



[문제 2번] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5 \text{ RIGHT}\}$ ,  
 $B = \{2, 4, 6, 8 \text{ RIGHT}\}$ 에 대하여  $U$ 의 부분집합  $C$ 는  $C \cap (A^c \cup B) = \{2, 4, 7\}$ 를 만족한다.

<나> 이산확률변수  $X$ 의 확률질량함수가  $P(X = x_i) = p_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) 일 때, 평균  $E(X)$ , 분산  $V(X)$ , 표준편차  $\sigma(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad V(X) = E((X-m)^2) \quad (\text{단, } m = E(X)), \quad \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

<다> 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B(n, p)$ 를 따를 때,  $np \geq 5$ ,  $nq \geq 5$ 이면  $X$ 는 근사적으로 정규분포  $N(np, npq)$ 를 따른다. (단,  $q = 1 - p$ )

<라> 표준정규분포표

| $z$  | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|------|----------------------|
| 0.25 | 0.0987               |
| 0.5  | 0.1915               |
| 1    | 0.3413               |
| 2    | 0.4772               |

1. 집합  $C$ 는 제시문 <가>를 만족하는  $U$ 의 모든 부분집합에서 고르게 선택된다.  $C$ 의 원소의 개수를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $X$ 의 기댓값과 분산을 구하여라.

2. 주사위를 던져 나온 눈이  $k$ 일 때, 이를 대입하여 정적분  $\int_0^6 [x^3 - (12-k)x^2 + 6(6-k)x] dx$ 를 구한다.  
 이러한 시행을 4050번 반복하였을 때, 정적분의 값이 양수인 횟수가 1365회 이상, 1410회 이하일 확률을 제시문 <라>의 표준정규분포표를 이용하여 구하여라.

3. 다음 극한값을 구하여라.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( 2 - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} - \frac{2}{27} + \dots + \frac{2}{(-3)^{n-1}} \right) + \left( \frac{1}{n^5} + \frac{16}{n^5} + \frac{81}{n^5} + \dots + \frac{n^4}{n^5} \right) \right]$$