

▣ 출제방향(취지) 및 교과서 관련여부 및 근거(출제문제 해설 포함) ▣

자연계열 [문제 1-A]

1. 출제의도

본 문제는 함수로 주어진 조건을 정확하게 이해하고, 주어진 조건을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

- (1) 함숫값과 정적분 계산을 올바르게 하고, 주어진 연립방정식을 계산하여 조건을 만족하는 경우를 올바르게 찾을 수 있는지를 평가하는 문제이다.
- (2) 함숫값과 도함숫값 계산을 올바르게 하고, 방정식의 해 중에서 조건을 만족하는 경우를 올바르게 찾을 수 있는지를 평가하는 문제이다.

2. 평가기준

문항	평가기준
(1)	<ul style="list-style-type: none"> - 함숫값으로부터 원하는 정보를 얻을 수 있다. - 정적분값으로부터 원하는 정보를 얻을 수 있다. - 주어진 조건을 만족하는 경우의 수를 정확히 계산할 수 있다.
(2)	<ul style="list-style-type: none"> - 도함숫값으로부터 원하는 정보를 얻을 수 있다. - 원하는 조건의 순서쌍의 개수를 구하기 위해 문제를 분석할 수 있다. - 분석된 경우에 대해 정확한 경우의 수를 구할 수 있다.

3. 예시답안

문제 1-A

(1) 이 문항에서 제시된 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 f(1) = 100 &\rightarrow a + b + c = 100 \\
 \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} f(x) dx = 40\sqrt{3} &\rightarrow 2\sqrt{3}a + 2\sqrt{3}c = 40\sqrt{3} \rightarrow a + c = 20
 \end{aligned}$$

위 식으로부터 $a + c = 20$, $b = 80$ 이 된다. $a + c = 20$ 을 만족하는 자연수의 순서쌍 (a, c) 의 개수는 ${}_{19}C_1 = 19$ 개 이므로, 모든 조건을 만족하는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 19개 이다.

(2) 이 문항에서 제시된 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} f(1) = 100 &\rightarrow a + b + c = 100 \\
 \textcircled{2} f'(-\frac{1}{2}) < 0 &\rightarrow -a + b < 0 \rightarrow a > b
 \end{aligned}$$

조건 ①을 만족하는 자연수의 순서쌍의 개수는 ${}_{99}C_2 = 4851$ 개 이다. 이를 만족하는 모든 순서쌍은 $a > b$ 인 경우와 $a = b$ 인 경우, $a < b$ 인 경우로 나누어진다. 이 중에서 $a > b$ 인 순서쌍의 개수와 $a < b$ 인 순서쌍의 개수는 정확히 같으므로, 조건 ①을 만족하는 순서쌍에서 $a = b$ 인 순서쌍을 제외한 나머지의 절반이 조건 ①, ②를 모두 만족하는 순서쌍이다.

$a+b+c=100$, $a=b$ 인 경우는 $2a+c=100$ 인 경우를 고려하는 것과 같다. 이때 $c=2(50-a)$ 이므로 c 는 100보다 작은 짝수, 즉 $c=2,4,\dots,98$ 이다. 따라서 $a+b+c=100$, $a=b$ 인 순서쌍 (a,b,c) 의 개수는 49이다.

위 결과로부터, $a+b+c=100$, $a>b$ 인 경우의 개수는 $(4851-49)/2=2401$ 이다.

자연계열 [문제 1-B]

1. 출제의도

본 문제는 삼수선의 정리를 이용해 주어진 점, 직선, 평면의 관계를 파악하고, 이를 좌표공간으로 옮겨 두 평면이 이루는 각을 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

2. 평가기준

평가 기준
- 삼수선의 정리를 활용하여 주어진 점을 좌표공간에 나타낼 수 있다.
- 세 점을 지나는 평면의 법선벡터를 구할 수 있다.
- 두 평면이 이루는 각을 구할 수 있다.

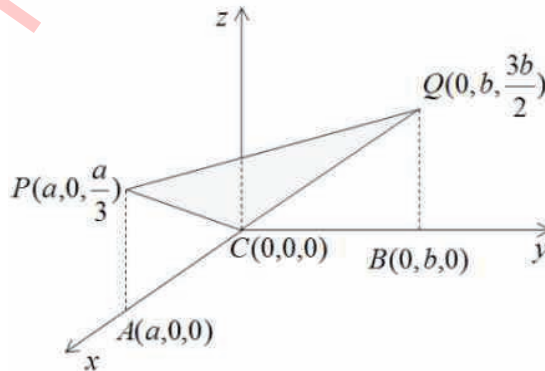
3. 예시답안

문제 1-B

$\overline{PC} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{PA} \perp \alpha$ 이므로 삼수선의 정리에 의해 $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ 이다. 따라서 점 C 를 좌표공간의 원점, 점 A 를 x 축 양의 방향, 점 B 를 y 축 양의 방향에 놓을 수 있다. 즉, $C=(0,0,0)$, $A=(a,0,0)$, $B=(0,b,0)$ 라 하자. (a,b 는 양수).

선분 PA 와 선분 QB 는 평면 $\alpha(xy\text{-평면})$ 에 수직이고, 선분 PQ 가 평면 α 와 만나지 않으며, $\tan \angle PCA = \frac{1}{3}$, $\tan \angle QCB = \frac{3}{2}$ 이므로 점 P, Q 의 좌표는 $P=(a,0,\frac{a}{3})$, $Q=(0,b,\frac{3b}{2})$ 로 놓을 수 있다. (점 P, Q 의 z 좌표가 모두 음수인 경우도 결과는 같다.)

이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



평면 PCQ 의 법선벡터를 $\vec{n} = (x, y, z)$ 라고 하면,

$$\begin{cases} ax + \frac{1}{3}az = 0 \\ by + \frac{3}{2}bz = 0 \end{cases}$$

을 만족한다, 이로부터 평면 PCQ 의 법선벡터를 $\vec{n} = (2, 9, -6)$ 으로 놓을 수 있다. 평면 α 의 법선벡터를 $\vec{m} = (0, 0, 1)$ 로 놓으면

$$\cos \theta = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{m}|}{|\vec{n}| |\vec{m}|} = \frac{|-6|}{1 \cdot \sqrt{2^2 + 9^2 + 6^2}} = \frac{6}{11}$$

을 얻는다.

4. 출제근거

문항	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
1-A	미적분	신항균 외	지학사	2014	97-102, 162-165
	미적분	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	99-107, 157-162
	미적분	정상권 외	금성출판사	2014	105-109, 173-179
	미적분	이강섭 외	미래엔	2014	99-106, 169-175
	미적분	김원경 외	비상교육	2014	88-95, 138-156
	미적분	우정호 외	동아출판	2014	118-129, 197-215
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2015	106-115, 169-185
	확률과 통계	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	12-15, 31-34
	확률과 통계	김창동 외	교학사	2014	12-20, 29-33
	확률과 통계	이준열 외	천재교육	2014	10-21, 29-32
	확률과 통계	신항균 외	지학사	2014	13-17, 28-37
1-B	기하와 벡터	김원경 외	비상교육	2014	118-121 131-133 147-151 157-163
	기하와 벡터	황선욱 외	좋은책 신사고	2014	113-116 126-127 148-155 166-171
	기하와 벡터	이강섭 외	미래엔	2014	133-137 148-150 179-187 199-204

자연계열 [문제2]

1. 출제의도

광합성 원리를 이해하고 이에 관련된 광자의 에너지와 화학 반응식 추론 능력을 평가한다.

2. 평가기준

문항	평가 기준
2-(1)	<p>【평가 준거】</p> <ul style="list-style-type: none"> · 광자의 속도와 진동수, 파장과의 관계를 안다. · 광자의 진동수와 에너지를 정량적으로 구할 수 있다. <p>【유의 사항】</p> <ul style="list-style-type: none"> · 단위가 생략되어있으면 감점 · 단순한 계산 착오인 경우 부분점수 부여
2-(2)	<p>【평가 준거】</p> <ul style="list-style-type: none"> · 광합성의 화학반응식에서 생성되는 포도당 몰수를 구한다. · 몰(mol)수의 개념을 이해하고 광자 100몰의 에너지를 구한다. · 반응 엔탈피의 개념을 이해하고 에너지 효율을 구할 수 있다. <p>【유의 사항】</p> <ul style="list-style-type: none"> · 단순한 계산 착오인 경우 부분점수 부여
2-(3)	<p>【평가 준거】</p> <ul style="list-style-type: none"> · 제시된 준거로부터 광합성 과정에서 반응물과 생성물 간의 인과관계를 이해한다. · 반응물 및 생성물의 계수를 고려하여 화학반응식을 완성할 수 있다. <p>【유의 사항】</p> <ul style="list-style-type: none"> · 단순한 계산 착오인 경우 부분점수 부여

3. 예시답안

하위문항 (1)

빛의 속도 c 는 진동수 f 와 파장 λ 의 곱이므로,

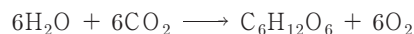
$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{450 \times 10^{-9} \text{ m}} = \frac{2}{3} \times 10^{15} \text{ Hz}$$

광자 한 개가 갖고 있는 에너지는

$$E = hf = (6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times \left(\frac{2}{3} \times 10^{15} / \text{s}\right) = 4.4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

하위문항 (2)

제시문 [나]에 기초하여, 물과 이산화탄소로부터 포도당이 얻어지는 광합성 반응의 화학반응식은 아래와 같다.



위 반응식에 의거하여 18 몰의 CO_2 가 소모된 결과 생성된 포도당의 몰수는 3 몰이다.

한편, $5.0 \times 10^{14} \text{ Hz}$ 의 진동수를 갖는 광자 100 몰의 에너지는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 E_{100\text{몰}} &= 100 \times \text{아보가드로수} \times hf \\
 &= 100 \times (6.0 \times 10^{23}) \times (6.6 \times 10^{-34}) \times (5.0 \times 10^{14}) \\
 &= (6.0 \times 6.6 \times 5.0) \times 10^5 = 1.98 \times 10^7 \text{ J}
 \end{aligned}$$

포도당 3 몰이 생성되는 과정에서 발생한 포도당 합성 반응 엔탈피 변화는

$$\Delta H_{3\text{몰}} = 3 \times (2.64 \times 10^6) = 7.92 \times 10^6 \text{ J}$$

이다.

결국 광자 100 몰이 지니는 에너지 중 일부가 포도당의 광합성에 사용되었으므로, 이에 따른 포도당 합성에 사용된 에너지의 비율은 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\Delta H_{3\text{몰}}}{E_{100\text{몰}}} \times 100 = \frac{792}{1980} \times 100 = 40\%$$

하위문항 (3)

<보기> ①로부터 광합성 과정에서 발생한 O₂는 H₂O로부터 유래한다는 것을 알 수 있다. ②의 광합성 과정에서 발생한 H₂O는 H₂S의 수소 원자 H와 CO₂의 산소 원자 O로부터 유래함을 알 수 있다.

위 두 가지 사실과 제시문 (나)에 근거하여 화학반응식을 꾸며보면 아래와 같다.



¹⁸O₂의 방사성 동위 원소 ¹⁸O 원자는 모두 H₂¹⁸O로부터 유래하고, 화학반응에서 원소의 개수는 불변하므로,

$$^{18}\text{O 원자의 개수} : a = 2d \quad \text{<수식 1>}$$

$$\text{산소 원자의 개수} : 2b = 6c + e \quad \text{<수식 2>}$$

$$\text{탄소 원자의 개수} : b = 6c \quad \text{<수식 3>}$$

$$\text{수소 원자의 개수} : a = 6c + e \quad (\because 2a = 12c + 2e) \quad \text{<수식 4>}$$

<수식 1~4>를 연립하여 풀면, 결과적으로 광합성 화학반응식은 아래와 같이 계수 c만으로 표현할 수 있다.



반응식의 양변을 c로 나누면, 완성된 화학반응식은 아래와 같다.



4. 출제근거

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	과학	조현수 외	천재교육	2014	133-136, 178-191, 316-335
	과학	안태인 외	금성출판사	2014	116-131, 188-205, 334-361
	물리 I	곽성일 외	천재교육	2014	123-128, 175-179
	물리 I	김영민 외	교학사	2014	138-142, 172-176, 203-210
	화학 I	김희준 외	상상아카데미	2013	31-53, 76-81
	화학 I	류해일 외	비상교육	2015	31-57, 70-81
	화학 II	김희준 외	상상아카데미	2014	84-119
	화학 II	류해일 외	비상교육	2015	83-114
	생명과학 II	박희송 외	교학사	2015	62-93
	생명과학 II	이준규 외	천재교육	2015	72-93