문제 4. 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. (20점)

실수 x와 y에 대하여, $x \wedge y = \begin{cases} x & (x \le y) \\ y & (x > y) \end{cases}$라고 하자.

표본공간 S의 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A) = \mathrm{P}(A \cap B) + \mathrm{P}(A \cap B^c)$이다.

대한대학과 민국대학이 이틀에 걸쳐, 첫째 날은 야구 경기와 농구 경기를 하고, 둘째 날은 럭비 경기와 축구 경기를 한다. 대한대학이 야구 경기에서 이기는 사건과 농구 경기에서 이기는 사건은 서로 독립이다. 그리고 모든 경기에서 무승부는 없다.

첫째 날, 대한대학이 야구 경기에서 이길 확률을 x, 그리고 대한대학이 농구 경기에서 이길 확률을 y라고 하자.

둘째 날, 대한대학이 첫째 날 두 경기 중 한 경기 이상 이긴 경우, 럭비 경기에서 이길 확률은 x, 축구 경기에서 이길 확률은 y이다. 그리고 대한대학이 첫째 날 두 경기 모두 진 경우, 사기가 떨어져서, 럭비 경기와 축구 경기에서 이길 확률은 각각 $x \wedge y$가 된다.

4-1) 대한대학이 럭비 경기에서 이길 확률을 x와 y를 이용해서 표현하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

4-2) $x = \dfrac{1}{3}$이고, $x \le y$일 때, 대한대학이 럭비 경기에서 이길 확률이 대한대학이 축구 경기에서 질 확률보다 작거나 같도록 하는 y의 값의 범위를 구하고, 그 이유를 설명하시오. (10점)

3. 출제 의도

1. 함수의 그래프 개형을 파악하고 정적분과 급수와의 관계 등을 종합적으로 활용하여 문제를 논리적으로 해결하는 능력을 평가하고자 함
2. 미분과 적분과의 관계, 부분적분 등 주어진 조건을 활용하여 물음에 대한 답을 논리적으로 설명할 수 있는 능력을 평가하고자 함
3. 벡터의 의미, 벡터의 내적 등을 종합적으로 활용하여 주어진 문제를 논리적으로 해결하는 능력을 평가하고자 함
4. 확률과 조건부확률의 의미를 정확히 이해하고, 확률을 구하는 과정을 평가하고자 함

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td colspan="3">1. 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] "수학과 교육과정"</td></tr>
<tr><td rowspan="14">관련 성취기준</td><td colspan="3">1. 교과명: 수학</td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 수학</td><td>관련</td></tr>
<tr><td>성취 기준</td><td>(1) 문자와 식
[10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.
(4) 함수
[10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다.</td><td>문제 1,4</td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 수학 Ⅱ</td><td>관련</td></tr>
<tr><td rowspan="2">성취 기준</td><td>(2) 미분
[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</td><td>문제 1</td></tr>
<tr><td>(3) 적분
[12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다.
[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.</td><td>문제 1,2</td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 미적분</td><td>관련</td></tr>
<tr><td rowspan="2">성취 기준</td><td>(2) 미분법
[12미적02-10] 이계도함수를 구할 수 있다.
[12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</td><td>문제 2</td></tr>
<tr><td>(3) 적분법
[12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
[12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
[12미적03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해한다.</td><td>문제 1,2</td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 확률과 통계</td><td>관련</td></tr>
<tr><td>성취 기준</td><td>(2) 확률
[12확통02-03] 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
[12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다.
[12확통02-06] 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다.
[12확통02-07] 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</td><td>문제 4</td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 기하</td><td>관련</td></tr>
<tr><td>성취 기준</td><td>(2) 평면벡터
[12기하02-01] 벡터의 뜻을 안다.
[12기하02-02] 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 할 수 있다.
[12기하02-03] 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다.
[12기하02-04] 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.</td><td>문제 3</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
</table>

나) 자료 출처

<table>
<tr><th colspan="7">교과서 내</th></tr>
<tr><th>도서명</th><th>저자</th><th>발행처</th><th>발행년도</th><th>쪽수</th><th>관련 자료</th><th>재구성 여부</th></tr>
<tr><td>수학</td><td>권오남 외</td><td>교학사</td><td>2023</td><td>86-88
224-226</td><td rowspan="6">문제 1,4</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학</td><td>황선욱 외</td><td>미래엔</td><td>2023</td><td>95-97
227-230</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학</td><td>고성은 외</td><td>좋은책신사고</td><td>2023</td><td>87-90
217-220</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학</td><td>홍성복 외</td><td>지학사</td><td>2023</td><td>94-97
228-231</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학</td><td>류희찬 외</td><td>천재교과서</td><td>2023</td><td>91-94
228-231</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학</td><td>이준열 외</td><td>천재교육</td><td>2023</td><td>92-96
233-236</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학 II</td><td>권오남 외</td><td>교학사</td><td>2023</td><td>88-99
130-136</td><td rowspan="6">문제 1,2</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학 II</td><td>황선욱 외</td><td>미래엔</td><td>2018</td><td>82-93
122-128</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학 II</td><td>고성은 외</td><td>좋은책신사고</td><td>2023</td><td>83-90
119-126</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학 II</td><td>홍성복 외</td><td>지학사</td><td>2023</td><td>83-92
125-134</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학 II</td><td>류희찬 외</td><td>천재교과서</td><td>2023</td><td>78-89
122-128</td><td>O</td></tr>
<tr><td>수학 II</td><td>이준열 외</td><td>천재교육</td><td>2023</td><td>83-96
121-126</td><td>O</td></tr>
<tr><td>미적분</td><td>권오남 외</td><td>교학사</td><td>2023</td><td>101-102
112-119
149-157
158-161
168-172</td><td rowspan="6">문제 1,2</td><td>O</td></tr>
<tr><td>미적분</td><td>황선욱 외</td><td>미래엔</td><td>2023</td><td>98-99
110-117
143-149
151-154
161-164</td><td>O</td></tr>
<tr><td>미적분</td><td>고성은 외</td><td>좋은책신사고</td><td>2023</td><td>91-92
102-108
132-136
137-139
150-154</td><td>O</td></tr>
<tr><td>미적분</td><td>홍성복 외</td><td>지학사</td><td>2023</td><td>104-105
114-120
144-147
148-149
161-163</td><td>O</td></tr>
<tr><td>미적분</td><td>류희찬 외</td><td>천재교과서</td><td>2023</td><td>120-121
128-132
164-171
172-176
177-182</td><td>O</td></tr>
<tr><td>미적분</td><td>이준열 외</td><td>천재교육</td><td>2023</td><td>102
112-116
147-154
155-158
164-167</td><td>O</td></tr>
</table>

확률과통계	권오남 외	교학사	2023	53-56 62-70	문제 4	O
확률과통계	황선욱 외	미래엔	2023	50-53 58-66		O
확률과통계	고성은 외	좋은책신사고	2023	50-53 58-67		O
확률과통계	홍성복 외	지학사	2023	51-57 62-71		O
확률과통계	류희찬 외	천재교과서	2023	53-58 59-64		O
확률과통계	이준열 외	천재교육	2023	53-57 61-70		O
기하	권오남 외	교학사	2023	62-98	문제 3	O
기하	황선욱 외	미래엔	2019	69-101		O
기하	고성은 외	좋은책신사고	2022	59-98		O
기하	홍성복 외	지학사	2023	58-105		O
기하	류희찬 외	천재교과서	2023	62-97		O
기하	이준열 외	천재교육	2023	60-95		O

5. 문항 해설

- 1번 문항의 1-1)번 문항은 정적분과 미분의 관계를 이용하여 극값에서 미분이 0이 된다는 사실을 이용하여 주어진 점에서 함수의 값을 찾는 문제임. 1-2)번 문항은 주어진 조건에 맞는 함수의 개형을 파악하여 정적분 값을 구하는 문제임. 1-3)번 문항은 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 활용하여 주어진 급수를 정적분으로 표현하고, 치환적분을 활용하여 주어진 급수의 값을 구하는 문제임

- 2번 문항의 2-1)번 문항은 적분과 미분의 관계를 활용하여 주어진 함수가 제시한 조건을 만족함을 보이는 문제임. 2-2)번 문항은 부분적분과 주어진 함수의 조건을 활용하여 함수의 정적분을 구하는 문제임

- 3번 문항은 벡터의 기본개념과 벡터의 연산을 활용하여 평면도형의 기하학적인 문제를 해결하는 능력을 측정하는 문제임

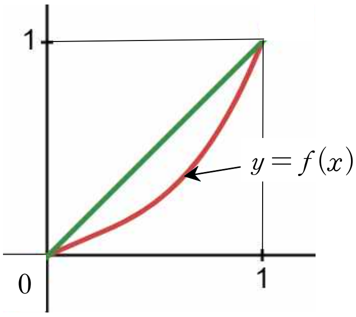
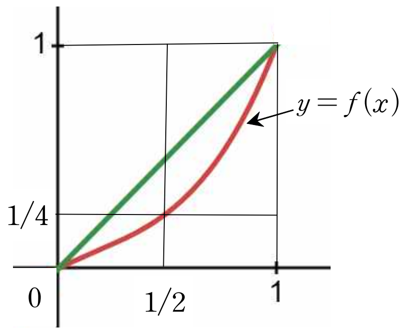
- 4번 문항은 확률의 덧셈정리, 사건의 독립과 종속을 이해하고 조건부확률 및 곱셈정리를 활용하여 주어진 조건을 만족하는 사건의 확률값을 구하는 문제임

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준
1-1	• 조건 (마)에서 주어진 함수 $g(x)$가 $x=0$에서 극값을 갖는다는 사실로부터 $g'(0)=0$임을 파악하고, 이로부터 $f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값을 구하는 문제임. 그 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
1-2	• 다음의 세 가지 사실을 주어진 조건으로부터 파악할 수 있다. - 문항 1-1)로부터 구한 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$, - 조건 (가), (나), (다)를 이용하여 $y=f(x)$의 그래프를 파악, - 조건 (라), (마)를 활용하여 $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx$ 및 $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx$의 값을 구함. 위 세 가지 사실을 활용하여 $\int_0^1 \left\| f(x)-\frac{1}{4}\right\| dx$ 의 값을 구하는 문제임. 그 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함
1-3	• 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 활용하여 주어진 급수를 정적분으로 표현 $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\|f(f(\frac{k}{n}))-\frac{k}{n}\| f'(\frac{k}{n})=\int_0^1\|f(f(x))-x\|f'(x)dx$ • 치환적분을 활용하여 $\int_0^1\|f(f(x))-x\|f'(x)dx=\int_0^1\|f(x)-f^{-1}(x)\|dx$임을 파악 • 함수 $f^{-1}(x)$의 그래프가 $y=x$에 대하여 대칭임을 파악하여 위의 적분값을 구하는 문제임. 그 풀이 과정과 이유를 논리적으로 설명하면 좋은 점수를 부여함

하위 문항	채점 기준
2-1	• 미분과 부분적분의 관계를 이용하여 $g(x)=f'(x)+C$를 파악하고 제시된 $f(x)$의 조건을 활용하여 함수 $g(x)$의 성질을 제대로 파악하면 좋은 점수를 부여함
2-2	• 앞선 문제를 활용해 주어진 적분값을 구간 $(-1,1)$의 적분값으로 잘 표현하고 부정적분을 잘 활용할 수 있으면 좋은 점수를 부여함
3-1	• 벡터의 성질을 활용하여 주어진 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ 을 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 로 표현하고, 벡터의 내적을 활용하여 $\lvert\overrightarrow{\mathrm{MN}}\rvert$을 구하는 문제임. 벡터를 사용하지 않고 기하학적인 사실들로부터 $\lvert\overrightarrow{\mathrm{MN}}\rvert$ 값을 구할 수도 있음. 답을 구하는 과정이 논리적이고 정확하면 좋은 점수를 부여함
3-2	• $\overrightarrow{\mathrm{MB}'}$을 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$로 표현하고 벡터의 내적의 정의를 활용하여 선분 MH의 값을 구하는 문제임. 벡터를 사용하지 않고 기하학적인 사실들로부터 답을 구할 수도 있음. 답을 구하는 과정이 논리적이고 정확하면 좋은 점수를 부여함
4-1	• 확률의 덧셈정리, 사건의 독립, 조건부확률 및 확률의 곱셈정리을 활용해 사건의 확률을 제대로 구하면 좋은 점수를 부여함
4-2	• 두 사건이 일어날 확률을 제대로 구하고 그 합이 주어진 조건을 만족하기 위한 변수 y의 범위를 제대로 구하면 좋은 점수를 부여함

7. 예시 답안 혹은 정답

하위 문항	예시 답안
1-1	조건 (마)에서 $g'(\frac{1}{2})=1-4f(\frac{1}{2})=0$으로부터 $f(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}$를 얻는다.
1-2	조건 (가), (나), (다)로부터 함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음과 같은 꼴이다.  $A=\int_0^{\frac{1}{2}} f(t)dt$, $B=\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)dt$라 놓으면, 조건 (라)로부터 $\int_0^{\frac{1}{2}} xf'(x)dx=[xf(x)]_0^{\frac{1}{2}}-\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx=\frac{13}{192}$를 얻고 $A=\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx=\frac{1}{8}-\frac{13}{192}=\frac{11}{192}$을 얻는다. 조건 (마)에서 $g(\frac{1}{2})=\int_0^{\frac{1}{2}}(1-f(t))dt+3\int_{\frac{1}{2}}^1 f(t)dt=\frac{1}{2}-A+3B=\frac{61}{48}$이다. 따라서, $3B=\frac{61}{48}-\frac{1}{2}+A=\frac{159}{192}$에서 $B=\frac{53}{192}$이다. 다음 주어진 그림으로부터 $A=\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx=\frac{11}{192}$ $B=\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx=\frac{53}{192}$  $\int_0^1 \left\lvert f(x)-\frac{1}{4}\right\rvert dx=(\frac{1}{8}-A)+(B-\frac{1}{8})=B-A=\frac{53}{192}-\frac{11}{192}=\frac{42}{192}=\frac{7}{32}$ 을 얻는다.

3. 출제 의도

1. 매개변수 미분법, 삼각함수의 덧셈정리 또는 삼각함수의 도함수 등을 이용하여 주어진 문제를 논리적으로 해결하는 능력을 평가하고자 함
2. 주어진 조건이 의미하는 바를 정확히 이해하고 미분가능한 조건, 접선의 방정식, 미분의 방정식에의 활용, 치환적분법 등을 종합적으로 활용하여 물음에 대한 답을 논리적으로 설명할 수 있는 능력을 평가하고자 함
3. 벡터의 의미, 벡터의 연산과 내적 등을 종합적으로 활용하여 주어진 문제를 논리적으로 해결하는 능력을 평가하고자 함
4. 경우의 수를 구하기 위해 중복조합을 활용하고 관련된 급수를 계산할 수 있는 능력을 평가하고자 함

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td colspan="3">1. 교육부 고시 제2015-74호 [별책 8] "수학과 교육과정"</td></tr>
<tr><td rowspan="10">관련 성취기준</td><td colspan="3">1. 교과명: 수학</td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 수학 Ⅱ</td><td>관련</td></tr>
<tr><td rowspan="2">성취
기준</td><td>(1) 함수의 극한과 연속
[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.</td><td>문제 2</td></tr>
<tr><td>(2) 미분
[12수학Ⅱ02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
[12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
[12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
[12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.</td><td>문제 1
문제 2</td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 미적분</td><td>관련</td></tr>
<tr><td rowspan="3">성취
기준</td><td>(1) 수열의 극한
[12미적01-04] 급수의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.</td><td>문제 4</td></tr>
<tr><td>(2) 미분법
[12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.
[12미적02-04] 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.
[12미적02-08] 매개변수로 나타낸 함수를 미분할 수 있다.
[12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
[12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</td><td>문제 1
문제 2</td></tr>
<tr><td>(3) 적분법
[12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</td><td>문제 2</td></tr>
</table>

과목명: 확률과 통계		관련
성취 기준	(1) 경우의 수 [12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다.	문제 4

과목명: 기하		관련
성취 기준	(2) 평면벡터 [12기하02-01] 벡터의 뜻을 안다. [12기하02-02] 벡터의 덧셈, 뺄셈, 실수배를 할 수 있다. [12기하02-03] 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다. [12기하02-04] 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.	문제 3

나) 자료 출처

교과서 내

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
수학 II	권오남 외	교학사	2023	12-41 54-102	문제 1, 2	O
수학 II	황선욱 외	미래엔	2023	11-40 53-98		O
수학 II	고성은 외	좋은책신사고	2023	11-40 53-66 72-95		O
수학 II	홍성복 외	지학사	2023	10-40 59-61 74-98		O
수학 II	류희찬 외	천재교과서	2023	12-42 52-57 67-95		O
수학 II	이준열 외	천재교육	2023	10-40 53-58 73-97		O
미적분	권오남 외	교학사	2023	32-36 64-76 92-94 108-119 149-157	문제 1,2,4	O
미적분	황선욱 외	미래엔	2023	30-33 63-76 90-92 106-118 143-149		O
미적분	고성은 외	좋은책신사고	2022	27-30 58-71 85-86 97-108 132-136		O
미적분	홍성복 외	지학사	2023	29-33 61-75 95-97 110-121 144-147		O

미적분	류희찬 외	천재교과서	2023	30-34 68-84 108-111 124-134 164-171		O
미적분	이준열 외	천재교육	2023	30-35 65-78 93-96 107-117 147-154		O
확률과통계	권오남 외	교학사	2023	19-21	문제 4	O
확률과통계	황선욱 외	미래엔	2023	18-21		O
확률과통계	고성은 외	좋은책신사고	2022	23-25		O
확률과통계	홍성복 외	지학사	2023	20-23		O
확률과통계	류희찬 외	천재교과서	2023	22-26		O
확률과통계	이준열 외	천재교육	2023	21-24		O
기하	권오남 외	교학사	2023	62-75 82-98	문제 3	O
기하	황선욱 외	미래엔	2023	69-81 87-101		O
기하	고성은 외	좋은책신사고	2022	59-69 75-90		O
기하	홍성복 외	지학사	2023	58-73 78-97		O
기하	류희찬 외	천재교과서	2023	59-97		O
기하	이준열 외	천재교육	2023	61-74 79-95		O

5. 문항 해설

- 1번 문항은 매개변수로 나타낸 함수의 접선의 방정식을 이해하고, 이와 삼각함수의 성질 및 도함수를 활용하여 최댓값을 구하고 최솟값과 관련된 것을 해결하는 문제임

- 2번 문항은 미분 및 극한의 성질을 이용하여, 주어진 3차 다항식의 계수를 유추하고, 치환적분 및 삼차함수의 그래프의 개형을 통하여, 이와 관련된 함수의 적분을 계산하는 문제임

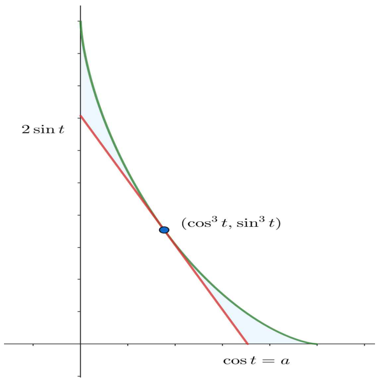
- 3번 문항은 벡터의 연산과 내적을 활용하여, 주어진 벡터들의 크기의 최솟값을 구하는 문항임

- 4번 문항은 중복조합을 활용하여, 경우의 수를 구하고 이와 관련된 급수를 계산하는 문항임

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준
1-1	• 매개변수로 나타낸 함수 및 삼각함수의 도함수를 활용하여, 접선의 기울기를 구하면 좋은 점수를 부여함
1-2	• 접선의 x절편과 y절편을 구하고, 이를 이용하여 접점과 예각 $g(a)$의 관계를 구한다. 이 관계와 도함수를 활용하여 주어진 함수 $a^3\tan(g(a))$의 최댓값을 구하면 좋은 점수를 부여함
1-3	• 매개변수 t와 a사이에 관계를 이해하고, $S_1(a)+S_2(a)$의 값이 최소가 되는 경우가 원점과 접선의 x절편과 y절편으로 이루어진 삼각형의 넓이가 최대가 되는 경우임을 이해하여 문제를 해결하면 높은 점수를 부여함
2-1	• 주어진 조건들과 미분 및 극한의 성질을 이용하여, 주어진 3차 다항식의 계수들의 관계를 유추하고, 조건 (다)를 이용하여 최고차항의 계수를 올바르게 결정하면, 높은 점수를 부여함
2-2	• 삼차함수의 그래프의 개형을 통하여 주어진 정적분의 구간을 나누고, 치환적분법을 이용하여 정적분의 값을 올바르게 구하면 높은 점수를 부여함
3-1	• 벡터의 연산을 활용하여 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}$임을 이해하고, 이와 내적을 활용하여 $\left\lvert\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}\right\rvert^2$의 최솟값을 구하고, 이때 P의 위치를 구하면 높은 점수를 부여함
3-2	• 벡터의 연산을 활용하여 $\overrightarrow{\mathrm{A_1P}}+4\overrightarrow{\mathrm{A_2P}}+\overrightarrow{\mathrm{A_3P}}=-2(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}-3\overrightarrow{\mathrm{OB}}-3\overrightarrow{\mathrm{BP}})$ 임을 이해하고, 이와 내적을 활용하여 $\left\lvert 2(2\overrightarrow{\mathrm{OA}}-3\overrightarrow{\mathrm{OB}}-3\overrightarrow{\mathrm{BP}})\right\rvert^2$의 최솟값을 구하면 높은 점수를 부여함
4-1	• 적절한 분류를 통하여 모든 경우를 정확하게 나누어서 세거나 4-2의 일반항 공식을 활용하면 높은 점수를 부여함
4-2	• a_n을 두 가지 중복조합의 수의 차이를 이용하여 구하면, 높은 점수를 부여함
4-3	• a_n과 부분분수의 합을 이용하여, 급수를 계산하면 높은 점수를 부여함

7. 예시 답안 혹은 정답

하위 문항	예시 답안
1-1	$0<t<\frac{\pi}{2}$를 만족시키는 실수 t에 대해서 $(x(t),y(t))$를 지나는 접선의 방정식은 $y=-2\tan t\,(x-\cos^3 t)+2\sin^3 t$이 된다. $y=0$을 대입하면 x절편은 $\cos t$가 되고, 점 $\left(\frac{1}{2},0\right)$를 지나므로, $\cos t=\frac{1}{2}$이 된다. 따라서, $t=\frac{\pi}{3}$이다. 따라서, 구하는 접선의 방정식은 $y=-2\sqrt{3}\,x+\sqrt{3}$이다.
1-2	$0<t<\frac{\pi}{2}$를 만족시키는 실수 t에 대해서, $(x(t),y(t))$를 지나는 접선의 방정식은 $y=-2\tan t\,(x-\cos^3 t)+2\sin^3 t$이므로, 이 접선의 x절편과 y절편은 각각 $\cos t$와 $2\sin t$이 된다. 또한, 이 직선은 점 $(a,0)$을 지나므로 $a=\cos t$가 된다. 이 접선과 x축이 이루는 예각의 크기가 $g(a)$이므로, $2\tan t=\tan g(a)$가 된다. 또한, $\cos t=a$와 $\sin t=\sqrt{1-\cos^2 t}=\sqrt{1-a^2}$임을 이용하면, $\frac{2\sqrt{1-a^2}}{a}=\tan(g(a))$을 얻는다. 따라서, $a^3\tan(g(a))=2a^2\sqrt{1-a^2}$이 되고, 이 함수의 구간 $(0,1)$에서의 최댓값은 $a=\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$일 때, $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{9}$이 된다.
1-3	구간 $(0,1)$에 있는 임의의 실수 a에 대하여, $\cos t=a$가 되는 t가 구간 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$에서 존재한다. 또한, 제시문에 의하여 주어진 그래프는 아래로 볼록이다. 그러므로, $S_1(a)+S_2(a)$의 값은 아래 그림의 색칠한 부분의 넓이가 된다.  따라서, $S_1(a)+S_2(a)$의 최솟값을 구하기 위해서는 위의 그림의 삼각형의 면적이 최대가 되는 a를 구하면 된다. 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 2\sin t\cos t$이고 삼각함수의 덧셈정리에 의해 $\frac{1}{2}\times 2\sin t\cos t=\frac{1}{2}(\sin t\cos t+\cos t\sin t)=\frac{1}{2}\sin(t+t)=\frac{1}{2}\sin 2t$이므로, $t=\frac{\pi}{4}$일 때 최댓값을 가진다. 따라서, $S_1(a)+S_2(a)$값이 최소가 되게 하는 a의 값은, $\cos t=a$의 관계식에 의해 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$가 된다.