2-2	• 주어진 함수의 접선의 방정식을 통하여 k값의 범위를 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
2-3	• 정적분으로 주어진 함수의 미분을 통하여 함수의 최솟값을 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
3-1	• 공간좌표와 정사영 등을 이용하여 선분의 길이와 두 직선이 이루는 각을 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
3-2	• 삼수선 정리 등을 이용하여 직선과 점 사이의 거리를 구하고, 구의 부피의 최솟값을 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
4-1	• 중복순열을 이용하여 경우의 수를 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
4-2	• 중복조합을 이용하여 경우의 수를 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함

7. 예시 답안 혹은 정답

하위 문항	예시 답안
1	**1-1)** $y=x^2$**과** $y=a_nx+1$**의 교점의** x**좌표를** α_n **과** β_n**이라고 하자. (단,** $\alpha_n<\beta_n$**)** α_n**과** β_n**은 이차방정식** $x^2-a_nx-1=0$**의 두 근이므로, 근과 계수와의 관계에 의해** $\alpha_n+\beta_n=a_n$ **와** $\alpha_n\beta_n=-1$**을 얻는다.** **또한, (가)의 조건으로부터** $\int_{\alpha_n}^{\beta_n}(a_nx+1-x^2)dx = \frac{n}{6}$**이므로,** $\frac{a_n}{2}(\beta_n^2-\alpha_n^2)+(\beta_n-\alpha_n)-\frac{1}{3}(\beta_n^3-\alpha_n^3) = \frac{n}{6}$**을 얻는다.** **따라서, 인수분해를 하면,** $\frac{a_n}{2}(\beta_n-\alpha_n)(\beta_n+\alpha_n)+(\beta_n-\alpha_n)-\frac{1}{3}(\beta_n-\alpha_n)(\beta_n^2+\beta_n\alpha_n+\alpha_n^2) = \frac{n}{6}$ **또는** $\frac{1}{6}(\beta_n-\alpha_n)^3=\frac{n}{6}$**을 얻는다.** **이제,** $\alpha_n+\beta_n=a_n$**과** $\alpha_n\beta_n=-1$**을 적용하면,** $\beta_n-\alpha_n=\sqrt{a_n^2+4}$**임을 얻을 수 있고,** $a_n^2+4=\sqrt[3]{n^2}$ **가 된다. 이를 풀면** $a_n=\left(\sqrt[3]{n^2}-4\right)^{1/2}$**을 얻을 수 있고,** $\frac{a_n^2}{\sqrt[3]{n^2}}=\frac{\sqrt[3]{n^2}-4}{\sqrt[3]{n^2}}$**이다. 따라서,** $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n^2}{\sqrt[3]{n^2}} = 1$**이다.** **1-2)** **1-1)에서 구한** $a_n=\left(\sqrt[3]{n^2}-4\right)^{1/2}$**와** $b-a=(b^{1/3}-a^{1/3})(b^{2/3}+b^{1/3}a^{1/3}+a^{2/3})$**을 이용하면,**

	$a_{n+1}^2 - a_n^2 = \sqrt[3]{(n+1)^2} - \sqrt[3]{n^2} = \dfrac{(n+1)^2 - n^2}{(n+1)^{4/3} + (n(n+1))^{2/3} + n^{4/3}}$ 이 된다. 따라서, $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n} \times \left(a_{n+1}^2 - a_n^2\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n}(2n+1)}{(n+1)^{4/3} + (n(n+1))^{2/3} + n^{4/3}} = \dfrac{2}{3}.$ 1-3) $y = x^2$과 $y = b_n x + 1$의 교점의 x좌표를 α_n와 β_n이라고 하자. (단, $\alpha_n < \beta_n$) 그러면, α_n과 β_n은 $x^2 - b_n x - 1 = 0$의 두 근이 되므로 근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha_n + \beta_n = b_n$와 $\alpha_n \beta_n = -1$을 얻는다. 또한, (나)의 조건으로부터 $(\beta_n - \alpha_n)^2 + (\beta_n^2 - \alpha_n^2)^2 = n^2$이므로, 인수분해 공식을 활용하여 $(\beta_n - \alpha_n)^2 \left\{1 + (\beta_n + \alpha_n)^2\right\} = n^2$을 얻는다. 이제, $\alpha_n + \beta_n = b_n$과 $\alpha_n \beta_n = -1$을 대입하면, $(b_n^2 + 4)(b_n^2 + 1) = n^2$를 얻을 수 있다. 따라서, $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{b_n^2}{n} = 1$이다.
2	2-1) 두 이차함수 g와 h는 $g(x) = -x^2 + ax + b$와 $h(x) = x^2 + cx + d$이다. 먼저, 조건 (나)로부터 $\lim\limits_{x\to 0-}\left(\dfrac{1}{x}\int_{-1}^{x} f(t)dt + \dfrac{1}{6x}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}\int_{-1}^{x} h(t)dt + \dfrac{1}{6x}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{-1}^{x} h(t)dt + \dfrac{1}{6}}{x} = 0$을 얻고, 이 극한의 수렴성으로부터 $0 = \lim\limits_{x\to 0}\left(\int_{-1}^{x} h(t)dt + \dfrac{1}{6}\right) = \int_{-1}^{0} h(t)dt + \dfrac{1}{6}$을 얻는다. 이로부터, $\int_{-1}^{0} h(t)dt = -\dfrac{1}{6}$ 그리고 $\dfrac{1}{3} - \dfrac{c}{2} + d + \dfrac{1}{6} = 0$이 된다. 또한, 미분계수의 정의에 의해 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}\int_{-1}^{x} h(t)dt + \dfrac{1}{6x}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\int_{0}^{x} h(t)dt + \int_{-1}^{0} h(t)dt + \dfrac{1}{6}}{x}\right)$ $= \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{0}^{x} h(t)dt}{x} = h(0) = 0$ 을 얻는다. 이로부터, $d = 0$을 얻는다. 앞에서 구한 $\dfrac{1}{3} - \dfrac{c}{2} + d + \dfrac{1}{6} = 0$을 이용하면, $c = 1$이다. 따라서, $h(x) = x^2 + x$. 조건 (가)로부터 $f(x)$는 $x = 0$에서 연속이고, 이 조건에 의해 $0 = h(0) = g(0) - 1 = b - 1$이 되어야 하므로, $b = 1$. 또한, 조건 (가)로부터 $f(x)$는 $x = 0$에서 미분가능이므로, $f'(0) = \lim\limits_{t\to 0+}\dfrac{f(t) - f(0)}{t} = \lim\limits_{t\to 0-}\dfrac{f(t) - f(0)}{t}$. $\dfrac{d}{dx}(e^{-x}g(x)) = -e^{-x}g(x) + e^{-x}g'(x)$ 이므로

$f'(0) = \lim_{t \to 0+} \frac{f(t) - f(0)}{t} = -g(0) + g'(0) = -b + a$.

한편, $f'(0) = \lim_{t \to 0-} \frac{f(t) - f(0)}{t} = \lim_{t \to 0-} \frac{h(t) - h(0)}{t} = h'(0) = 1$을 얻는다.

따라서, $a - b = 1$이므로, $a = 2$이고, $g(x) = -x^2 + 2x + 1$이다.

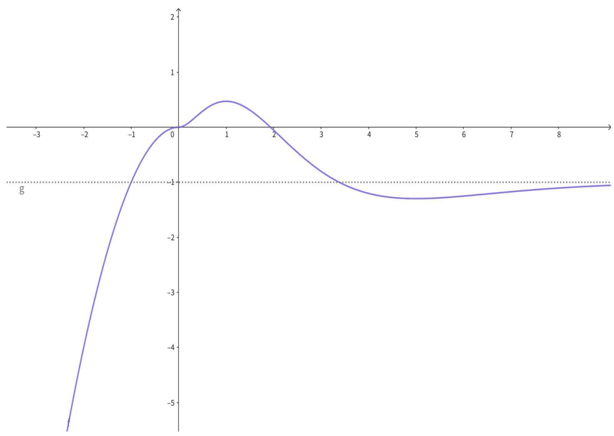
최종정답은 $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ 그리고 $h(x) = x^2 + x$이다.

2-2)

곡선 $y = f(x)$의 한 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 방정식은
$y = f'(t)(x - t) + f(t)$이고, 이 직선이 $(0, k)$를 지나려면

$$k = -t f'(t) + f(t) = \begin{cases} e^{-t}(-t^3 + 3t^2 + t + 1) - 1 & t \geq 0 \\ -t^2 & t < 0 \end{cases}$$

을 만족해야 한다. 따라서, 직선 $y = k$와 곡선 $y = -x f'(x) + f(x)$이 세 점에서 만나는 k의 범위를 구하면 된다. 곡선의 그래프는 다음과 같다.



극대와 극소를 구하기 위해 $x > 0$ 범위에서 미분을 해보면,
$e^{-x} x(x^2 - 6x^2 + 5x) = e^{-x} x(x-1)(x-5)$이 나온다. 여기서 $x = 1$일 때 극대, $x = 5$에서 극소임을 알 수 있다. 여기서 x가 무한대로 갈 때, $-x f'(x) + f(x)$는 -1보다 작으면서 -1로 수렴한다. 이때, 극솟값을 구하면, $-\frac{44}{e^5} - 1$가 나온다.

따라서, 구하는 k값의 범위는 $-\frac{44}{e^5} - 1 < k < -1$이다.

2-3)

2-1)로부터, $h(x) - g(x) = 2x^2 - x - 1 = 2(x + \frac{1}{2})(x - 1)$이므로, $\alpha = -\frac{1}{2}$와 $\beta = 1$을 얻는다. 다음으로, $G'(x) = |g(x) - h(x)| = 2|x - \alpha||x - \beta|$가 되는 함수 G를 생각해보면, 정적분의 정의에 의해

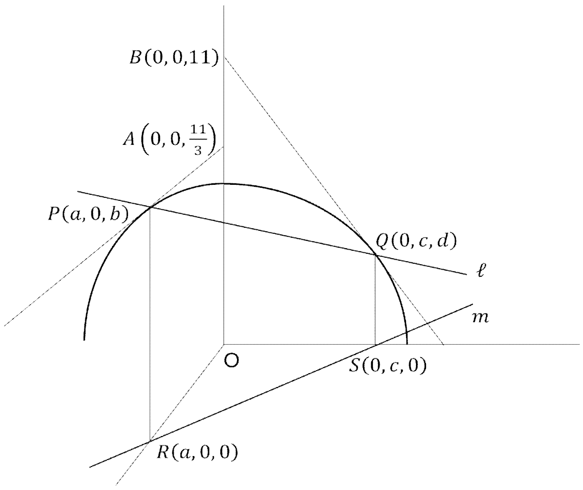
$F(x) = \int_x^{x + \beta - \alpha} |g(t) - h(t)| dt = G(x + \beta - \alpha) - G(x)$이 된다. 따라서,

$F'(x) = G'(x+\beta-\alpha) - G'(x) = 2|x+\beta-2\alpha||x-\alpha| - 2|x-\alpha||x-\beta|$
$= 2|x-\alpha|(|x+\beta-2\alpha| - |x-\beta|)$

추가로 $F'(x)$의 증감을 조사하면 $F(x)$는 $x=\alpha$에서 최솟값 $F(\alpha) = 2\int_{\alpha}^{\beta}|t-\alpha||t-\beta|\,dt$를 갖고

$F(\alpha) = 2\int_{\alpha}^{\beta}|t-\alpha||t-\beta|\,dt = 2\int_{\alpha}^{\beta}(t-\alpha)(\beta-t)dt = \int_{-\frac{1}{2}}^{1}(-2t^2+t+1)\,dt = \frac{9}{8}$**이다.**

3



3-1)

xz**평면에서 두 직각삼각형 $\triangle \mathrm{AOP}$와 $\triangle \mathrm{OPR}$은 닮음이므로**

$\frac{11}{3} : \sqrt{11} = \sqrt{11} : b$**에서** $b=3$. $a^2+b^2=11$**이므로** $a=\sqrt{2}$,

따라서 $P(\sqrt{2},0,3)$**이고** $R(\sqrt{2},0,0)$.

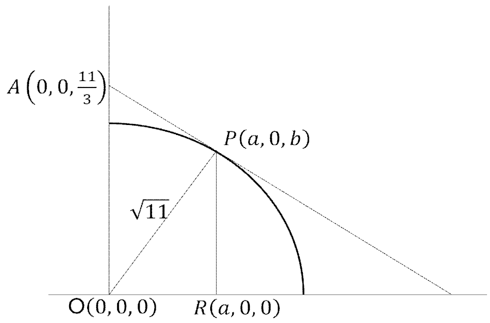
마찬가지로 yz평면에서

$11 : \sqrt{11} = \sqrt{11} : d$**이고** $d=1$.

$c^2+d^2=11$**이므로** $c=\sqrt{10}$.

따라서 $Q(0,\sqrt{10},1)$**이고** $S(0,\sqrt{10},0)$.

$\overline{RS}^{\,2} = \sqrt{2^2}+\sqrt{10^2} = 12$, $\overline{RS} = 2\sqrt{3}$ **이다.**



$\overline{PQ}^{\,2} = \sqrt{2^2}+\sqrt{10^2}+2^2 = 16$, $\overline{PQ} = 4$**이고, 선분 PQ의 xy평면 위로의 정사영이 선분 RS이다. 두 직선이 이루는 각을 θ라 할 때,**

$\cos\theta = \frac{\overline{RS}}{\overline{PQ}} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$**이므로** $\theta = \frac{\pi}{6}$.

3-2)

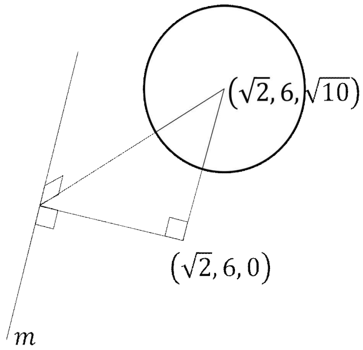
직선 m에서 S_2까지의 거리가 최소가 되는 경우는 m에 수직이고 S_2의 중심을 지나는 직

선이 S_2와 만날 때 발생한다. xy평면에서 m의 방정식은 $\sqrt{5}x+y-\sqrt{10}=0$. m에서 $(\sqrt{2},6,0)$까지의 거리는

$$\frac{|\sqrt{2}\sqrt{5}+6-\sqrt{10}|}{\sqrt{5+1}}=\sqrt{6}.$$

S_2의 중심에서 m까지의 거리는 삼수선의 정리에 의하여 $\sqrt{6+10}=4$이므로 m에서 S_2까지의 최소거리는 $4-2=2$이다. 따라서 구의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi\times 2^3=\frac{32}{3}\pi.$$



4

4-1)

특수문자는 32개 그리고 특수문자가 들어갈 자리를 고르는 방법이 5가지 $(=32\times 5)$, 알파벳 대문자는 26개 그리고 알파벳 대문자가 들어가는 방법은 4가지이고 $(=26\times 4)$, 나머지 세 자리는 숫자와 알파벳 소문자를 중복을 허용하여 3자리에 넣는 방법의 수이다. $(={}_{36}\Pi_3=36^3)$ 따라서, 구하는 총 경우의 수는 위의 값을 곱해서 얻어지는 숫자 $32\times 5\times 26\times 4\times {}_{36}\Pi_3=16640\times 36^3$이 된다. 즉, n은 16640 그리고 k는 36이 되어서 구하는 값 $n-k$는 16604가 된다.

4-2)

다섯 자리의 비밀번호의 각 자리를 $\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon$이라고 하자. 숫자는 0부터 9까지의 정수로 구성되어 있으므로, 각각의 $\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon$은 각각 0 이상 9 이하의 한 자리 정수가 된다. 또한, 문제에서 그 합은 38이라고 하였으므로, $\alpha+\beta+\gamma+\delta+\epsilon=38$이 된다.

추가로, $\alpha_1=9-\alpha,\beta_1=9-\beta,\gamma_1=9-\gamma,\delta_1=9-\delta,\epsilon_1=9-\epsilon$이라고 놓으면, 한 자리 정수인 $\alpha_1,\beta_1,\gamma_1,\delta_1,\epsilon_1$는 $\alpha_1+\beta_1+\gamma_1+\delta_1+\epsilon_1=45-38=7$을 만족한다. 따라서, $\alpha_1,\beta_1,\gamma_1,\delta_1,\epsilon_1$이 될 수 있는 총 경우의 수는 서로 다른 5개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로,

${}_5H_7={}_{11}C_7=\frac{11!}{4!7!}=11\times 10\times 3=330$이 된다. $\alpha,\beta,\gamma,\delta,\epsilon$가 될 수 있는 총 경우의 수는 $\alpha_1,\beta_1,\gamma_1,\delta_1,\epsilon_1$가 될 수 있는 총 경우의 수와 같으므로, 정답은 330이다.

1-3	• 문항 1-2)에서 구한 d_n에 관한 삼차식을 활용하여 $d_{n+1}-d_n$을 구하고 극한값을 계산하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
2-1	• 주어진 조건으로부터 $f(0)$와 $g(0)$사이의 관계를 알아내고, 역함수의 정의를 활용하여 함숫값을 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
2-2	• 주어진 조건으로부터 삼차함수의 계수를 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
2-3	• 원점 대칭 함수의 성질과 치환적분을 이용하여 적분값을 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
3-1	• 벡터를 이용해서 표현된 식을 이해하고, 이차곡선과 직선과의 관계를 활용하여 두 교점의 x좌표의 합을 구하는 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
3-2	• 주어진 조건을 이용하여, 장축과 단축의 길이가 같음을 이해하고, 그 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
4-1	• 주어진 조건을 만족하는 경우를 판단하는 과정이 논리적이면 좋은 점수를 부여함
4-2	• 주어진 조건을 만족하는 경우의 수를 구하는 과정이 논리적이면 좋은 점수를 부여함

7. 예시 답안 혹은 정답

하위 문항	예시 답안
1	**1-1)** **포물선** $y=ax^2+bx+c$**가 (0, 1)을 지나므로** $c=1$**이고, (-1, 1)도 지나므로** $1=a-b+1$**이어서** $a=b$**이다.** $y=x^2$**과** $y=ax^2+ax+1$**과의 교점은 (-1, 1)과** (d_n, d_n^2)**이므로,** $ax^2+ax+1=x^2$**으로부터** $(a-1)x^2+ax+1=0$**의 두 근은** -1**과** d_n**이다. 근과 계수와의 관계에 의해** $d_n = \frac{-1}{a-1}$**이고** $a = \frac{d_n-1}{d_n}$**이다. 따라서,** $y=ax^2+ax+1 = a\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+1-\frac{a}{4}$**의 꼭짓점은** $\left(-\frac{1}{2}, 1-\frac{a}{4}\right) = \left(-\frac{1}{2}, 1-\frac{d_n-1}{4d_n}\right) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3d_n+1}{4d_n}\right)$**이다.** **또한,** n**이 무한대로 갈 때,** d_n**은 무한대로 발산하므로,** $\lim_{n\to\infty} y_n = \lim_{n\to\infty}\frac{3d_n+1}{4d_n} = \frac{3}{4}$**이다.**

	1-2) 조건 (다)에서, $\int_{-1}^{d_n}(ax^2+ax+1-x^2)\,dx = n$ 이므로 $\left[\frac{(a-1)x^3}{3}+\frac{ax^2}{2}+x\right]_{-1}^{d_n}=n$, $-\frac{d_n^3+1}{3d_n}+\frac{(d_n-1)(d_n^2-1)}{2d_n}+d_n+1=n$, $d_n^3+3d_n^2+(3-6n)d_n+1=0$을 얻는다. 따라서, $d_n^3+3d_n^2+(3-6n)d_n+1=0$의 양변을 d_n^3으로 나누어주면 $1+\frac{3}{d_n}+\frac{3-6n}{d_n^2}+\frac{1}{d_n^3}=0$ 이므로, $\lim_{n\to\infty}\frac{d_n^2}{n} = 6$ 이다. 1-3) $d_{n+1}^3+3d_{n+1}^2+(3-6(n+1))d_{n+1}+1=0$과 $d_n^3+3d_n^2+(3-6n)d_n+1=0$로부터 $(d_{n+1}-d_n)(d_n^2+d_nd_{n+1}+d_{n+1}^2)+3(d_{n+1}-d_n)(d_n+d_{n+1})$ $+(3-6n)(d_{n+1}-d_n)-6d_{n+1}=0$을 얻는다. 따라서, $d_{n+1}-d_n = \frac{6d_{n+1}}{(d_n^2+d_nd_{n+1}+d_{n+1}^2)+3(d_n+d_{n+1})+(3-6n)}$ 이므로, $d_{n+1}(d_{n+1}-d_n) = \frac{6d_{n+1}^2}{(d_n^2+d_nd_{n+1}+d_{n+1}^2)+3(d_n+d_{n+1})+(3-6n)}$ 이 된다. 위의 식의 분자와 분모를 n으로 나누고, $\lim_{n\to\infty}\frac{d_n^2}{n} = 6$을 이용하면, $\lim_{n\to\infty}d_{n+1}(d_{n+1}-d_n)=3$을 얻는다.
2	주어진 삼차함수는 $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$이고, 조건을 이용하여 계수를 구한다. 2-1) 조건 (다)로부터 $d=f(0)=2g(0)$ 이고, $f\left(\frac{d}{2}\right)=g^{-1}\left(\frac{d}{2}\right)=0$을 얻는다. 2-2) 조건 (나)에서 $2b=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+f(-x)-2f(0)}{x^2}=0$, $b=0$를 얻는다. 2-1)로부터 $d=f(0)=2g(0)$이다. 이때 조건 (가)로부터 $d=0$임을 알 수 있다. 왜냐하면, $f\left(\frac{d}{2}\right)=\frac{d}{8}\times\left(d^2+4c+1\right)=0$이고 $c=f'(0)>0$이므로 $d=0$이다. 추가로, 조건 (다)에 의해, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-2g(x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)-2(g(x)-g(0))}{x} = f'(0)-2g'(0)$ $= f'(0)-\frac{2}{f'(g(0))} = f'(0)-\frac{2}{f'(0)} = 1$ 을 얻는다. 이 식을 풀면 $f'(0)=2$ 또는 $f'(0)=-1$이 된다. 이 중 조건 (가)에 의해 $f'(x)>0$를 만족해야 하므로 $c=f'(0)=2$이다. 따라서, $f(x)=x^3+2x$ 이다.

	2-3) **두 함수** $f(x)$**와** $g(x)$**는 각각,** $f(x)=-f(-x)$**와** $g(x)=-g(-x)$**를 만족한다. 따라서,** $f(x)xg(x)$**는 원점 대칭 함수이며** $\int_{-3}^{3} f(x)xg(x)dx=0$**이 되므로,** $\int_{-3}^{3} x(f(x)+1)g(x)dx=\int_{-3}^{3} xg(x)dx$**이 된다. 이어서** $g(x)=t$**로 치환하면,** $\int_{-3}^{3} xg(x)dx = \int_{-1}^{1} f(t)tf'(t)dt = \int_{-1}^{1} t\frac{d}{dt}\left(\frac{f^2(t)}{2}\right)dt$ $= \left[t\frac{f^2(t)}{2}\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1}\frac{f^2(t)}{2}dt = 9-\int_{-1}^{1}\frac{(t^3+2t)^2}{2}dt$ $=9-\frac{239}{105}=\frac{706}{105}$
3	**3-1)** $\lvert\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}\rvert+\lvert\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OB}\rvert=b$**에서 점** P**의 자취는 장축의 길이가** b**인 타원의 방정식이 된다.** **이때 단축의 길이를** $2d$**라고 하면, 구하는 방정식은** $\frac{4x^2}{b^2}+\frac{y^2}{d^2}=1$. **타원의 방정식** $\frac{4x^2}{b^2}+\frac{y^2}{d^2}=1$**에서 점**$(x_1, y_1)$**에서의 접선의 방정식은** $\frac{4x_1x}{b^2}+\frac{y_1y}{d^2}=1$**이 된다. 주어진 직선의 기울기가** $\frac{1}{\sqrt{2}}$**이므로, 접선의 방정식 중 기울기가** $\frac{1}{\sqrt{2}}$**인 경우를 생각해보면,** $y_1=-\frac{4\sqrt{2}d^2x_1}{b^2}$**을 얻는다. 이를 타원의 방정식에 대입하면** $x_1^2=\frac{b^4}{4b^2+32d^2}$**을 얻는다. 두 교점의** x**좌표인** x_1**과** x_2**는 이차방정식** $x^2-\frac{b^4}{4b^2+32d^2}=0$**의 두 근이 되므로, 근과 계수와의 관계에 의해 0이다.** **3-2)** **두 교점의** x**좌표의 곱** x_1x_2**는 3-1)에서 구한 이차방정식** $x^2-\frac{b^4}{4b^2+32d^2}=0$**의 두 해의 곱이 되므로, 근과 계수와의 관계에 의해** $-\frac{b^4}{4b^2+32d^2}$ **이 된다. 문제에서 이 값이** $-\frac{b^2}{12}$**으로 주어졌으므로,** $d=\frac{b}{2}$**를 얻는다.** **따라서, 타원의 방정식은 원의 방정식** $x^2+y^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2$**이 되고, 반지름은** $\frac{b}{2}$**이므로, 해당 곡선의 길이** ℓ**는 원의 둘레를 구하는 공식에 의해** $b\pi$**가 된다. 따라서,** $\frac{\ell}{b}=\pi$.
4	**4-1)** **①이 0인 경우 : ⑤⑥은 12 ⑦은 3이므로 ⑧이 될 수 있는 수가 없다.** **①이 2인 경우 : ②는 0이고 ③은 1이다.** **따라서, ⑦은 3이므로 ⑧이 될 수 있는 수가 없다.**

	①이 1인 경우 : ⑤는 0이므로 ⑦은 2 혹은 3이다. 그런데, ⑦이 3이면 ⑧은 0 혹은 1이 되어야 하므로 조건에 맞지 않다. 따라서, ⑦은 2이다. 나머지 자리들, 즉 ②,③,④,⑥,⑧에는 이미 사용된 0, 1, 2 이외의 모든 숫자, 즉 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9가 모두 사용될 수 있다. 따라서, ①에 올 수 있는 값은 1이 유일하다. 4-2) 1②③④0⑥2⑧로부터, 1년 1월 1일로부터 가장 가까운 날은 1345년 06월 27일이다. ②,③,④,⑥,⑧ 다섯 개의 자리에 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 중 서로 다른 숫자를 택해서 채우는 방법의 수이므로, 8개의 수가 모두 다른 날짜는 $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$일이다.