[자연1-1]

【문제1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함 (다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

A (1) $x^2+4y^2=8$의 양변을 8로 나누면

$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$

$\therefore$ 타원 C는 장축의 길이가 $4\sqrt{2}$이고 단축의 길이가 $2\sqrt{2}$인 타원이 된다.

타원의 접선공식을 사용하면 기울기가 m인 타원 C의 접선의 방정식은 $y=mx\pm\sqrt{8m^2+2}$

l_1, l_2의 기울기를 각각 m_1, m_2라 두면, 그래프를 통해 확인해 봤을 때 l_1의 y절편은 양수이므로

l_1의 방정식은 $y=m_1x+\sqrt{8m_1^2+2}$

마찬가지로 l_2의 y절편은 음수이므로

l_2의 방정식은 $y=m_2x-\sqrt{8m_2^2+2}$

l_1, l_2는 모두 $P(4,\sqrt{6})$을 지나므로 각각의 방정식에 대입해서 계산해보면

$m_1=\frac{\sqrt{6}}{2}+1, m_2=\frac{\sqrt{6}}{2}-1$ 또는 $m_1=\frac{\sqrt{6}}{2}-1, m_2=\frac{\sqrt{6}}{2}+1$ 인데 그래프를 통해 확인해보면 $m_2>m_1$이므로 $m_1=\frac{\sqrt{6}}{2}-1$, $m_2=\frac{\sqrt{6}}{2}+1$

(2) l_1, l_2가 각각 x축과 만나 이루는 각을 각각 θ_1, θ_2라 한다면, m_1, m_2는 $\tan\theta_1, \tan\theta_2$이다.

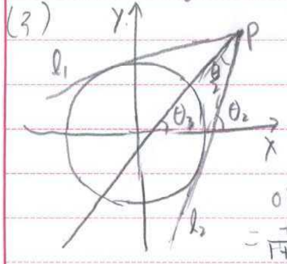
$\therefore$ l_1과 l_2가 이루는 예각 θ의 tan값은 $|\tan(\theta_2-\theta_1)|$

$\tan\theta=\frac{\tan\theta_2-\tan\theta_1}{1+\tan\theta_2\tan\theta_1}=\frac{m_2-m_1}{1+m_2m_1}=\frac{4}{3}$

$y=\tan x$는 $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$에서 증가함수인데

$\tan 60°=\sqrt{3}>\frac{4}{3}$이므로 $60°>\theta$

(3)



l이 x축과 이루는 각을 θ_3라 한다면, l의 기울기는 $\tan\theta_3$이다. 그래프를 통해 확인해보면 $\theta_3=\theta_2-\frac{\theta}{2}$

이므로 $\tan\theta_3=\tan(\theta_2-\frac{\theta}{2})$

$=\frac{\tan\theta_2-\tan\frac{\theta}{2}}{1+\tan\theta_2\tan\frac{\theta}{2}}$

$\tan\theta=\tan(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2})=\frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{4}{3}$ $\therefore \tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}$ $(0<\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{2})$

$\therefore \tan\theta_3=\frac{\sqrt{6}}{3}$

l은 기울기가 $\frac{\sqrt{6}}{3}$이고 $(4,\sqrt{6})$을 지나는 직선이므로

l의 방정식은 $y=\frac{\sqrt{6}}{3}x-\frac{\sqrt{6}}{3}$

B (1) 신형 기계를 사용할 때 원석가루 1톤으로부터 0.2kg 이하의 금이 생산될 확률은

$P(0\le 0.6X\le 0.2)=P(0\le X\le\frac{1}{3})$

$=\int_0^{\frac{1}{3}}f(x)dx=\frac{5}{9}$

구형기계를 사용할 때 원석가루 1톤으로부터 0.2kg 이하의 금이 생산될 확률은

$P(0\le 0.5X\le 0.2)=P(0\le X\le\frac{2}{5})$

$=\int_0^{\frac{2}{5}}f(x)dx=\frac{16}{25}$

(2) 임의의 기계를 선택하여 원석가루 1톤을 제련하였는데 0.2kg 이하의 금이 생산되는 사건을 A, 구형 기계를 선택하는 사건을 B라고 하면, 구해야 하는 확률은 $P(B|A)$

$=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ 이다

$P(A)=P$(신형을 선택 $\cap$ 신형이 0.2kg 이하로 생산)

$+P$(구형을 선택 $\cap$ 구형이 0.2kg 이하로 생산)

각각의 기계를 선택하는것과 그 기계가 0.2kg 이하로 금을 생산하는 사건은 독립이므로

$P(A)=P$(신형을 선택)$\times P$(신형이 0.2kg 이하로 생산)

$+P$(구형을 선택)$\times P$(구형이 0.2kg 이하로 생산)

각각 기계가 선택될 확률은 모두 같으므로 P(신형을 선택)$=\frac{9}{10}$

P(구형을 선택)$=\frac{1}{10}$

$\therefore P(A)=\frac{9}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{1}{10}\times\frac{16}{25}=\frac{141}{250}$

$P(A\cap B)=P$(구형을 선택 $\cap$ 0.2kg 이하로 생산)$=\frac{1}{10}\times\frac{16}{25}=\frac{16}{250}$

$\therefore \frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{16}{141}$

문제 1-A

타원의 접선의 방정식, 삼각함수의 합 공식 등을 정확히 이해하고, 이를 응용하여 문제에서 의도하는 바를 잘 이끌어낸 우수한 답안이다.

문제 1-B

- 문제의 의도를 정확히 이해하고 올바른 확률 모형화를 통해 문제를 해결하였다.
- 연속확률변수, 조건부확률, 독립사건, 확률의 덧셈정리 등 통계 및 확률에 대한 고교 교과과정의 수학적 개념들을 정확히 이해하고 있다.

[자연1-2]

【문제1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함 (다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

문제 1-A

(1) 타원 C의 방정식은 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ 이다.

위 타원에 접하는 접선의 방정식은

$y=mx\pm\sqrt{8m^2+2}$ 이다.

위 접선이 $p(4,\sqrt{6})$를 지나므로 대입하면

$\sqrt{6}=4m\pm\sqrt{8m^2+2}$ 이다. 이항 후 제곱하여 정리하면

$2m^2-2\sqrt{6}m+1=0$ 의 식이 된다.

접선 l_1, l_2의 기울기는 위 방정식의 근이므로

근의 공식을 이용해 두 근을 구한다.

위 식의 두 근은 $\frac{\sqrt{6}+2}{2}, \frac{\sqrt{6}-2}{2}$ 이고 l_2의 기울기가 더 크므로

l_1의 기울기: $\frac{\sqrt{6}-2}{2}$, l_2의 기울기: $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$

(2) l_1이 x축의 양의 방향과 이루는 각을 β, l_2이 x축의 양의 방향과 이루는 각을 α라 할 때, 두 직선이 이루는 예각 θ는 $\alpha-\beta$와 같다.

$|\tan\theta|=|\tan(\alpha-\beta)|=\left|\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}\right|=\left|\frac{\frac{\sqrt{6}+2}{2}-\frac{\sqrt{6}-2}{2}}{1+\frac{\sqrt{6}+2}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}-2}{2}}\right|=\frac{4}{3}<\tan 60^\circ$

$=\sqrt{3}$

따라서 θ는 60°보다 작다.

(3) 직선 l이 x축의 양의 방향과 이루는 각은 $\frac{\theta}{2}+\beta$ 이다.

$\tan\frac{\theta}{2}=x$라 할 때, $\tan\theta=\frac{4}{3}=\frac{2x}{1-x^2}$, $\Rightarrow 2x^2+3x-2=0$

$\frac{\theta}{2}$는 1사분면의 각이기 때문에 $\tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}$

$\tan\left(\frac{\theta}{2}+\beta\right)=\frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{6}-2}{2}}{1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{6}-2}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 이 된다.

직선 l은 점 $P(4,\sqrt{6})$을 지나므로 l의 식은

$y=\frac{\sqrt{6}}{3}(x-4)+\sqrt{6}$

$\therefore$ l의 식 $\Rightarrow$ $y=\frac{\sqrt{6}}{3}x-\frac{\sqrt{6}}{3}$

문제 1-B

(1) 신형기계는 전체 금함유량의 60%를 추출하므로 $W=0.6X$

$0.6X\leq 0.2$ 일 경우의 확률이므로

신형기계로 0.2kg 이하의 금을 추출할 확률은 $P(0\leq X\leq\frac{1}{3})$

$=\int_0^{\frac{1}{3}}2-2x\,dx=\left[2x-x^2\right]_0^{\frac{1}{3}}=\frac{5}{9}$

구형기계는 전체 금함유량의 50%를 추출하므로 $W=0.5X$

$0.5X\leq 0.2$일 경우의 확률이므로

구형기계로 0.2kg 이하의 금을 추출할 확률은 $P(0\leq X\leq\frac{2}{5})$

$=\int_0^{\frac{2}{5}}2-2x\,dx=\left[2x-x^2\right]_0^{\frac{2}{5}}=\frac{16}{25}$

(2) 이 사건의 확률은 $\dfrac{\text{구형기계로 0.2kg 이하 생산}}{\text{신형기계로 0.2kg 이하 생산}+\text{구형기계로 0.2kg 이하 생산}}$

의 모양으로 나타낼 수 있다.

신형기계를 선택할 확률: $\frac{9}{10}$, 구형기계를 선택할 확률: $\frac{1}{10}$

(1)에서 보인대로 신형기계로 0.2kg 이하 생산 확률: $\frac{5}{9}$

구형기계로 0.2kg 이하 생산 확률: $\frac{16}{25}$ 이다.

위 식에 값들을 대입하여 $\dfrac{\frac{1}{10}\cdot\frac{16}{25}}{\frac{9}{10}\cdot\frac{5}{9}+\frac{1}{10}\cdot\frac{16}{25}}=\frac{16}{141}$

문제 1-A

타원의 접선의 방정식, 삼각함수의 합 공식 등을 정확히 이해하고, 이를 응용하여 문제에서 의도하는 바를 잘 이끌어낸 우수한 답안이다. 다만, 논술문제에 대한 풀이임을 감안하여 첨언하면, (2)번 풀이에서 "구간 $[0,90^\circ)$에서 $y=\tan\theta$가 증가함수이며, 두 직선이 이루는 예각 θ에 대하여 $\tan\theta<\tan 60^\circ$이므로 $\theta<60^\circ$이다."라고 전개해야 올바른 논증이다. θ의 구간이 주어지지 않으면, $|\tan\theta|$의 값이 $\tan 60^\circ$보다 작다고 해서 θ가 60°보다 작다고 할 수 없기 때문이다.

문제 1-B

- 문제의 의도를 정확히 이해했고, 연속확률변수, 조건부확률, 독립사건, 확률의 덧셈정리 등 통계 및 확률에 대한 고교 교과과정의 수학적 개념들을 정확히 이해하고 있다.
- 다만, (2)번 문제의 풀이에 필요한 사건들을 정확히 정의하고, 문제에서 요구하는 답이 이들의 조건부확률임을 명시하여 풀이했다면 더욱 완벽한 답안이 될 수 있었을 것이다.

[자연1-3]

【문제1】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함 (다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

A-1) 타원 $C: x^2+4y^2=8$ 에서 양변을 8로 나누면, $C: \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$

이다. 타원 C에서 기울기가 m인 접선은 $y=mx\pm\sqrt{8m^2+2}$ 이고,

이 접선은 점 $P(4,\sqrt{6})$을 지난다

$\therefore \sqrt{6}=4m\pm\sqrt{8m^2+2}$ 식을 정리한 뒤 제곱하면

$16m^2-8\sqrt{6}m+6=8m^2+2$ 이고, 다시 정리하면

$8m^2-8\sqrt{6}m+4=0$ 양변을 4로 나누면

$2m^2-2\sqrt{6}m+1=0$ 이다

m 값을 구하기 위해 근의공식을 쓰면, $m=\frac{\sqrt{6}\pm\sqrt{4}}{2}$ 이다.

l_1의 기울기가 l_2의 기울기보다 작으므로,

l_1의 기울기는 $\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ 이고, l_2의 기울기는 $\frac{\sqrt{6}+2}{2}$ 이다.

A-2) l_1이 x축과 이루는 각을 β, l_2가 x축과 이루는 각을 α라 할 때,

$\theta=\alpha-\beta$ 이다. $\tan\alpha=\frac{\sqrt{6}+2}{2}$, $\tan\beta=\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ 이므로

$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{2}{1+\frac{1}{2}}=\frac{4}{3}$ 이다

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ 이고, $\left(\frac{4}{3}\right)^2<(\sqrt{3})^2$ 이므로 $\tan\theta<\tan 60^\circ$ 이다.

탄젠트함수는 구간 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 에서 증가하므로 $\theta<60^\circ$ 이다.

A-3) l_2가 x축과 이루는 각을 α라 할때, l이 x축과 이루는 각은 $(\alpha-\frac{\theta}{2})$ 이다

$\tan\theta=\tan(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2})=\frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{4}{3}$ 에서 $\tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}$ 이다

$\tan(\alpha-\frac{\theta}{2})=\frac{\tan\alpha-\tan\frac{\theta}{2}}{1+\tan\alpha\tan\frac{\theta}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 이므로,

기울기가 $\frac{\sqrt{6}}{3}$이고 $(4,\sqrt{6})$을 지나는 직선 l의 방정식은

$l: y=\frac{\sqrt{6}}{3}x-\frac{\sqrt{6}}{3}$

B-1) $P(0\le W\le 0.2)\to P(0\le 0.6X\le 0.2)$ (신) / $P(0\le 0.5X\le 0.2)$ (구)

$=P(0\le X\le \frac{1}{3})$ / $P(0\le X\le\frac{2}{5})$

$=\int_0^{\frac{1}{3}}(2-2x)dx$ / $=\int_0^{\frac{2}{5}}(2-2x)dx$

$=\frac{5}{9}$ / $=\frac{16}{25}$

B-2) 임의의 기계를 선택하여 원석가루 1톤을 제련하였는데 0.2kg 이하의 금이 생성될 확률을 P(A), 선택한 기계가 구형 기계일 확률을 P(B)라 하자.

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

$P(A\cap B)=\frac{1}{10}\times\frac{16}{25}$

$P(A)=\frac{9}{10}\times\frac{5}{9}+\frac{1}{10}\times\frac{16}{25}=\frac{1}{2}+\frac{16}{250}$

$\therefore P(B|A)=\frac{\frac{16}{250}}{\frac{1}{2}+\frac{16}{250}}=\frac{\frac{16}{250}}{\frac{141}{250}}=\frac{16}{141}$

문제 1-A

1) 타원과 접하는 직선의 성질에 대해 정확히 이해하고 있으며, 이를 이용한 이차방정식의 수립 및 그에 대한 풀이를 충실히 기술하고 있다.

2) 주어진 탄젠트 함수에 대한 공식을 알맞게 응용하였다. 특히, 탄젠트 함수가 (0,π/2)에서 증가함수임을 활용하라는 문제의 의도를 정확히 파악하고 있다.

3) 사잇각의 이등분선의 기울기가 탄젠트 함수로 표현됨을 이해하고 있고, 이를 위해 주어진 공식을 잘 활용하였다.

문제 1-B

1) 분포가 알려진 확률변수의 함수로 표현되는 다른 확률변수가 어떤 분포를 가지는지를 명확히 이해하고 있으며, 이를 활용하여 정확한 답을 찾았다.

2) 조건부확률의 개념과 확률의 덧셈정리에 대해 명확히 이해하여 문제를 해결하였다.

[자연2-1]

【문제2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함 (다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

A (1) 수직편광판과 이루는 각도가 θ인 편광판이 수평편광판과 이루는 각도는 $90°-\theta$이다. 수직편광판을 지난 빛의 세기를 E라고 하면 각도가 θ인 편광판을 지났을 때 빛의 세기는 $E\cos^2\theta$가 된다. 그 빛이 수평 편광판을 지났을 때 빛의 세기는 $E\cos^2\theta\cos^2(90°-\theta)$ $= E\cos^2\theta\sin^2\theta = \frac{1}{4}E\sin^2 2\theta$ 이므로 $\theta = 45°$일때 빛의 세기는 $\frac{1}{4}E$로 최대이다.

(2) 탐지기가 광자를 검출하였을 때 송신비트의 측정 값이 0이므로, 탐지기가 검출한 광자는 수직 편광된 광자일 것이다. 탐지기가 광자를 검출하지 못했을 때 송신비트의 측정값이 1이므로, 탐지기는 수평 편광된 광자를 검출하지 못한 것이다. 수직 편광된 광자는 검출되면서 수평 편광된 광자는 검출하지 못하기 때문에, 설치된 편광판의 방향은 수직 방향일 것이다.

(3) ~~탐지기의 광자 검출여부로 송신자의 신호를 얻는 경우,~~ 편광판과 수직편광된 광자의 각도를 θ라고 하고, 수직 편광된 빛의 편광판을 지나기전 세기를 E_0, 45°로 편광된 빛의 편광판을 지나기전 세기를 E_1이라 하자

편광판을 지난 후 E_0의 세기는 $E_0\cos^2\theta$

편광판을 지난 후 E_1의 세기는 $E_1\cos^2(\theta-45)$

탐지기의 광자 검출 여부로 송신자의 신호를 얻을 때, $\cos^2\theta=1$이되면서 $\cos^2(\theta-45)=0$이 되거나 $\cos^2(\theta-45)=0$이면서 $\cos^2\theta=1$인 경우는 없으므로 편광판의 투과축을 어떤 방향으로 설치하여도 송신자의 신호를 정확하게 해독할 수 없다.

B (1) C_2H_5OH는 C가 2개이므로 1몰의 C_2H_5OH를 완전연소 시킬 때 2몰의 CO_2가 생성된다. 마찬가지로 1몰의 C_8H_{18}을 완전연소 시킬 때 8몰의 CO_2가 생성된다. 1kg의 C_2H_5OH는 21.7몰이므로 1kg의 C_2H_5OH를 완전 연소 시킬때 2×21.7몰의 CO_2가 생성된다. 마찬가지로 1kg의 C_8H_{18}은 8.8몰이므로 완전연소 시킬 때 8×8.8몰의 CO_2가 생성된다. 생성되는 CO_2의 질량 비는 생성되는 CO_2의 몰수 비와 같으므로 생성되는 CO_2의 질량비는 1.6

(2)

문제 2-A

- 문제의 내용을 정확히 이해하고 있으며, 답안작성도 군더더기 없이 간결하여 좋은 답안이다. 한 가지 아쉬운 것이 있다면, 이는 과학논술이므로 문항 (3)의 경우는 모범답안과 같이 수식과 번호를 이용하여 좀 더 일목요연하게 작성했다면 더욱 좋았을 것이다.

문제 2-B

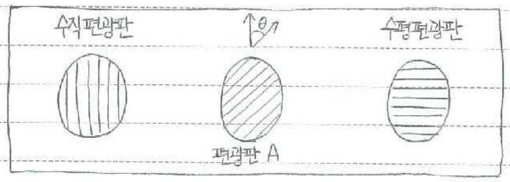
- (1)도 문제에서 요구한 답만 간결하게 구하였으나, 모범답안과 같이 이소옥탄과 에탄올이 연소하여 이산화탄소가 발생하는 과정을 설명하는 화학식을 포함한다면 더욱 훌륭한 답안이 될 것이다.

[자연2-2]

【문제2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함 (다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

2-A)

(1)



<그림 1>

<그림 1>과 같이 수직편광판과 편광판 A를 각각 통과하는 편광된 빛들이 이루는 각도는 θ이다. 그런데 수직편광판과 수평편광판은 각각 통과하는 편광된 빛들이 이루는 각도는 90°이므로 편광판 A와 수평편광판을 각각 통과하는 편광된 빛들이 이루는 각도는 90°−θ 이다. 그러므로 수직편광판을 통과한 편광된 빛의 세기를 L이라 하면 <그림 1>의 편광판 세 개를 통과한 빛의 세기는 $L\cos^2\theta\cos^2(90-\theta)$이 된다.

$$L\cos^2\theta\cos^2(90-\theta) = L\cos^2\theta\sin^2\theta = L(\cos^2\theta-\cos^4\theta)$$

$$= L\left(-\left(\cos^2\theta-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}\right)$$

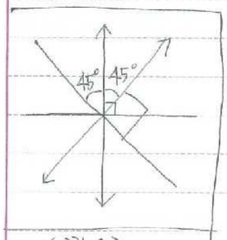
그러므로 $L\cos^2\theta\cos^2(90-\theta)$는 $\cos^2\theta=\frac{1}{2}$일때 최댓값 $\frac{1}{4}L$을 가진다.

$\therefore \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ $(\because 0°<\theta<90°)$ $\therefore \theta=45°$

문제에서 요구하는 답은 45°이다.

(2) 설치된 편광판의 투과축은 수직편광판의 투과축과 같은 방향일 것이다.
광자가 검출되지 못한 경우 송신 비트의 추정값은 1이라고 한다. 이는 수평편광된 광자를 표현하는 값으로, 광자탐지기는 수평편광된 빛을 검출하지 못한 것이다.
그러므로 문제의 내용을 참고했을 때 $\cos^2\theta=0$ 이어야 하므로 $\theta=90°$이어야 한다.
결국, 설치된 편광판의 투과축은 수직편광판의 투과축과 같은 방향일 것이다.

(3) 광자탐지기가 수직편광된 광자와 45°각도로 편광된 광자를 구별해야 할 때 둘 중 하나는 광자탐지기에 의해 검출되지 말아야 한다. 결국 광자탐지기 앞에 설치된 편광판의 투과축은 둘 중 하나의 빛의 편광 방향과 수직 방향으로 설치되어야 한다는 것이다. 그런데 이 편광판의 투과축의 방향은 둘 중 다른 하나의 빛의 편광 방향과 45°로 각도를 이루기 때문에 이 빛이 검출될 확률은 (2)에 의해서 $\cos^2 45°=\frac{1}{2}$이 된다. 이 빛은 $\frac{1}{2}$의 확률로 검출되지 않고 다른 각도에서는 두 빛 모두 검출될 수 있기 때문에 수신자는 송신자의 신호를 정확하게 해독할 수 없다.



<그림 2>

2-B)

(1) 1kg의 이소옥탄이 몇 몰이고 1kg의 에탄올이 몇 몰인지 구한 뒤 두 물질의 완전 연소 반응식을 세우고, 완전 연소이므로 산소의 공급은 충분하므로 산소의 몰수는 무시하고 각 식에서 생성되는 CO_2의 질량을 구한다.

이소 옥탄의 몰수는 $\frac{1(kg)}{12\times8+1\times18(g/mol)}=\frac{1000g}{114g/mol}=\frac{500}{57}$ mol 이다.

에탄올의 몰수는 $\frac{1(kg)}{12\times2+1\times6+16\times1(g/mol)}=\frac{1000g}{46g/mol}=\frac{500}{23}$ mol 이다.

이소옥탄의 완전연소반응식 $C_8H_{18}+\frac{25}{2}O_2 \rightarrow 8CO_2+9H_2O$

$$\begin{array}{llll} \frac{500}{57}mol & & & \\ -\frac{500}{57}mol & & +\frac{4000}{57}mol & +\frac{4500}{57}mol \\ \hline 0 & & \frac{4000}{57}mol & \frac{4500}{57}mol \end{array}$$

에탄올의 완전연소반응식 $C_2H_5OH+3O_2 \rightarrow 2CO_2+3H_2O$

$$\begin{array}{llll} \frac{500}{23}mol & & & \\ -\frac{500}{23}mol & & +\frac{1000}{23}mol & +\frac{1500}{23}mol \\ \hline 0 & & \frac{1000}{23}mol & \frac{4500}{57}mol \end{array}$$

CO_2의 분자량은 $16\times2+12=44$이므로

문제에서 요구하는 답은 $\dfrac{\frac{4000}{57}\times44\times\frac{1}{1000}}{\frac{1000}{23}\times44\times\frac{1}{1000}} \fallingdotseq 1.6$ 이다. $\boxed{\therefore 1.6}$

(2) CH_4의 완전연소반응식 $CH_4+2O_2\rightarrow CO_2+2H_2O$
CH_4의 불완전연소반응식 $CH_4+\frac{3}{2}O_2\rightarrow CO+2H_2O$
a몰의 CH_4가 완전 연소되어서 a몰의 CO_2가 생성되고 b몰의 CH_4가 불완전 연소되어 b몰의 CO가 생성된다. 이 때 반응한 CH_4 총 몰수는 (a+b)몰이다.
그리고 반응한 O_2의 몰수는 $(2a+\frac{3}{2}b)$몰이다
n_1: CO_2의 몰수 n_2: CO의 몰수라 하자. $(n_1=a,\ n_2=b)$
$P_{전체}$는 일정하고 온도는 T에서 2.5T로 변했으므로

$P_{전체}=\frac{(3a+\frac{5}{2}b)RT}{V}=\frac{(a+b)R\times2.5T}{V}$ $\boxed{\therefore \frac{1}{5}}$

문제 2-A

- 편광에 의한 빛의 세기의 변화를 정확히 이해하고 있으며, 답을 도출하는 과정을 잘 정리하여 제시하고 있다.

문제 2-B

- (1) 연소반응식을 정확히 기술하고 있으며 이를 바탕으로 이산화탄소 질량비를 잘 유도하였다.
- (2) 그러나, 메탄의 연소반응의 경우, 제시문에 주어진 관계식을 적절히 이용하지 못하여 정답을 제시하지 못하였다.

[자연2-3]

【문제2】 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함 (다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

1). 처음 빛의 세기를 E라하면 수평방향으로 편광되었을 때의 빛의 세기는 $E\cos^2\theta\cos^2(\frac{\pi}{2}-\theta)$ 가 된다.
$f(\theta)=E\cos^2\theta\cos^2(\frac{\pi}{2}-\theta)$ 라 두고 $f(\theta)$의 최댓값을 구하기 위해 극댓값을 구해보면
$f(\theta)=E\cos^2\theta\sin^2\theta$
$f'(\theta)=-2E\cos\sin^3\theta+2E\sin\cos^3\theta$
$=2E\sin\theta\cos\theta(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$
$=2E\sin\theta\cos\theta(\cos\theta+\sin\theta)(\cos\theta-\sin\theta)$
$f'(\theta)=0$ 이되는 θ의 값은 $\theta=0,\ \theta=\frac{\pi}{2},\ \theta=\frac{\pi}{4}$ 이다.
$f(0)=0,\ f(\frac{\pi}{2})=0,\ f(\frac{\pi}{4})=\frac{E}{4}$
따라서 빛의 세기가 최대가 되는 각도는 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

2) 편광판의 투과축은 수직이다. 검출할 경우의 편광판 통과확률은 1 이다. $\cos^2\theta=1$ 인 $\theta=0$ 이고 송신비트 측정값을 보면 편광판을 통과했을 때 0(수직 편광된 광자) 이기 때문에 수직이다.
또 검출 못한 경우의 편광판 통과확률은 0 이다. $\cos^2\theta=0$ 인 $\theta=\frac{\pi}{2}$이고 송신비트 측정값을 보면 편광판을 통과했을 때 1(수평 편광된 광자) 이기 때문에 수직이다.
이러한 이유를 종합하였을 때 편광판은 수직편광판인 것을 알 수 있다.

3) 수직으로 편광된 광자는 수직편광판에서는 무조건 검출이 되겠지만 45° 각도로 편광된 광자가 수직편광판에서 검출될 확률은 $\cos^2 45°$ 즉 $\frac{1}{2}$이다. 근데 (2)와 같이 읽게 되면 비트 1이 검출한 경우와 검출하지 못한 경우 둘다 나올수가 있기 때문에 편광판의 투과축을 어떤방향으로 설치하여도 송신자의 신호를 정확하게 해독할 수가 없다.

1) C_8H_{18} 이 연소할때의 화학반응식은
$C_8H_{18(g)}+\frac{25}{2}O_{2(g)} \Rightarrow 8CO_{2(g)}+9H_2O_{(l)}$
C_2H_5OH 가 연소할때의 화학반응식은
$C_2H_5OH_{(g)}+3O_{2(g)} \Rightarrow 2CO_{2(g)}+3H_2O_{(l)}$
C_8H_{18}이 연소될때는 $8CO_2$가 C_2H_5OH가 연소할때는 $2CO_2$이다.
C_8H_{18} 1kg이 연소할때 이산화 탄소는 $\frac{8\times(12+16\times2)}{12\times8+1\times18}kg=\frac{352}{114}kg$ 이 나오고
C_2H_5OH 1kg이 연소할때 이산화 탄소는 $\frac{2\times(12+16\times2)}{2\times12+1\times6+16}kg=\frac{88}{46}kg$ 이 나온다.
CO_2의 질량비 $=\dfrac{\frac{352}{114}}{\frac{88}{46}}=\dfrac{\frac{8}{114}}{\frac{1}{23}}=\frac{4}{57}\times23=\frac{92}{57}≒1.7\cdots$
따라서 CO_2의 질량비는 1.7이다.

2) $P_{전체}=\frac{n_{전체}RT}{V}$ 이다. 근데 반응후에 $T\to\frac{5}{2}T$가 되고 $P_{전체}\to P_{전체}$, $V\to V$ (∵밀폐된 용기)가 되기 때문에
따라서 $n_{전체}\to\frac{2}{5}n_{전체}$가 되어야만 한다.
메탄과 산소를 1:2의 몰수비로 넣은 화학반응식을 써보면
$xCH_{4(g)}+2xO_{2(g)}\to 2xH_2O_{(l)}+(x-\alpha)CO_{2(g)}+\alpha CO_{(g)}+\frac{\alpha}{2}O_{2(g)}$
물의 부피는 무시할수 있을 정도로 작으므로
$3x:(x-\alpha)+\alpha+\frac{\alpha}{2}=5:2$
$5x+\frac{5}{2}\alpha=6x$
$x=\frac{5}{2}\alpha$
따라서 $\frac{n(CO_2)}{n(CO)}=\dfrac{\frac{3}{2}\alpha}{\alpha}=\frac{3}{2}$

문제 2-A

- 문제의 의도를 잘 파악하고 있으며, 주어진 제시문을 이용하여 답을 도출하는데 논리적이다.
- 풀이과정을 잘 정리 제시하였다.

문제 2-B

- (1) 화학반응식을 정확히 기술하고 있으며 이를 바탕으로 정답 유도과정을 잘 제시하였다. 다만, 문항(1)에서 마지막 분수계산에서의 실수가 있었다.
- 메탄의 연소반응식을 잘 기술하였으며, 이상기체방정식과 부분압력법칙으로부터 몰수비를 잘 계산하였다.