

2018학년도 연세대학교 수시모집 논술시험 문제(수학)

모집단위		수험번호		성명	
------	--	------	--	----	--

※다음 제시문을 읽고 아래 질문에 답하시오.

[제시문 1]

좌표평면 위의 세 점 $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 주어져 있다. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{(y-b)^2}{b^2} = 1$ 은 주어진 삼각형에 내접해 있다. 이 타원의 넓이는 πab 이다.

[1-1] 제시문의 조건을 만족하는 a 와 b 의 관계식과 범위를 구하시오. [5점]

[1-2] 타원의 넓이가 최대가 되도록 하는 b 의 값을 구하시오. [5점]

[1-3] 타원의 넓이가 $\frac{3}{16}\pi$ 가 되도록 하는 a 의 값을 모두 구하시오. [5점]

[제시문 2]

함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = \begin{cases} k(x-m)^2(x-3m)^2 & (|x-2m| \leq m) \\ 0 & (|x-2m| > m) \end{cases}$$

(단, k 와 m 은 양의 실수이다.)

[2-1] 정적분 $\int_0^1 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [7점]

[2-2] 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값을 구하시오. [7점]

[2-3] $0 < m \leq \frac{1}{4}$ 일 때, $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2018}$ 이고 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값이 2018이 되도록 하는 k 와 m 의 값을 구하시오. [7점]

[제시문 3]

김연세는 정육면체 모양의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수에 따라 1층부터 10층 사이를 이동하는 놀이를 한다.

첫 번째 시행에서는 주사위를 던져서 나온 눈의 수와 같은 층으로 간다.

두 번째부터는 다음 규칙에 따라서 놀이가 끝날 때까지 주사위 던지기를 반복 시행한다.

[규칙] 김연세가 n 층에 있을 때, 주사위를 던져서 나온 눈의 수가 m 이라고 하자.

1. $n+m < 10$ 이면 $n+m$ 층으로 간다.
2. $n+m > 10$ 이면 $10-(n+m-10)$ 층으로 간다.
3. $n+m = 10$ 이면 놀이가 끝난다.

[3-1] 주사위를 세 번 이하로 던져서 놀이가 끝나는 경우의 수를 구하시오. [7점]

[3-2] 주사위를 네 번 던져서 놀이가 끝났다고 하자. 놀이가 끝나기 전까지 규칙 1만 적용된 경우의 수를 구하시오. [7점]

[3-3] 주사위를 네 번 던져서 놀이가 끝나는 경우의 수를 구하시오. [10점]