한양대학교 2020학년도 신입학전형 수시

자 연 계

모 의 논 술

수험번호 (   )   성명 (   )

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 자연수 n에 대하여, 평면 위의 두 점 $\left(\frac{1}{2}n(n-1),\ n-1\right)$과 $\left(\frac{1}{2}n(n+1),\ n\right)$을 지나는 직선을 L_n이라 하고, 직선 L_n과 x축이 만나서 이루는 예각을 α_n이라 하자.

<나> 자연수 k에 대하여, $\alpha_k = \alpha_n + \alpha_m$이고 $n < m$인 자연수 n, m의 순서쌍 (n, m)의 개수를 $f(k)$라 하자.

<다> 자연수 n에 대하여, 평면이 n개의 직선 $L_1, L_2, \ldots, L_n$에 의해 나뉘는 영역의 개수를 $g(n)$이라 하자. $g(1) = 2,\ g(2) = 4$ 임을 쉽게 알 수 있다.

1. $\alpha_2 + \alpha_3$의 값을 구하시오.

2. $f(k) = 3$을 만족시키는 가장 작은 자연수 k를 구하고, 이 때 순서쌍 (n, m)을 모두 구하시오.

3. $g(n) > 2020$을 만족시키는 가장 작은 자연수 n을 구하시오.

뒷면에 계속 ☞

[문제 2번] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 다음 조건

(i) $a_0 = 5,\ a_1 = 20$

(ii) $a_{n+1} = \dfrac{a_n + a_{n-1}}{2}\quad (n \geq 1)$

을 만족하는 수열 (a_n)에 대하여 극한값 $\lim_{n\to\infty} a_n$을 구하시오.

2. 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=0}^{n} {}_nC_k(-1)^k \int_{-1}^{2} x^k(1-x)^{n-k}dx$을 구하시오.

(단, ${}_nC_k$는 n개에서 k개를 동시에 택하는 서로 다른 조합의 모든 가짓수이다.)

3. 중심이 $(t,0)$이고 반지름이 $r(t)$인 원이 다음 조건을 만족할 때, $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{4}} r(t)dt$의 값을 구하시오.

(i) 타원 $x^2+2y^2=1$과 두 점에서 만난다.

(ii) 원의 내부는 타원 $x^2+2y^2=1$의 내부에 놓여있다.