이 모두 점 A를 지날 때, 직선 AB, 직선 AC와  $x$ 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를  $g(t)$ 라 하자.

<나> 자연수  $n$ 에 대하여 원  $x^2 + y^2 = 40n^4$ 과 직선  $y = -3x + 10n$ 이 만나는 서로 다른 두 점을  $P_n, Q_n$ 이라 하자. 선분  $P_nQ_n$  위의 점 중  $x$ 좌표가 정수인 점의 개수를  $T_n$ 이라 하자.

<다> 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_k = T_n + 1$ 을 만족시킨다.

1.  $g(t)$ 를  $t$ 에 대한 식으로 나타내시오.

2. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하시오.

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n g''\left(\frac{a_k+4}{16n}\right)$ 의 값을 구하시오.