▣ 논술전형 수학 : 문항카드 5

1 일반정보

유형	■ 논술시험 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시모집 논술전형	
해당 대학 계열(과목) / 문항번호	**자연계열(수학) / 1번 〔1-1, 1-2, 1-3〕 문항**	
출제 범위	고등학교 과목명	**기하와 벡터, 미적분Ⅱ**
	핵심개념 및 용어	**타원의 방정식, 초점, 삼각함수**
예상 소요 시간	25분 / 총 90분	

2 문항 및 제시문

[제시문 1]

좌표평면 위의 두 초점 $\mathrm{F}(4,0)$, $\mathrm{F}'(-4,0)$로부터 거리의 합이 10인 타원 C가 있다. 타원 C 위의 점 $\mathrm{P}(x,y)$와 초점 $\mathrm{F}'(-4,0)$를 지나는 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각을 α라 하고, 점 $\mathrm{P}(x,y)$와 초점 $\mathrm{F}(4,0)$를 지나는 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각을 β라 하자.

[1-1] 타원 C의 방정식을 구하시오. [5점]

[1-2] $\cos\alpha = \frac{7}{8}$ (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)일 때, 선분 PF'의 길이를 구하시오. [5점]

[1-3] $\cos\alpha = \frac{7}{8}$ (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)일 때, $\tan\beta$의 값을 구하시오. [5점]

3 출제 의도 (1~4번 문항 공통)

고등학교 교과과정에서 배우는 기하와 벡터, 미적분II, 수학II, 확률과 통계 과목에서 문제를 출제하였다. 구체적으로 타원의 방정식, 정적분의 기초적인 성질, 수열의 합, 확률의 기본적인 개념 및 원리를 바탕으로 출제하였다. 제시된 조건을 정확히 이해하고 문제를 분석하고 관찰하여 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가하는데 초점을 두었다. 기초 개념의 정확한 이해를 바탕으로 주어진 문제를 학생들의 스스로의 힘으로 해결할 수 있는지를 확인하는 문제를 출제하였다.

5 수학 1-1, 1-2, 1-3번 문항 출제 근거

적용 교육과정	**교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책8] “수학과 교육과정”**	
관련	**과목명: 기하와 벡터**	관련

<table>
<tr><td rowspan="12">성취 기준</td><td rowspan="2">교육 과정 내용</td><td>[기하와 벡터] - (가) 평면곡선 - 1 이차곡선</td><td rowspan="2">1번 문항</td></tr>
<tr><td>② 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>성취 기준1</td><td>기벡1112. 타원의 뜻을 알고, 타원의 방정식을 구할 수 있다.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 미적분 Ⅱ</td><td>관련</td></tr>
<tr><td rowspan="2">교육 과정 내용</td><td>[미적분Ⅱ] - (나) 삼각함수 - 1 삼각함수의 뜻과 그래프</td><td rowspan="2">1번 문항</td></tr>
<tr><td>② 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.</td></tr>
<tr><td>성취 기준1</td><td>미적2212-1. 삼각함수의 뜻을 알고, 간단한 삼각함수의 값을 구할 수 있다.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">과목명: 미적분 Ⅱ</td><td>관련</td></tr>
<tr><td rowspan="2">교육 과정 내용</td><td>[미적분Ⅱ] - (나) 삼각함수 - 2 삼각함수의 미분</td><td rowspan="2">1번 문항</td></tr>
<tr><td>① 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.</td></tr>
<tr><td>성취 기준1</td><td>미적2221-1. 코시컨트함수, 시컨트함수, 코탄젠트함수의 뜻을 알고, 삼각함수 사이의 관계를 이해한다.</td><td></td></tr>
</table>

교과서

도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	재구성 여부
기하와 벡터	신항균 외	지학사	2014	19-24	○
기하와 벡터	이강섭 외	미래엔	2014	17-24	○
미적분Ⅱ	김창동 외	교학사	2014	60-64	○
미적분Ⅱ	김원경 외	비상교육	2014	51-56	○

교과서 외

자료명(도서명)	작성자 (저자)	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
–	–	–	–	–	–	–

관련 교과서 근거

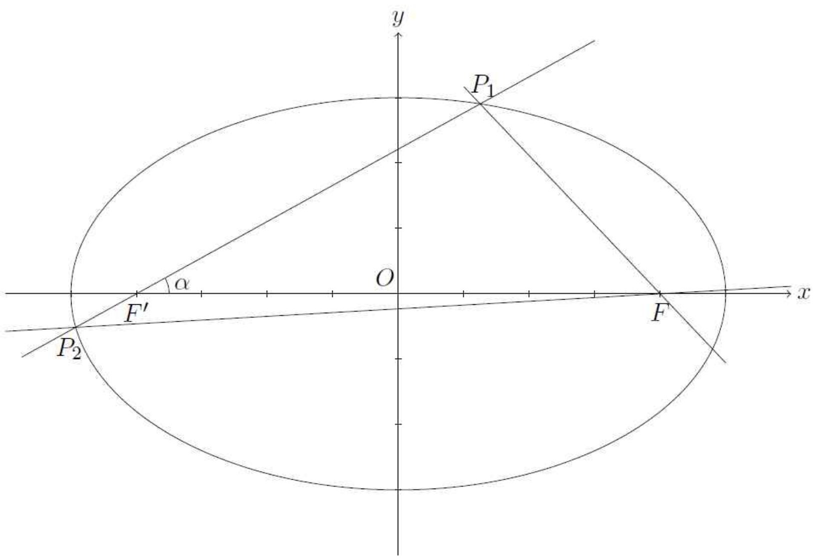
도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
–	–	–	–	–	–	–

6 문항 해설

[제시문1(1-1, 1-2, 1-3)]

- 타원의 정의를 이용하여 타원의 방정식을 구할 수 있다.
- 타원의 기하학적 성질과 삼각함수의 성질을 활용할 수 있다.

7 채점 기준

하위문항	채점기준	배점
[1-1]	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ **[채점기준]** [상] : 계산 과정이 논리적일 뿐만 아니라 요구하는 정답까지 맞은 경우 [중] : 계산 과정은 맞으나 답을 도출하는 과정에서 경미한 실수를 범한 경우 [하] : [상], [중]을 제외한 나머지 경우	5
[1-2]	 선분 PF′의 길이를 L이라 하면 i) $P=P_1$인 경우 $(10-L)\sin\beta = L\sin\alpha$ $(10-L)\cos\beta = L\cos\alpha-8$ 두 식을 제곱해서 더하고 정리하면 $\Rightarrow L=6$ ii) $P=P_2$인 경우 $(10-L)\sin\beta = L\sin\alpha$ $(10-L)\cos\beta = L\cos\alpha+8$ $\Rightarrow L=\frac{18}{17}$ **[채점기준]** [상] : ⅰ), ⅱ)에 대한 계산 과정 뿐만 아니라 요구하는 정답 모두 맞은 경우 [중] : 계산 과정은 맞으나 도출 과정에서 답이 하나만 맞은 경우 [하] : [상], [중]을 제외한 나머지 경우	5

[1-3]	앞에서 구한 두 식을 나누면 i) $P=P_1$인 경우 $\tan\beta=\dfrac{L\sin\alpha}{L\cos\alpha-8}=\dfrac{6\sin\alpha}{6\cos\alpha-8}$ 따라서 $\Rightarrow\tan\beta=-\dfrac{3\sqrt{15}}{11}$ ii) $P=P_2$인 경우 $\tan\beta=\dfrac{L\sin\alpha}{L\cos\alpha+8}=\dfrac{\frac{18}{17}\sin\alpha}{\frac{18}{17}\cos\alpha+8}$ $\Rightarrow\tan\beta=\dfrac{9\sqrt{15}}{607}$ **[채점기준]** [상] : ⅰ), ⅱ)에 대한 계산 과정 뿐만 아니라 요구하는 정답 모두 맞은 경우 [중] : 계산 과정은 맞으나 도출 과정에서 답이 하나만 맞은 경우 [하] : [상], [중]을 제외한 나머지 경우	5

8 예시 답안

■ 예시답안

[1-1]

두 초점 $F(c,0)$, $F'(-c,0)$에서의 거리의 합이 $2a$인 타원의 방정식은

$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (단, $a>c>0$, $b^2=a^2-c^2$)

여기서, $2a=10$이므로 $a=5$이다.

또한 $c=4$이므로, $b^2=5^2-4^2=9$가 되어 $b=3$이다.

따라서 타원의 방정식은 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$이다.

[1-2]

선분 PF'의 길이를 L이라 하면 선분 PF의 길이는 $10-L$ 이다.

선분 FF'의 길이가 8이므로, 삼각비에 의하여 다음 관계가 성립한다.

$L\sin\alpha=(10-L)\sin\beta,\quad L\cos\alpha+(10-L)\cos(\pi-\beta)=8.$

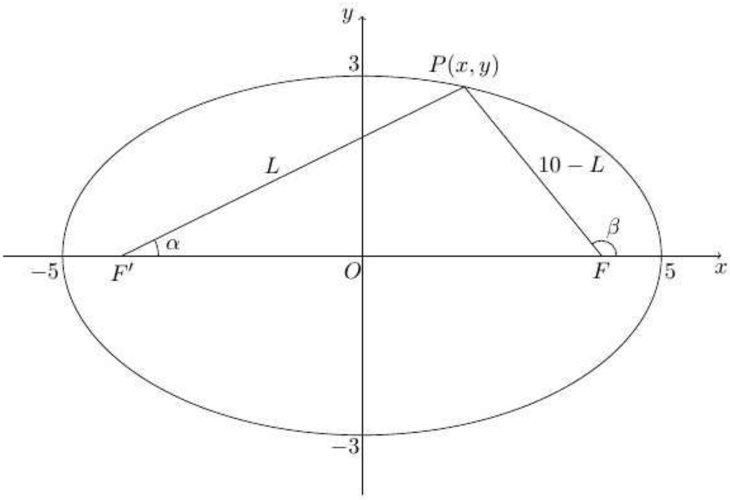
두 식을 정리하여

$(10-L)\sin\beta = L\sin\alpha,\ (10-L)\cos\beta = L\cos\alpha - 8$

로 두고 제곱해서 더하면

$(10-L)^2 = L^2 - 16L\cos\alpha + 64$ 이 되므로

$L = \dfrac{36}{20-16\cos\alpha} = 6.$



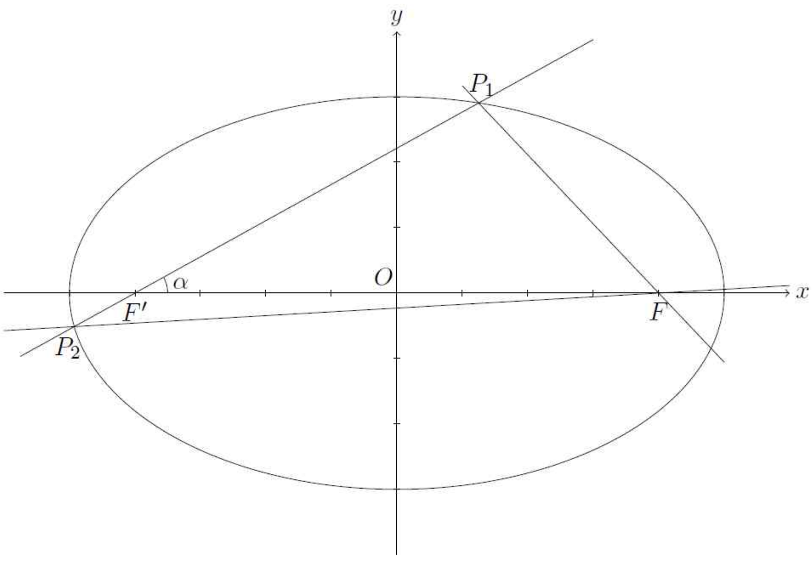
그런데, 점 P가 아래의 그림과 같이 P_2의 위치에 있을 때도 직선과 x축의 양의 방향과 이루는 각은 α이다. 이때에는 다음 관계가 성립한다.

$L\sin\alpha = (10-L)\sin\beta,\quad (10-L)\cos\beta - L\cos\alpha = 8.$

이를 이항하여 제곱해서 더하면

$(10-L)^2 = L^2 + 16L\cos\alpha + 64$ 가 되므로

$L = \dfrac{36}{20+16\cos\alpha} = \dfrac{18}{17}.$



[1-3]

점 P가 P_1의 위치에 있을 때, 위에서 구한 두 식

$(10-L)\sin\beta = L\sin\alpha$, $(10-L)\cos\beta = L\cos\alpha - 8$ 으로부터

$\tan\beta = \dfrac{L\sin\alpha}{L\cos\alpha - 8} = \dfrac{6\sin\alpha}{6\cos\alpha - 8}$ 을 얻는다.

여기서 $\cos\alpha = \dfrac{7}{8}$ 이므로 $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{8}$ 이고 따라서 $\tan\beta = -\dfrac{3\sqrt{15}}{11}$.

점 P가 P_2의 위치에 있을 때, 위에서 구한 두 식

$(10-L)\sin\beta = L\sin\alpha$, $(10-L)\cos\beta = L\cos\alpha + 8$ 으로부터

$$\tan\beta = \frac{L\sin\alpha}{L\cos\alpha + 8} = \frac{\frac{18}{17}\frac{\sqrt{15}}{8}}{\frac{18}{17}\frac{7}{8} + 8} = \frac{9\sqrt{15}}{607}.$$

■ 입실교사(A) 검토의견

1. 범위

- 기하와 벡터의 이차곡선 중에서도 타원의 정의를 정확하게 이해하고 있는지를 확인하고자 하는 문항이다. 타원의 정의를 바탕으로 타원의 방정식을 정하고, 타원 위의 한 점에서 두 초점까지의 거리의 합이 장축의 길이와 같다는 사실로부터 문항[1-2], [1-3]을 접근할 수 있으며, 간단한 삼각함수의 정의를 이용하여 계산을 해나갈 수 있는지를 평가하는 문제이다.

2. 수준

- 논술문제의 첫 번째 문제인 만큼 난도는 어렵지 않으며, 교육과정을 충실히 이해한 학생이라면 누구나 해결할 수 있으리라 판단된다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 응시자가 큰 어려움 없이 해결할 수 있는 문제로서 고등학교 교육과정 수준에 적합하다.

■ 입실교사(B) 검토의견

1. 범위

- 타원의 방정식을 구하고 타원의 정의로부터 여러 가지 성질을 활용하여 문제를 해결하고 그 해결방법에 삼각함수의 기초적인 지식을 바탕으로 한다.

2. 수준

- 문항[1-1]은 성취수준 ‘하’에 해당하며 타원에 대한 지식적 측면을 평가하며, 문항[1-2]와 [1-3]은 성취수준 ‘중’에 해당하며 타원의 정의와 삼각함수의 성질에 대한 이해적 측면을 평가하는 수준이며 고등학교 성취수준에 적합하다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 수험생들의 답안작성은 고등학교 교육과정에서 배우고 익히는 기호와 표현이 가능할 것으로 예상되며 채점 기준도 명확한 평가이다.

■ 입실교사(C) 검토의견

1. 범위

- [제시문1]에서 두 초점의 좌표와 두 초점으로부터의 거리의 합이 10인 타원이 제시되어 있다. 제시된 두 직선이 이루는 각을 이용하여 선분 PF'의 길이 및 $\tan\beta$의 값을 구하는 것은 고등학교에서 충분히 학습하는 내용이다. 따라서 [제시문1]에 해당하는 문항 [1-1]. [1-2]. [1-3]은 모두 고등학교 교육과정의 범위 내에서 출제되었다.

2. 수준

- 문제 [1-1]에서 묻는 타원의 방정식은 타원의 정의를 이용하여 쉽게 구할 수 있다. 문제에서 구하는 타원의 방정식은 기본적인 형태로서 성취기준 ‘기벡1112’에 부합된다.
- 문제 [1-2], [1-3]은 제시문에서 제시된 타원과 두 초점을 각각 지나는 직선의 방정식을 그림으로 그린 후, 타원의 성질과 삼각함수의 성질을 이용하여 구할 수 있다. 타원의 정의와 삼각함수의 성질을 이용하여 선분의 길이와 삼각함수의 값을 구하는 문제이므로 성취기준 ‘미적2213’에 부합된다. 따라서 [제시문1]에 해당하는 문항 [1-1]. [1-2]. [1-3]은 모두 고등학교 교육과정의 수준을 넘지 않았다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 채점 기준은 모두 고등학교 교육과정 내에서 제시되었다.

9 선행학습 영향평가 위원 검토 의견

【제시문 1】

이차곡선의 타원의 두 초점과 타원 위의 점에서 두 초점에 이르는 거리의 합이 제시되었다. 초점과 두 초점으로부터 거리의 합이 주어져 있으므로 타원의 정의에 의하여 방정식을 구할 수 있다. 교과서의 기본적인 개념으로 고교 교육과정을 이수한 학생이면 모두 알고 있는 내용이다. 타원의 정의에 의하여 방정식을 구할 수도 있지만 타원의 방정식이 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$일 때 거리의 합 $2a$와 초점의 좌표를 이용하면 더 간단하게 타원의 방정식을 구할 수 있다.

타원 위의 점 $\mathrm{P}(x,,y)$에서 초점 F', F를 지나는 직선 PF'과 직선 PF가 x축의 양의 방향과 이루는 각을 각각 α, β라 한다. 삼각함수를 이용할 수 있도록 기본적인 각이 제시되었다.

[1-1]

타원의 방정식을 구하는 문제이다. 교과서 수준의 기본적인 문제로 타원의 정의를 이용하여 $\sqrt{(x+4)^2+y^2}+\sqrt{(x-4)^2+y^2}=10$을 정리하여 구하는 방법이 있지만 타원의 방정식이 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$일 때 타원 위의 점에서 두 초점에 이르는 거리의 합은 $2a$, 초점의 좌표 $c=\pm\sqrt{a^2-b^2}$을 이용하면 간단하게 $\dfrac{x^2}{5^2}+\dfrac{y^2}{3^2}=1$ 구할 수 있다.

고교 교육과정을 이수한 학생이면 모두 구할 수 있는 기본적인 수준의 내용이다.

[1-2]

제시문에 의하여 타원이 주어져 있다. 타원 위의 점 P와 초점 F′을 지나는 직선이 축의 양의 방향과 이루는 각이 $\cos\alpha=\frac{7}{8}$로 주어져 있으며 삼각함수를 이용하여 선분 PF′의 길이를 구하는 문제이다. 점 P의 위치에 따라 두 가지 경우로 나누어 선분 PF′의 길이를 구하는 것을 생각하기가 쉽지 않다.

선분 PF′의 길이를 L이라 하고 삼각함수의 정의를 이용하여 식을 구하면

i) $(10-L)\sin\beta=L\sin\alpha$, $(10-L)\cos\beta=L\cos\alpha-8$

ii) $(10-L)\sin\beta=L\sin\alpha$, $(10-L)\cos\beta=L\cos\alpha+8$

두 가지 경우 따로 L을 구해야 한다.

대부분의 학생들은 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$이고, $\cos\alpha=\frac{7}{8}$이므로 점 P에서 x축에 내린 수선이 발 H는 선분 F′F 위에 있으므로 점 P에서 선분 F′F 내린 수선의 발 H를 내리고 삼각형 PF′H와 삼각형 PHF에서 피타고라스 정리를 이용하여 L을 구한다. 이런 경우는 L의 길이가 한 가지 경우만 구하게 된다. 이때에도 반대쪽에서 수선의 발을 내리고 피타고라스 정리를 이용할 수 있지만 생각하기 쉽지 않다.

<기하와 벡터> 타원의 성질과 <미적분Ⅱ>의 삼각함수의 성질을 이용하는 문제로 고교 교육과정의 범위 내에서 출제되었으며 문제의 수준 또한 고교수학의 수준에서 출제되었지만 점 P의 위치를 두 가지 경우로 나누어 생각하는 경우는 학생들이 놓치기 쉽다. 두 가지 경우로만 나누면 간단한 계산을 통하여 충분히 해결할 수 있는 수준으로 출제되었다.

[1-3]

[1-2]에서 구한 식으로부터

$\tan\beta=\frac{L\sin\alpha}{L\cos\alpha-8}$인 경우와 $\tan\beta=\frac{L\sin\alpha}{L\cos\alpha+8}$인 경우로 나누어 구할 수 있다.

[1-2]의 경우와 마찬가지로 두 가지 경우로 나누어 생각하기가 쉽지 않고 [1-2]에서 두 가지 경우로 나누어 푼 경우는 어렵지 않게 간단한 계산으로 구할 수 있다.

미적분Ⅱ의 삼각함수의 성질을 이용하는 문제로 고교 교육과정의 범위 내에서 출제 되었으며 문제의 수준 또한 고교수학의 수준에서 충분히 해결할 수 있는 수준이다.

▣ 논술전형 수학 : 문항카드 6

① 일반정보

유형	■ 논술시험 □ 면접 및 구술고사
전형명	수시모집 논술전형

해당 대학 계열(과목) / 문항번호	**자연계열(수학) / 3번〔3-1, 3-2〕문항**	
출제 범위	고등학교 과목명	**수학Ⅱ, 확률과 통계**
	핵심개념 및 용어	**합의 기호 $\sum$, 수열의 합, 규칙 찾기, 경우의 수**
예상 소요 시간	30분 / 총 90분	

2 문항 및 제시문

자연수 1부터 $35^2(=1225)$ 까지의 숫자가 다음과 같이 나열되어 있다.

$$
\begin{array}{cccccc}
1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 35 \\
36 & 37 & 38 & 39 & \cdots & 70 \\
71 & 72 & 73 & 74 & \cdots & 105 \\
106 & 107 & 108 & 109 & \cdots & 140 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
1191 & 1192 & 1193 & 1194 & \cdots & 1225
\end{array}
$$

위와 같이 왼쪽 아래에서 오른쪽 위로의 대각선 방향으로 순서를 정하여 n번째 숫자를 $f(n)$ $(n=1,2,3,\ \cdots,1225)$으로 정의한다.

예) $f(1)=1$, $f(2)=36$, $f(3)=2$, $f(4)=71$, $f(5)=37$, $f(6)=3$, $\cdots\cdots$

[3-1] $f(300)$의 값을 구하시오. [5점]

[3-2] $f(n)=n$을 만족시키는 모든 n의 값을 구하시오. [10점]

3 출제 의도 (1~4번 문항 공통)

고등학교 교과과정에서 배우는 기하와 벡터, 미적분II, 수학II, 확률과 통계 과목에서 문제를 출제하였다. 구체적으로 타원의 방정식, 정적분의 기초적인 성질, 수열의 합, 확률의 기본적인 개념 및 원리를 바탕으로 출제하였다. 제시된 조건을 정확히 이해하고 문제를 분석하고 관찰하여 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가하는데 초점을 두었다. 기초 개념의 정확한 이해를 바탕으로 주어진 문제를 학생들의 스스로의 힘으로 해결할 수 있는지를 확인하는 문제를 출제하였다.

4 수학 3-1, 3-2번 문항 출제 근거

적용 교육과정	**교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책8] “수학과 교육과정”**	
관련 성취 기준	과목명: **수학 Ⅱ**	관련
	교육 **[수학Ⅱ] - (가)** 수열 - 1 등차수열과 등비수열	3번

과정 내용	① 수열의 뜻을 안다.	문항
성취 기준1	수학2311. 수열의 뜻을 설명할 수 있다	

과목명: **수학 Ⅱ**		관련
교육 과정 내용	**[수학Ⅱ] - (**가) 수열 - 2 수열의 합	3번 문항
	① $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다	
성취 기준1	수학2321. $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	

과목명: **확률과 통계**		관련
교육 과정 내용	**[확률과 통계] -** (가) 순열과 조합 - 1 경우의 수	3번 문항
	① 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.	
성취 기준1	확통1111. 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.	

교과서

도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	재구성 여부
수학Ⅱ	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	118-127	○
수학Ⅱ	류희찬 외	천재교과서	2014	142-153	○
수학Ⅱ	이강섭 외	미래엔	2014	124-133	○
확률과 통계	정상권 외	금성출판사	2014	12-17	○
확률과 통계	김창동 외	교학사	2014	12-17	○
확률과 통계	우정호 외	동아출판	2014	12-18	○

교과서 외

자료명(도서명)	작성자 (저자)	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
–	–	–	–	–	–	–

관련 교과서 근거

도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
–	–	–	–	–	–	–

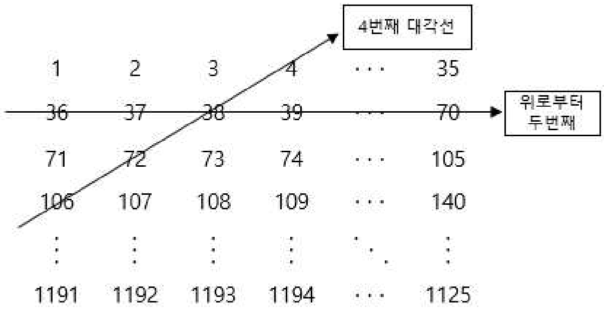
5 문항 해설

[제시문3(3-1, 3-2)]

- 자연수의 수열에서 규칙을 발견하고 간단한 수열의 합을 이용하여 관계식을 구하고

- 관계식이 성립하는 경우의 수를 파악할 수 있는지 확인한다.

6 채점 기준

하위문항	채점기준	배점
[3-1]	 제시된 그림과 같이 대각선 방향으로 순서를 정한다는 점에서 k번째 대각선에 있는 숫자를 중심으로 생각하는 것이 자연스럽다. k번째 대각선에 있는 숫자들 중에서 위에서부터 j번째 줄의 있는 숫자를 n이라 하면 다음과 같은 규칙을 관찰할 수 있다. ($k \le 35$이라 가정하자.) n을 두 가지 방법으로 나타내면 $n = 35(j-1)+(k-j+1)$ 그리고 $n = f((1+2+\cdots+k-1)+(k-j+1))$ $j=1,\ k=24$이면 $\sum_{k=1}^{24} k = \frac{24\times 25}{2} = 300$ 따라서 $f(300)=24$ **[채점기준]** [상] : 계산 과정 뿐만 아니라 요구하는 정답까지 모두 맞은 경우 [중] : 계산 과정은 맞으나 도출 과정에서 답이 틀린 경우 [하] : [상], [중]을 제외한 나머지 경우	5
[3-2]	당연히 1, 1225는 조건을 만족한다. 위에서 계산한 두 식을 연립하면 $70(j-1)=(k-1)k$ 연속인 두 수의 곱이 70의 배수가 되는 조건을 이용하면 117, 225, 613 나머지 수는 $k=35$인 대각선에 대칭이다. 따라서 1001, 1109	10

	그러므로 $f(n)=n$을 만족하는 수는 1, 1225, 117, 225, 613, 1001, 1109 총 7개이다. **[채점기준]** [상] : 규칙에 근거해서 자명한 1, 1225를 제외한 5개 이상을 찾은 경우 [중] : 규칙에 근거해서 117, 225, 613, 1001, 1109 다섯 개 중에서 순서에 관계없이 2~4개를 구한 경우 [하] : [상], [중]을 제외한 나머지 경우	

7 예시 답안

■ 예시답안

[3-1]

$1 \le k \le 35$ 일 때, k번째 대각선의 i번째 숫자는 $1+35(k-1)-34(i-1)$ 임을 알 수 있다. (단, $1 \le i \le k$).

한편, k번째 대각선의 i번째 숫자는 $n=1+2+\cdots+(k-1)+i=\dfrac{k(k-1)}{2}+i$ 번째 숫자이다.

따라서, k번째 대각선의 마지막 숫자는 k이며, $n=\dfrac{(k-1)k}{2}+k=\dfrac{k(k+1)}{2}$ 번째 숫자이다.

$n=300$인 숫자가 위치한 대각선을 찾으려면 $\dfrac{k(k+1)}{2} \le 300$ 을 만족하는 최대의 k를 구하면 된다. 그런데 $k=24$일 때, $\dfrac{k(k+1)}{2}=\dfrac{24\times 25}{2}=300$ 이므로, $n=300$은 $k=24$번째 대각선의 $i=24$번째 숫자이므로 $1+35\times 23-34\times 23=24$이다.
따라서, $f(300)=24$이다.

[3-2]

위와 같이 $1 \le k \le 35$ 일 때,k번째 대각선의 i번째 숫자는 $n=\dfrac{k(k-1)}{2}+i$ 번째 숫자이다.

그런데, k번째 대각선의 i번째 숫자는 $1+35(k-1)-34(i-1)$이므로 $f(n)=n$ 을 만족하려면 $\dfrac{k(k-1)}{2}+i=1+35(k-1)-34(i-1)$ 이어야 한다.

이를 정리하면 $\dfrac{k(k-1)}{2}=35(k-i)$ 이므로, $k(k-1)=70(k-i)$이 되어 $k(k-1)$이 70의 배수여야 한다. $1 \le k \le 35$의 범위 안에서 $k(k-1)$이 $70=2\times 5\times 7$의 배수가 되는 k는
$k=1, 15, 21, 35$ 뿐이다.

이 때 $i=k-\dfrac{k(k-1)}{70}$는 각각 $i=1, 12, 15, 18$ 이므로 $n=\dfrac{k(k-1)}{2}+i$ 는 각각
$n=1, 117, 225, 613$ 이다.

대칭적으로 생각하여, $1 \le k < 35$ 일 때, $(70-k)$번째 대각선의 뒤에서 i번째 숫자는 $1225-35(k-1)+34(i-1)$ 이다. (단, $1 \le i \le k$).

또한 $(70-k)$번째 대각선의 뒤에서 i번째 숫자는 $n=1225-\dfrac{k(k-1)}{2}-(i-1)$번째 숫자이다.

따라서 $f(n)=n$을 만족하려면

$1225-35(k-1)+34(i-1)=1225-\dfrac{k(k-1)}{2}-(i-1)$ 이어야 한다.

이를 정리하면 $\dfrac{k(k-1)}{2}=35(k-i)$이 되므로, 이를 만족하는 (k,i)쌍은 위의 계산에 의하여 $(1,1)$, $(15,12)$, $(21,15)$이고, $n=1225-\dfrac{k(k-1)}{2}-(i-1)$은 각각 $n=1225, 1109, 1001$이 된다.

따라서, $f(n)=n$이 되는 모든 n은 $n=1, 117, 225, 613, 1001, 1109, 1225$이다.

■ 입실교사(A) 검토 의견

1. 범위

- 고난도의 수학적 지식이 필요 없어도, 수학적 아이디어와 규칙을 찾을 수만 있다면 해결할 수 있는 문항이다. 제시문에 주어진 수의 배열의 규칙을 파악하고 함수 $f(n)$의 정의에 따라 묻고자 하는 값을 찾는 문제이다.

2. 수준

- 규칙을 찾아 문제에서 요구하는 답을 찾기 위해, 경우의 수를 이해하고, 간단한 수열의 합을 계산하는 능력을 갖추면 충분하다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 문항 [3-2]으로 변별이 될 것으로 예상된다. 규칙을 잘 파악한 학생은 70의 배수를, 수의 배열의 대칭인 곳에서도 찾아 답안을 작성할 수 있을 것으로 생각된다.

■ 입실교사(B) 검토 의견

1. 범위

- 수들의 규칙을 찾아 이해하고 어떻게 카운트 하느냐에 대한 수열의 합과 경우의 수가 적절히 융합된 문제이며 자연수의 거듭제곱의 합과 경우의 수를 바탕으로 한다.

2. 수준

- 문항[3-1]은 성취수준 '중'에 해당하며 제시한 제시문의 이해도를 평가하며, 문항[3-2]는 성취수준 '상'에 해당하며 문항[3-1]를 바탕으로 일반화와 특수 상황에 대한 이해적 측면을 평가하는 수준이며 고등학교 성취수준에 적합하다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 수험생들의 답안작성이 여러 가지 표현으로 가능하며 풀이의 다양성이 포함된 채점기준이다. 합의 기호의 표현이 단순하여 간단한 식으로의 표현이 어렵지 않고 경우의 수를 구하는 부분에서 빠뜨린 경우에 대한 채점기준이 명확한 평가이다.

■ 입실교사(C) 검토 의견

1. 범위

- [제시문3]에서 1부터 35^2까지의 나열된 숫자의 순서를 정해 함수 $f(n)$의 값을 정의하도록 제시되어 있다. 숫자가 나열된 위치로부터 $f(n)$의 값을 표현하는 것이 핵심인 문제로, 수열의 뜻과 Σ의 성질을 이용된다. 따라서 [제시문3]에 해당하는 문항 [3-1]. [3-2]는 모두 고등학교 교육과정의 범위 내에서 출제되었다.

2. 수준

- 문제 [3-1]은 주어진 조건을 만족시키는 함수 $f(n)$에 대한 이해 여부를 평가하기 위해 출제된 문제로, 등차수열과 Σ의 성질을 이용하여 $f(300)$의 값을 찾을 수 있다. 성취기준 '수학2311', '수학2321'에 부합된다.
- 문제 [3-2]는 $f(n)=n$을 만족시키는 n의 값을 찾는 문제로, 70의 배수가 되도록 하는 연속된 두 수를 찾는 문제로 우수한 학생들을 변별할 수 있는 문항으로 판단된다. 관련 성취기준으로 '수학2311', '수학2321', '확통1111'에 부합된다.
- 따라서 [제시문3]에 해당하는 문항 [3-1], [3-2]는 모두 고등학교 교육과정의 수준을 넘지 않았다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 채점 기준은 모두 고등학교 교육과정 내에서 제시되었다.

8 선행학습 영향평가 위원 검토 의견

[제시문 3]

자연수 1부터 $35^2(=1225)$까지의 숫자를 정사각형 모양으로 배열한 수열이 주어져 있다.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 35 \\ 36 & 37 & 38 & 39 & \cdots & 70 \\ 71 & 72 & 73 & 74 & \cdots & 105 \\ 106 & 107 & 108 & 109 & \cdots & 140 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1191 & 1192 & 1193 & 1194 & \cdots & 1225 \end{array}$$

이 수열에서 위와 같이 왼쪽 아래에서 오른쪽 위로의 대각선 방향으로 순서를 정하여 n번째 숫자를 $f(n)$ $(n=1,2,3,\cdots,1225)$으로 정의하고 학생들의 이해를 돕기 위하여 예시로 $f(1)=1$, $f(2)=36$, $f(3)=2$, $f(4)=71$, $f(5)=37$, $f(6)=3$,• • •을 제시하였다. 제시문을 통하여 대각선 방향의 수열을 이해하는 것이 문제해결의 관건이다. 대각선 방향의 수열은 69개가 있으며 1~35번째 대각선 수열, 36~69번째 대각선 수열로 나누어 생각할 수 있다. 대칭성을 가지고 있는 수열이며 대각선을 이루는 각각의 수열은 모두 등차수열이므로 학생들이 수열의 규칙성과 특성을 찾아내는 것이 중요하다고 할 수 있다.

[3-1]

$f(300)$을 구하는 문제는 학생들이 수열의 특징을 파악할 수 있어서 귀납적 추론을 통하여 문제에 접근하도록 출제된 문제이다. [3-1]을 통하여 [3-2]를 해결하도록 출제 되었지만 $f(300)$은 300번째 항을 찾는 문제이므로 대각선의 각 항이 1개, 2개, 3개, • • • 이므로 일반적으로 쉽게 $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ 이 300 에 근접하는 n 을 찾으면 되므로 $\dfrac{n(n+1)}{2}=300$ 에서 $n=24$ 이므로 $f(300)$은 24번째 대각선의 24번째 숫자임을 알 수 있다. 따라서 $f(300)=24$ 이다.
등차수열의 기본적인 문제이므로 고교 교육과정을 정상적으로 이수한 학생이면 모두 해결할 수 있는 문제이지만 [3-1]의 해결을 통하여 [3-2] 해결의 실마리를 찾아야 한다.

[3-2]

$f(n)=n$ 인 n을 구하는 문제로 대각선 수열의 특징을 파악하면 다양한 풀이가 가능한 문제라고 할 수 있다. 등차수열과 경우의 수, 약수와 배수의 성질을 이용하면 해결할 수 있는 문제지만 끝까지 해결해내기가 쉽지 않은 문제이다.
제시문에서 분석한 것과 같이 1~35번째 대각선 방향의 수열과 36~69번째 대각선방향의 수열로 나누어 생각하면 다음과 같이 할 수도 있다.

$f(n)$ 이 m 번째 대각선 위의 수라 하자.
i) $1\le m\le 35$ 일 때
$f(n)$이 m 번째 대각선의 끝에서 $k+1$ 번째 수라고 하면
$n=(1+2+3+\cdots+m)-k$
$f(n)$은 첫째항이 m번째 대각선의 끝 수인 m이고 공차가 34인 등차수열의 $k+1$번째 항이므로
$f(n)=m+34k$ 이다.
$f(n)=n$ 에서 $\dfrac{m(m+1)}{2}-k=m+34k$ 에서 $m(m-1)=70k$ 이므로 연속한 두 수의 곱이 70 의 배수인 수를 찾아야 한다. $m=1,\ k=0,\ \ m=15,\ k=3,\ \ m=21,\ k=6,\ \ m=35,\ k=17$ 이므로
$f(n)=n$ 인 수는 $1,\ 117,\ 225,\ 613$ 이다.

ii) $36\le m\le 69$ 일 때
$f(n)$이 m 번째 대각선의 끝에서 $k+1$ 번째 수라고 하면
$n=(1+2+\cdots+35)+(34+33+\cdots+(70-m))-k$
$f(n)$은 m번째 대각선의 끝 수인 $35(m-34)$를 첫째항으로 하고 공차가 34인 등차수열의 $k+1$번째 항이므로
$f(n)=35(m-34)+34k$
$f(n)=n$ 에서 $630+\dfrac{(104-m)(m-35)}{2}-k=35(m-34)+34k$
$-m^2+69m=70k$ 에서 $m(69-m)$ 이 70의 배수인 수를 찾아야 한다. m 또는 $69-m$ 이 7의 배수인 경우를 찾으면 된다.

$m=49$, $k=14$, $m=55$, $k=11$, $m=69$, $k=0$ 이다.
따라서 1001, 1109, 1225 이다.
i) ii) 에서 1, 117, 225, 613, 1001, 1109, 1225 7개이다.
 등차수열의 성질을 이용하고 주어진 수열의 특징인 대칭성을 파악하여 주어진 조건을 식으로 표현하는 논리적인 추론능력과 경우의 수로 나누고 약수와 배수의 성질을 이용하여 7개의 수를 찾아내는 문제해결력 등이 요구되는 수준 높은 문제이다. 고등학교 교육과정 <수학Ⅱ>의 수열의 문제로 여러 가지 수학적 개념을 실제문제에 적용하여야 해결할 수 있는 문제이다.

▣ 논술전형 수학 : 문항카드 7

1 일반정보

유형	■ 논술시험 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시모집 논술전형	
해당 대학 계열(과목) / 문항번호	**자연계열(수학) / 4번 〔4-1, 4-2〕 문항**	
출제 범위	고등학교 과목명	**확률과 통계**
	핵심개념 및 용어	**확률의 덧셈정리, 배반 사건, 독립, 조건부확률**
예상 소요 시간	10분 / 총 90분	

2 문항 및 제시문

[제시문 4]

농구 선수 세 명이 있다. 슛을 성공할 확률이 $\frac{8}{10}$ 인 선수가 두 명, 슛을 성공할 확률이 $\frac{9}{10}$ 인 선수가 한 명 있다. 세 선수가 임의의 순서로 슛을 한 번씩 시도했을 때, 첫 번째 선수와 두 번째 선수는 성공했으나 세 번째 선수는 성공하지 못했다. (단, 각각의 선수가 슛을 성공할 확률은 항상 일정하고, 슛을 성공하는 사건은 서로 독립이다.)

[4-1] 위와 같은 결과가 나올 확률을 구하시오. **[10점]**

[4-2] 세 번째 선수가 슛 성공 확률 $\frac{9}{10}$ 인 선수일 확률을 구하시오. **[5점]**

3 출제 의도(1~4번 문항 공통)

 고등학교 교과과정에서 배우는 기하와 벡터, 미적분II, 수학II, 확률과 통계 과목에서 문제를 출제

하였다. 구체적으로 타원의 방정식, 정적분의 기초적인 성질, 수열의 합, 확률의 기본적인 개념 및 원리를 바탕으로 출제하였다. 제시된 조건을 정확히 이해하고 문제를 분석하고 관찰하여 창의적으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가한다. 기초 개념의 정확한 이해를 바탕으로 주어진 문제를 학생들의 스스로의 힘으로 해결할 수 있는지를 확인하는 문제를 출제하였다.

4 수학 4-1, 4-2번 문항 출제 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책8] "수학과 교육과정"		
관련 성취 기준		과목명: **확률과 통계**	관련
	교육 과정 내용	**[확률과 통계] -** (나) 확률 - 1 확률의 뜻과 활용 ③ 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 구할 수 있다.	4번 문항
	성취 기준1	수학1213. 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	
		과목명: **확률과 통계**	관련
	교육 과정 내용	**[확률과 통계] -** (나) 확률 - 2 조건부확률 ① 조건부확률의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. ③ 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	4번 문항
	성취 기준1	확통1221. 조건부확률의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.	
	성취 기준2	확통1223. 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.	

교과서

도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	재구성 여부
확률과 통계	류희찬 외	천재교과서	2014	89-90, 100-103	○
확률과 통계	신항균 외	(주)지학사	2014	73, 81-85	○
확률과 통계	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	68, 77-81	○
확률과 통계	이강섭 외	미래엔	2014	64-65, 74-77	○
확률과 통계	우정호 외	동아출판(주)	2014	107-108, 120-124	○

교과서 외

자료명(도서명)	작성자 (저자)	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
–	–	–	–	–	–	–

관련 교과서 근거

도서명	저자	발행처	발행	쪽수	관련 자료	재구성

			년도			여부
–	–	–	–	–	–	–

5 문항 해설

[제시문4 (4-1, 4-2)]

조건부 확률의 개념을 정확히 이해하여 주어진 문제의 상황에 맞게 적용할 수 있는지 확인한다.

6 채점 기준

하위문항	채점기준	배점
[4-1]	사건 A, B, C, D를 먼저 정의하자. 슛을 성공할 확률이 $\frac{9}{10}$인 선수가 첫 번째 선수인 사건 A, 두 번째 선수인 사건 B, 세 번째 선수인 사건 C. 처음 두 선수는 성공하고 세 번째 선수는 실패하는 사건 D. A, B, C는 배반사건이므로 $P(D)=P(D\cap A)+P(D\cap B)+P(D\cap C)$ 조건부확률을 이용하면 $P(D\cap A)=P(D\|A)P(A)=\left(\frac{9}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{2}{10}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{144}{3000}=\frac{6}{125}$ $P(D\cap B)=P(D\|B)P(B)=\left(\frac{8}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{10}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{144}{3000}=\frac{6}{125}$ $P(D\cap C)=P(D\|C)P(C)=\left(\frac{8}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{1}{10}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{64}{3000}=\frac{8}{375}$ 따라서 $P(D)=\frac{6}{125}+\frac{6}{125}+\frac{8}{375}=\frac{44}{375}$ **[채점기준]** [상] : 계산 과정 뿐만 아니라 답이 맞은 경우 (기약분수가 아니더라도 정답처리) [중] : 계산 과정은 맞으나 답을 도출하는 과정에서 실수를 한 경우 [하] : [상], [중]을 제외한 나머지 경우	10

[4-2]	조건부확률의 정의를 이용하면 $P(C\|D) = \dfrac{P(C\cap D)}{P(D)} = \dfrac{2}{11}$ **[채점기준]** [상] : 계산 과정 뿐만 아니라 답이 맞은 경우 (기약분수가 아니더라도 정답처리) [하] : 나머지 경우	5

7 예시 답안

■ **예시답안**

[4-1]

사건 A, B, C, D를 먼저 정의하자.

슛을 성공할 확률이 $\frac{9}{10}$인 선수가

첫 번째 선수인 사건 A,

두 번째 선수인 사건 B,

세 번째 선수인 사건 C.

처음 두 선수는 성공하고

세 번째 선수는 실패하는 사건 D.

A, B, C는 배반사건이므로

$P(D) = P(D\cap A) + P(D\cap B) + P(D\cap C)$

조건부확률을 이용하면

$$P(D\cap A) = P(D|A)P(A) = \left(\frac{9}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{2}{10}\right)\times\frac{1}{3} = \frac{144}{3000} = \frac{6}{125}$$

$$P(D\cap B) = P(D|B)P(B) = \left(\frac{8}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{10}\right)\times\frac{1}{3} = \frac{144}{3000} = \frac{6}{125}$$

$$P(D\cap C) = P(D|C)P(C) = \left(\frac{8}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{1}{10}\right)\times\frac{1}{3} = \frac{64}{3000} = \frac{8}{375}$$

따라서

$P(D) = \frac{6}{125} + \frac{6}{125} + \frac{8}{375} = \frac{44}{375}$ 이다.

[4-2]

조건부확률의 정의를 이용하면

$$P(C|D) = \frac{P(C\cap D)}{P(D)} = \frac{2}{11}$$

■ 입실교사(A) 검토 의견

1. 범위

- 확률과 통계의 가장 핵심적인 부분인 조건부확률에 관한 문제로서, 문제 상황에서 세 선수가 서로 독립이고 구하고자 하는 확률에 대해 배반사건임을 이해하여 확률의 덧셈정리로 문제를 해결할 수 있다.

2. 수준

- 조건부확률의 계산은 교과서에도 연습을 많이 하는 내용으로, 조건부확률의 정의를 정확하게 이해하고 있는지를 묻는 교육과정에 충실한 문제이다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 조건부확률에 관한 문제는 계산은 누구나 수행해 낼 수 있지만, 논리적인 풀이과정을 써내려 가는 게 쉬운 일은 아니다. 각 사건을 정의하고 논리적인 풀이를 쓴다면 좋은 점수를 받을 수 있다고 판단된다.

4. 전체문항 총평

2019학년도 수학논술은 기하와 벡터, 미적분, 확률과 통계, 수학에서 골고루 출제되었다. 2009 개정교육과정 내에서 출제하기 위해 출제교수와 검토교사가 여러 번의 토론과 토의를 통하여 교육과정에 적절하지 않은 문항은 수정 또는 삭제하였다. 또한, 응시자의 응답을 예상하여 고등학교 교육과정 내에서 답하기 어렵거나 교육과정 외의 풀이로 답하였을 때 더 빠른 풀이가 있다고 판단이 되거나 지나치게 계산을 많이 요구하는 문항은 과감히 배제하였다. 고등학교의 수학교육과정을 충실히 반영하면서도 논리적이고 종합적인 사고력을 평가할 수 있는 문항으로 구성하였다.

수능 수학영역 준비를 착실하게 하고, 학교교육과정을 충실히 이수한 학생이라면, 문제를 해결하는 데 어려움은 없으며, 2019학년도 논술문제는 적정한 변별력으로 학생들을 선발하는데 무리가 없으리라 판단된다.

■ 입실교사(B) 검토 의견

1. 범위

- 독립과 종속의 의미를 알고 사건을 여러 가지 배반사건으로 나누어 정리하여 조건부 확률을 구하는 것을 바탕으로 한다.

2. 수준

- 문항[4-1]은 성취수준 ‘중’에 해당하며 사건을 기호화하여 표현하고 여러 가지 경우로 분류하는 지식적 측면을 평가하며, 문항[4-2]는 성취수준 ‘하’에 해당하며 문항[4-1]를 바탕으로 단순한 조건부 확률에 대한 이해적 측면을 평가하는 수준이며 고등학교 성취수준에 적합하다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 표현에 방식에 대한 채점기준이 고등학교 수준을 벗어나지 않았으며 수험생들의 여러 가지 표현방법에 대한 채점기준이 명확하다.

4. 전체문항 총평

2019학년도 연세대학교 수시모집 논술전형 수학논술시험은 4개의 제시문*을 사용하였으며 현재 고등학교 교과목인 기초수학과 수학Ⅰ을 바탕으로 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분2, 기하와 벡터에서 골고루 출제가 되었고 기본적인 지식에 대한 이해를 바탕으로 창의적인 사고를 갖춘 학생 선발을 위한 시험이라 할 수 있다. 2018학년도 논술시험과 같이 제시문과 발문에서 이해하기 어려운 용어나 표현은 없으며 2009 개정 교육과정의 범위를 준수하고 있다. 풀이와 표현방법에서 고등학교 교육과정을 벗어나서 해결가능한 제시문과 문항은 없으며 대학교 수준의 해결방법으로 접근 가능한 문제는 보이지 않는다. 창의적 사고력을 분별하는 시험의 특성상 학생들의 다양한 접근 방식과 풀이에 대한 채점기준을 마련하고 있으며 지식을 묻는 문제에서 깊은 사고력을 요구하는 문제까지 다양한 평가 도구를 제시함으로써 변별력은 충분하다고 본다. 여러 가지 관점에서 2019학년도 논술전형의 논술시험은 그 범위와 수준은 현재 고3이 교육받은 교육과정을 벗어난 것이 없으며 학교의 공교육과 자기주도적 학습만으로도 충분히 해결가능하며 아울러 대학에서도 우수한 신입생선발에 좋은 선발방식으로 적절하다 할 수 있다.

* 채점과정에서 문항2는 제시문의 오류로 인하여 논술 채점에서 배제하였으므로 본 선행학습 영향평가에서도 제외하였음.(별책에 증빙자료 첨부) 이에 따라 출제 검토교사는 4개의 제시문으로 표현하고 있으나, 본 선행학습 영향평가에서는 3개의 제시문임.

■ 입실교사(C) 검토 의견

1. 범위

- [제시문4]는 농구선수 3명이 자유투를 시도하였을 때, 첫 번째와 두 번째 선수는 성공하고 세 번째 선수가 성공하지 못한 상황을 제시하였다. 교과서에서 조건부확률을 구하기 위해 흔히 제시되는 문제 상황이다. 따라서 [제시문4]에 해당하는 문항 [4-1]. [4-2]는 모두 고등학교 교육과정의 범위 내에서 출제되었다.

2. 수준

- 문제 [4-1]은 확률의 덧셈정리를 이용하여 문제의 상황이 벌어질 확률을 구하는 문제이므로 성취기준 ‘확통1213’에 부합된다.
- 문제 [4-2]는 문제 [4-1]에서 구한 확률을 바탕으로 조건부확률을 구하는 문제이므로 성취기준 ‘확통1221’에 부합된다.
- 따라서 [제시문4]에 해당하는 문항 [4-1]. [4-2]는 모두 고등학교 교육과정의 수준을 넘지 않았다.

3. 채점 기준에 관한 점검 내용

- 채점 기준은 모두 고등학교 교육과정 내에서 제시되었다.

4. 전체문항 총평

2019학년도 연세대학교 논술고사 자연계열(수학)은 2009 개정 수학과 교육과정을 충실히 반영하였고, 교육과정을 준수하기 위해 최선을 다하였다. 교육과정의 범위와 수준을 지키기 위해 연수와 교육을 실시하였으며, 이를 점검하기 위한 회의를 수시로 진행하였다. 출제 문항에 대한 교육과정의 범위와 수준의 위반이 발견되면, 해당 문항을 폐기하거나 교육과정에 맞게끔 수정하였다. 즉, 교육과정평가원의 선행학습 영향평가 기준을 따라 출제되었다.

여러 수학 과목(수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분Ⅱ, 기하와 벡터)에서 문항을 출제하여 다양한

분야의 수학적 사고력을 가진 학생을 평가할 수 있도록 하였다. 또한 쉬운 난이도부터 어려운 난이도를 가진 문제를 출제하여 학생들의 수준을 다양하게 평가할 수 있게 하였다.

8 선행학습 영향평가 위원 검토 의견

[제시문 4]

세 명의 농구선수의 슛이 성공할 확률이 각각 $\frac{8}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{10}$로 주어져 있다. 세 선수가 임의로 슛을 한 번씩 했을 때, 첫 번째, 두 번째 선수는 성공하였으나 세 번째 선수는 실패할 확률을 구하는 문제이므로 조건부확률의 개념을 활용하는 문제이다. 먼저 세 선수가 임의로 슛을 할 순서를 정하기 때문에 경우의 수는 6가지이다. 첫 번째, 두 번째 선수는 성공하였으나 세 번째 선수는 실패할 확률이므로 확률의 곱셈정리를 이용해야 하며 각각의 사건이 서로 독립임을 이해해야 한다. 고교수학 확률과 통계의 내용이며 고교 교육과정을 이수한 학생이면 이해할 수 있는 기본개념의 내용이다.

[4-1]

세 명의 농구선수의 슛이 성공할 확률이 각각 $\frac{8}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{10}$인 선수를 A, B, C라 하고 세 명이 임의로 슛을 했을 때 첫 번째 선수와 두 번째 선수는 성공하고 세 번째 선수가 실패할 경우의 확률을 구하는 문제이다.

임의로 3명의 선수가 슛을 할 수 있는 경우의 수는 6가지이고 세 번째 선수가 실패할 확률은 다음과 같다.

i) 순서가 A, B, C일 때

$$\frac{8}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{64}{1000}$$

ii) 순서가 A, C, B일 때

$$\frac{8}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{10}=\frac{144}{1000}$$

iii) 순서가 B, A, C일 때

$$\frac{8}{10}\times\frac{8}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{64}{1000}$$

iv) 순서가 B, C, A일 때

$$\frac{8}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{10}=\frac{144}{1000}$$

v) 순서가 C, A, B일 때

$$\frac{8}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{10}=\frac{144}{1000}$$

vi) 순서가 C, B, A일 때

$$\frac{8}{10}\times\frac{9}{10}\times\frac{2}{10}=\frac{144}{1000}$$

각각의 경우가 일어날 확률은 $\frac{1}{6}$이므로 첫 번째, 두 번째 선수가 성공하고 세 번째 선수가 실패할 확률은 $\frac{1}{6}\times\frac{64\times2+144\times4}{1000}=\frac{44}{375}$

경우의 수, 확률의 덧셈정리, 확률의 곱셈정리, 여사건의 확률을 활용하는 문제로 고교 교육과정의 범위 내에서 출제된 기본 개념의 문제이다. 각각의 확률을 구하는 것은 교과서 수준의 문제이며 각각의 경우의 수가 6가지이므로 일어날 확률 $\frac{1}{6}$을 곱하여야 한다. 대입을 준비하는 과정에서 충분히 다루는 소재이며 수준 또한 어렵지 않게 해결할 수 있는 수준이다.

[4-2]

조건부 확률을 이용하는 문제이다.

세 번째 선수가 성공할 확률이 $\frac{9}{10}$ 일 확률은 [4-1]에서 ⅰ), ⅲ)인 경우이다.

세 명이 임의의 순서로 슛을 하여 첫 번째, 두 번째 선수는 성공하였으나 세 번째 선수는 실패하였을 때, 세 번째 선수가 C일 확률이므로

$$\frac{\frac{1}{6}\times\frac{64}{1000}\times 2}{\frac{44}{375}}=\frac{2}{11}$$ 이다.

조건부 확률의 개념을 활용하는 문제로 고교 교육과정의 범위 내에서 출제하였다. 학생들은 교과서나 EBS연계교재, 수학능력시험 기출문제 등에서 충분히 다루었던 문제로 고교 교육과정을 이수한 학생이면 충분히 해결할 수 있는 수준의 문제이다.

선행학습 영향평가 위원 총평

[문제 분석]

2019학년도 연세대학교 논술전형 수리논술 문항은 3 개의 제시문에 대하여 각각 3개, 2개, 2개의 소문항으로 구성되어 있으며 3개의 제시문은 서로 연계되지 않고 독립적으로 제시되었다. 각 제시문에 대하여 출제 난이도 및 문항 수에 따라 모두 15점을 배점을 부여하였다.

출제된 교과와 단원은 기하와 벡터, 수학Ⅱ, 미적분Ⅱ, 확률과 통계 등으로 고등학교 수학교육과정에서 고르게 분포되도록 출제되었다. 모두 교육과정의 범위 내에서 출제되었으며 문제의 수준은 고등학교 교육과정을 이수한 학생이면 해결할 수 있는 수준으로 출제되었으며 사교육보다는 고교수학의 개념을 다양하게 생각하거나 수학능력시험을 준비하면서 동시에 준비할 수 있을 정도의 수준에서 출제되었다. 이전의 논술고사에 비하여 수학능력시험과의 유사성이 훨씬 가까워졌다고 할 수 있다.

2019 연세대 논술전형의 수리논술은 선발을 위한 변별력에 주안점을 두기보다는 교육과정 내에 충실하고 고교 교육의 정상화에 기여하고자 하는 측면에서 출제하였다고 볼 수 있다. 아쉬운 점은 수학능력시험과는 다른 평가요소를 가진 논술시험임에도 불구하고 고교 교육과정의 내용을 다양하게 하고 심화된 사고력을 키울 수 있는 창의적인 부분이 많지는 않았다. 이는 선행학습영향평가의 영향으로 새로운 유형의 문제를 출제하기가 쉽지 않았으며 기존의 문제 유형에 녹여서 출제할 수밖에 없었기 때문인 것으로 생각된다.

[평가]

2019 연세대 논술전형 수리논술문제는 기하와 벡터의 이차곡선, 미적분Ⅱ의 삼각함수의 활용, 수학Ⅱ의 수열, 확률과 통계의 경우의 수, 확률의 덧셈정리, 확률의 곱셈정리 등 고교교육과정의 전 범위에 걸친 문제가 출제하여 전체 교육과정의 내용을 두루 평가할 수 있도록 하였고 난이도를 평이하게 하여 교육과정의 내용을 충실하게 공부한 학생들이 많은 문항을 해결할 수 있도록 하였다.

교과서, EBS연계교재, 수학능력시험 기출문제 등에서 충분히 다루었던 문제를 출제하여 학생들의 학습 부담을 줄여줄 수 있도록 하였으며 공교육 정상화에 기여하고자 하였다. 특히 각 문항의 첫 문제

들은 쉽게 출제하여 어려운 문항에 더 많은 시간을 할애하여 풀 수 있도록 하였으며 첫 번째 문제를 통하여 전체 문제의 방향을 이해할 수 있도록 하였다. 또한 1번과 4번같이 학생들이 매우 익숙한 형태의 문제를 출제하여 학생들의 문제에 대한 접근성을 높였으며 문제해결력보다는 수학적 개념에 대한 이해와 활용능력, 논리적인 표현능력, 논리적인 사고과정 등을 평가하고자 하였다.

교육과정 범위 내 출제나 문제의 수준이 고교 교육과정의 수준을 넘지 않도록 출제하여 학생들의 학습 부담을 줄이고 공교육 정상화에 기여하려고 하였다.

논술은 학생들의 사고능력을 신장하고 논리적인 문제 해결능력을 향상시킬 수 있는 평가방법인 만큼 연세대 논술이 오랫동안 추구해왔던 다면적인 사고능력을 평가하기 위한 문제도 출제되었다. [제시문 3]을 통하여 등차수열로만 이루어진 수열을 제시하여 학생들이 수의 규칙성을 발견하고 반복되는 규칙성을 통하여 대칭성을 발견할 수 있도록 문제를 구성하였다. 명확한 풀이 방법이 있는 문제보다는 논리적 해석에 따라 다양한 방법이 존재할 수 있는 문제를 제시하여 학생들의 창의성 및 수학적 추론능력을 평가할 수 있는 문제를 출제하였다. 이는 수학적 지식의 적용과 개념의 활용 단계를 넘어 사고의 연관성과 유연성을 기르고 규칙성 발견을 통하여 인과관계를 찾아내도록 하였다.

2019년 연세대 논술전형 수리논술 문항은 쉬운 문제에서 어려운 문제까지 단편적인 개념문제에서 다면적인 사고능력을 평가할 수 있는 문제까지 고교 교육과정의 전범위에 걸쳐 두루 평가할 수 있는 문제를 출제하였으며 쉬운 소재로 접근하여 심층적인 사고능력을 함양할 수 있는 문제를 다양하게 출제하였다. 고교 교육과정을 지키고 공교육 정상화에도 기여하면서 학생들의 수학적 호기심을 자극하고 사고력을 신장시킬 수 있는 문제를 출제하였다고 할 수 있다.