

문제 1-A

전반적으로 문제가 의미하는 바를 제대로 파악하고, 주어진 변환을 행렬의 형태로 잘 전개하여 바른 결론을 유도한 우수한 답안이다. 하지만 (2)번 문항 답안 마지막에서 본인이 사용한 변수를 혼동하여 s', t' 대신 s, t 를 사용하여 결론을 내린 점이 아쉬웠다.

문제 1-B

- 문제의 의도를 정확히 이해하고 올바른 확률 모형화를 통해 문제를 해결하였다.
- 필요한 미분과 적분 개념을 적절히 적용하여 올바른 풀이를 제시하였다.
- 확률, 미분, 적분 등 고교 교과과정의 수학적 개념들을 정확히 이해하고 있다.

[자연1-3]

[문제 1] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 0점 처리)

1-A (1) 점수를 $h(x)$ 의 고정점을 원점에서의 가장 가까운 고정점이라 하자	1-B (1)
점 $G(x, y)$ 를 $h(x)$ 에 대입하면	순과음값을 나타냈음(대 수)과음값이 더보다 점을 확률이 높음
$h(G) = \begin{pmatrix} 2x-3y+1 \\ 4x-5y+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 성립한다.	u값을 구하면 $\int_0^u \cos x dx = \frac{1}{2} = [\sin x]_0^u = \sin u$
$2x-3y+1 = x \Leftrightarrow x-3y+1=0$	$\therefore u = \frac{\pi}{6}$ ($\because 0 \leq u \leq \frac{\pi}{2}$) 이다.
$4x-5y+2 = y \Leftrightarrow 4x-6y+2=0$	(2) 위함은 $0 \leq x < u$ 일때 발생한다
\therefore 점 G 는 직선 $(2x-3y+1=0)$ 위의 점이다.	이때 위함할 용량을 $u-x$ 이군, $x-u$이군 이다.
직선 R 과 원점에서의 거리는 $\frac{ 1 }{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{1}{\sqrt{13}}$ 이다.	(2) (1)의 기대값 $E(X) = \int_0^u (u-x) f(x) dx = \int_0^u \cos x (u-x) dx$
점 G 를 $G(a, \frac{2a+1}{3})$ 라고 다시 정의하면	$= \int_0^u (-\cos x) dx$
$a^2 + (\frac{2a+1}{3})^2 = \frac{1}{13}$ 이 성립한다.	$\therefore Q(u) = 1 - \cos u$
이 식을 정리하면 $(13a+2)^2 = 0, a = -\frac{2}{13}$ 이다.	(3) 기대이득을 u , 기대비용을 $2(1-\cos u)$ 라 하면
\therefore 따라서 점 G 는 $(-\frac{2}{13}, \frac{1}{13})$ 이다.	$R(u) = u - 2 + 2\cos u$ 이다.
	$R'(u) = -2\sin u + 1$ 이고, $R'(\frac{\pi}{6}) = 0$ 이다.
	$R'(u)$ 는 $u = \frac{\pi}{6}$ 에서 함숫값이 양의값에서 음의값으로
	비교는 변함 오므로 $R(u)$ 는 $u = \frac{\pi}{6}$ 에서 함 극대값
	$R(\frac{\pi}{6})$ 를 가진다
	$R(\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{6} - 2 + \sqrt{3} > 0, R(0) = 0, R(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} - 2 < 0$
	이므로 $R(u)$ ($0 \leq u \leq \frac{\pi}{2}$)는 $u = \frac{\pi}{6}$ 에서 최대값을 가진다
	$\therefore u = \frac{\pi}{6}$

문제 1-A

(1)번 문항에 대해서는 주어진 변환을 행렬의 형태로 잘 표현하였고, 여기서 얻은 직선과 원점 간의 거리를 계산하여 원하는 점을 잘 찾아내었다. (1)번 문항의 구체적인 계산은 우수하지만 (2)번 문항은 문제가 원하는 바를 이해하지 못한 것으로 보인다.

문제 1-B

- 문제의 의도를 정확히 이해하고 올바른 확률 모형화를 통해 문제를 해결하였다.
- 필요한 미분과 적분 개념을 적절히 적용하여 올바른 풀이를 제시하였다.
- 전개과정에 대한 설명이 명확하여 이해하기 쉽다.

[자연2-1]

[문제 2] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

[문제 2-A]	[문제 2-B]												
<p>(1) 중력 가속도를 g라 할 때 $h = \text{자유낙하시간} + \frac{1}{2} \times \text{중력가속도} \times \text{시간}^2$ 이라 할 수 있는데 이를 나타내면 $h = \frac{1}{2} g t^2 \dots \text{㉠}$이다</p> <p><그림 1>에서의 같이 P, P_0는 원의 중심이므로 피타고라스정리에 의해 $r^2 + v_{\text{탄}}^2 = (r+h)^2$ 이고 이를 정리하면 $h^2 + 2rh = v_{\text{탄}}^2$이다</p> <p>㉠에 의해 식은 $h^2 + 2rh = \frac{2gh^2}{g}$ 이고 이를 정리하면 $2v_{\text{탄}}^2 = (h+2r)g$ 이다. 여기서 h는 r에 비해 매우 크므로 원운동의 구심가속도 g의 크기는 $\frac{v_{\text{탄}}^2}{r}$ 이 평형을 맞출 수 있다</p>	<p>(1) 일정한 온도와 1.01의 부피에서 압력은 기체의 몰수에 비례한다는 점을 이용할 수 있다.</p> <p>즉, $P_0 = t \times 3.4$ (단 t는 임의의 수)이다</p> <p>평형에서의 기체의 총 압력을 다음과 같이 구할 수 있다.</p> $\text{N}_2(g) + 3\text{H}_2(g) \rightleftharpoons 2\text{NH}_3(g)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>반응</td> <td>3</td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>변화</td> <td>-0.3</td> <td>-0.9</td> <td>+0.6</td> </tr> <tr> <td>평형</td> <td>2.7</td> <td>0.1</td> <td>0.6</td> </tr> </table>	반응	3	1		변화	-0.3	-0.9	+0.6	평형	2.7	0.1	0.6
반응	3	1											
변화	-0.3	-0.9	+0.6										
평형	2.7	0.1	0.6										
<p>(2) 중력 F를 다음과 같이 나타낼 수 있다</p> $F = \frac{4 \times 10^5 \text{ km}^3 / \text{s}^2 \cdot M}{20000^2 \text{ km}^2} = 1M g \quad (g \text{는 중력가속도})$ <p>(1)에서 구한 g의 크기를 이용하면 다음과 같다</p> $\frac{v^2}{500 \text{ km}} = \frac{4 \times 10^5 \text{ km}^3 / \text{s}^2}{20000^2 \text{ km}^2} \quad (v \text{는 속력})$ <p>$\Rightarrow v = \sqrt{5} \text{ km/s}$</p> <p>여기서 주기 $T = \frac{2\pi r}{v}$ 이라 나타낼 수 있는데 이를 적용하면</p> $T = \frac{2\pi \times 5000 \text{ km}}{\sqrt{5} \text{ km/s}} = 6\sqrt{5} \times 10^4 \text{ s}$ <p>이다.</p> <p>따라서 주기 T는 약 10시간 정도임을 알 수 있다.</p>	<p>결과로 보아 평형에서의 기체의 총 압력 $P_C = t \times 3.4$ 이다.</p> <p>따라서 반응 전 기체의 총 압력 (P_0)과 평형에서의 기체의 총 압력 (P_C)의 비 ($\frac{P_0}{P_C}$)는 0.85 이다.</p> <p>이때 반응 용기의 부피를 2배로 증가시킨 압력이 감소하여 르사올리에 원리에 의하여 압력을 증가하는 방향으 반응이 일어난다.</p> <p>따라서 역반응을 할 것으로 예상된다</p>												
<p>(1)에서 구한 g의 크기를 이용하면 다음과 같다</p> $\frac{v^2}{500 \text{ km}} = \frac{4 \times 10^5 \text{ km}^3 / \text{s}^2}{20000^2 \text{ km}^2} \quad (v \text{는 속력})$ <p>$\Rightarrow v = \sqrt{5} \text{ km/s}$</p> <p>여기서 주기 $T = \frac{2\pi r}{v}$ 이라 나타낼 수 있는데 이를 적용하면</p> $T = \frac{2\pi \times 5000 \text{ km}}{\sqrt{5} \text{ km/s}} = 6\sqrt{5} \times 10^4 \text{ s}$ <p>이다.</p> <p>따라서 주기 T는 약 10시간 정도임을 알 수 있다.</p>	<p>(2) 주기인 반응속은</p> $A(aq) + B(aq) \rightleftharpoons C(aq)$ <p>이다.</p> <p>반응 비는 1:1:1이다</p> <p>즉, 초기농도 $[A]$, $[B]$, $[C]$에 대해 1:1로 반응하여 C가 생성된다.</p> <p>이 때 평형상수를 다음과 같이 나타낼 수 있다</p> $K = \frac{[C]}{[A][B]} = \frac{[C]}{[A](10^{-2} - [A])}$ <p>여기서 평형상수 K가 클 때 C의 농도가 최대가 된다.</p> <p>따라서 $[A] = x$ 라 할 때 $x(1-x)$가 최소가 되는 순간이다. $x(1-x)$ 식을 $f(x)$라 할 때</p> $f(x) = -(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4}$ <p>이므로 $x = \frac{1}{2}$일 때 즉 $[A]_0 = \frac{1}{2}$일 때 C의 농도가 최대가 된다.</p> <p>따라서 C의 농도가 최대가 되는 조건은 $[A]_0$ 임을 알 수 있다</p> <p>$[B]_0$</p>												
<p>3) 주기적 제염에 의해 보당 시간 차이는</p> $\Delta t = \frac{t_2 - t_1}{t_1} = \frac{GM}{c^2} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$ <p>이다.</p> <p>이를 적용하면</p> $\Delta t = \frac{4 \times 10^5 \text{ km}^3 / \text{s}^2}{9 \times 10^{16} \text{ km}^2 / \text{s}^2} \times \left(\frac{1}{20000 \text{ km}} - \frac{1}{50000 \text{ km}} \right)$ $\approx -\frac{2}{3 \times 10^5} \text{ s}$ <p>이다.</p> <p>따라서 GPS 위성은 지상보다 $\frac{2}{3 \times 10^5} \text{ s}$만큼 느리게 간다</p>	<p>따라서 역반응을 할 것으로 예상된다</p>												

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

근사를 통해 식을 유추하는 사고가 우수하며, 주어진 정보를 활용하여 적절한 수식을 설정하고 이를 정확히 계산한 점을 높이 평가하였다. 제시문에서 설명되어 있는 상대성 이론에 대한 이해가 다소 부족하여 시간 지연에 대한 특수상대성 이론과 일반 상대성 이론을 모두 고려하지 않아 시간 지연의 정량적인 분석을 진행하지 못했다.

문제 2-B

(1) 아보가드로 법칙을 잘 이해하였으며, 이를 바탕으로 반응 전후 몰 수 계산을 올바르게 하여 반응 전후의 압력비를 잘 구하였음. 또한 "르 샤틀리에의 법칙"에 의해 상이한 반응 조건에서의 반응 방향 예측도 잘 하였음.

(2) 문제의 출제 의도를 제대로 파악하지 못하여 제대로 된 평형식을 세우지 못하였음. 제시문의 $[A_0]=[B_0]$ 이 되는 경우의 식을 세워 답을 짜 맞춘 경우임으로 점수를 줄 수 없음.

[자연2-2]

[문제 2] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 '0'점 처리)

<p>2-A</p>	<p>나타낸다. (제시문(나)에 지상의 시간이 그렇게 가만 걸림을 알 수 있다.)</p>
<p>(1) $S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ 이다. (S는 이동거리, v_0 초기속도, t는 시간, a는 가속도이다.)</p>	<p>Δt는 1초당 시간 차이이므로 1시간 동안의 시간차이는 Δt에 3600초를 곱해주면 된다. 제시문(나)에서</p>
<p>문제에 부속속도 v_0의 속력은 0이라고 하였으므로 $v_0 = 0$ 이고 S는 h이다. 따라서 $h = 0 + \frac{1}{2} a t^2$ 이다</p>	<p>$1 \mu s = 1 \times 10^{-6} s$ 임을 알 수 있으므로 정리하면 아래와 같다.</p>
<p>[그림 1]을 통해 피타고라스의 정리를 이용할 수 있음을 안다. $(r+h)^2 = r^2 + (vt)^2$ 이다.</p>	<p>$3600 \times \Delta t = 6 \times 10^3 \times \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{6 \times 10^3}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \mu s = -2.56 \mu s$ 이다.</p>
<p>$\sqrt{r^2 + vt^2} + h = \sqrt{r^2 + v^2 t^2}$ 양변을 $v^2 t^2$으로 나누어 정리하면 아래와 같다.</p>	<p>따라서 지구를 돌고 있는 GPS 위성의 시계를 1시간 동안 수정하지 않은 경우 지상리의 시간 차이는 $2.56 \mu s$이며 지상보다 시간이 빠르다.</p>
<p>$\frac{2h}{v^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{c^2} \dots \textcircled{1}$</p>	<p>2-B</p>
<p>$h = \frac{1}{2} a t^2$ 이므로 $\frac{2h}{v^2}$은 a이고 문제에서 r에 비해 h는 매우 작다고 하였으므로 $\textcircled{1}$은 아래와 같이 나타낼 수 있다.</p>	<p>(1) 제시문(가)에 의해 같은 온도에서 부피가 일정할 때 기체의 압력은 몰수에 비례함을 알 수 있다.</p>
<p>$a + 0 = \frac{v^2}{r} \therefore a = \frac{v^2}{r}$</p>	<p>$N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$</p>
<p>따라서 자유낙하 운동의 가속도는 원운동의 구심 가속도 크기와 같 $\frac{v^2}{r}$이 된다.</p>	<p>반응 전 몰 수 \Rightarrow 반응 전 총 몰 수는 4몰 반응 -0.3몰 -0.4몰 +0.6몰</p>
<p>(2)</p>	<p>반응 후 2.7몰 0.1몰 0.6몰 \Rightarrow 반응 후 총 몰 수는 3.4몰</p>
<p>제시문(가)에 의해 $F = G \frac{Mm}{r^2}$ 임을 알 수 있다.</p>	<p>압력은 몰수에 비례하므로</p>
<p>시간은 $\frac{\text{거리}}{\text{속력}}$ 이므로 공전 주기는 $\frac{2\pi r}{v}$ 이다.</p>	<p>$\frac{P_0}{P_2} = \frac{3.4}{4} = \frac{34}{40} = \frac{17}{20}$ 이다.</p>
<p>$F = ma$ 이므로 $F = G \frac{Mm}{r^2}$과 정리하면 아래와 같다.</p>	<p>정반응이 일어날 경우 총 몰 수는 감소한다. 역반응이 일어날 경우 총 몰 수는 증가한다. 일정한 온도에서 반응 용기에</p>
<p>$F = ma = G \frac{Mm}{r^2}$</p>	<p>부피를 2배로 늘릴 경우 몰수가 증가하는 역반응이</p>
<p>$a = \frac{GM}{r^2}$ (문제 (1)에서 $a = \frac{v^2}{r}$ 이므로)</p>	<p>진행된 것이다.</p>
<p>$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$</p>	<p>(3)</p>
<p>$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$</p>	<p>제시문 (나)에 의해 반응계수 Q가 $\frac{[C]}{[A][B]}$ 임을 알 수 있다.</p>
<p>공전주기에 대한 식에 대입하면 아래와 같다.</p>	<p>문제에서 A와 B 라한 반응식을 보면 A와 B의</p>
<p>공전주기 = $\frac{2\pi \times 3 \times (25 \times 10^3)^2}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = \frac{2\pi \times 3 \times 25 \times 10^3}{\sqrt{\frac{6 \times 10^{24}}{25 \times 10^3}}} = \frac{6\pi \times 25 \times 10^3}{4} = 37500$ 초 이다.</p>	<p>반응 계수가 모두 1 이다. A와 B가 같은 농도일 경우 C가 가장 많이 생성된다. 따라서 $[A] = [B]$</p>
<p>시간은 3600초이므로 공전주기는 약 10시간이다.</p>	<p>즉, $\frac{[A]}{[B]}$ 이 일 때 C의 농도가 최대이다.</p>
<p>(3)</p>	<p></p>
<p>제시문(다)에 의해 $\Delta t = \frac{4 \times 10^5}{(3 \times 10^8)^2} \left(\frac{1}{25 \times 10^3} - \frac{1}{5 \times 10^3} \right)$ 이다.</p>	<p></p>
<p>A와 B Δt를 정리하면 $\Delta t = \frac{4}{9 \times 10^5} \left(\frac{-4}{25 \times 10^3} \right)$ 이다.</p>	<p></p>
<p>이 때 -부호는 반응 GPS 위성의 시간이 더 빠름을</p>	<p></p>

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

수학적인 기본 지식을 활용하고 적절하게 식을 근사하여 출제자의 의도대로 문제를 풀이하였다. 정량적 수식계산도 비교적 정확히 기술되었다. 다만 시간 지연에 대해 풀이할 때, 제시문에 대한 이해가 다소 부족하여 특수 상대성 이론에 대한 효과를 고려하지 않았다.

문제 2-B

(1) 아보가드로 법칙을 잘 이해하였으며 이를 바탕으로 반응 전후 몰 수 계산을 올바르게 하여 반응 전후의 압력비를 정확히 맞게 구하였음. 하지만, 반응 용기의 부피를 두 배 늘릴 경우 몰수가 증가하는 방향으로 역반응이 진행되는 것은 맞지만, 그 타당한 이유를 뒷받침하지 못하여 감점의 대상임.

(2) 문제의 출제 의도를 제대로 파악하지 못하여 답에 대한 제대로 된 논리적인 근거를 제시하지 못하였음.

[자연2-3]

[문제 2] 답안은 반드시 해당 답란에 작성해야 함(다른 문제의 답안을 작성할 경우 0점 처리)

<p>[2-A]</p> <p>1) $v^2 + v^2 = r^2 + 2rt + h^2$ $h = \frac{v^2}{2t+h}$ (이때 h는 r에 비해 매우 작으므로 무시한다) $h = \frac{v^2}{2t}$ 이를 t에 대해서 미분하면 $V = \frac{v^2}{t}$ 대 t에 대해서 미분하면 $a = \frac{v^2}{r}$ 이 된다. \odot 따라서 자유 낙하운동의 가속도는 중심가속도의 크기인 $\frac{v^2}{r}$ 이 된다.</p>	<p>[2-B]</p> <p>1) 반응전 총 몰수가 4 mol 이고. 평형후 총 몰수가 3.4 mol 이다. 따라서 기체의 압력비는 $\frac{3.4}{4} = \frac{17}{20}$ 이 된다. $\therefore \frac{17}{20}$ 부피를 2배 늘리면 반응전후의 압력은 같아지나 압력이 비와 같은 것은 전자 동일 할 것이다.</p>
<p>2) $a = \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$ 이므로 (r = 25000) $v^2 = 16$ $v = 4$ 가 된다. 이때 공전 궤도의 반경이 $2 \times 8 \times 25000$ 이므로 $t(\text{시간}) = \frac{2 \times 8 \times 25000}{4 \times 3600} = \frac{250}{24} \approx 10$ 따라서 인공위성의 공전주기는 약 10시간이 된다.</p>	<p>2) $A + B \rightleftharpoons C$ 이므로 a와 b가 1:1 반응하여 C를 만든다는 것을 볼 수 있다. \odot 이제 $\alpha + \beta = 1$ 이라 하면 \square (\square는 남은 것) $\alpha A + \beta B \rightarrow rC$ (r은 α와 β를 작은 것 \odot라 같은 값, \odot 또는 $\alpha = \beta$ 이면 r 또한 같다) 가 성립되야 하므로 $K = \frac{r}{\alpha \beta}$ 가 성립한다. 이때 평형상태 K에서 농도를 알 수 있는 Q의 관계는 $K = Q$ 이므로 K의 값이 클수록 \odot의 농도를 알 수 있다. 따라서 $\alpha > \beta$ 이면 $K = \frac{1}{\alpha}$ 이 되고. \odot의 농도가 낮아진다. $\alpha < \beta$ 이면 $K = \frac{1}{\beta}$ 이며 \odot의 농도가 높아진다. $\alpha = \beta$ 이면 $K = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta}$ 이다. 즉 $\alpha > \beta$ 일때와 $\alpha < \beta$ 일때는 \odot의 값이 \odot보다 크게 되고, $\alpha = \beta$ 일때 $K = \frac{1}{\alpha}$ 이므로 $\alpha = \beta$ 일때 K의 값이 가장 작은 것을 알 수 있다.</p>
<p>2) $v = 4$ 이므로 \odot에서 보았을 때 인공위성의 1초당 시간차이는 $\Delta t_1 = \frac{1}{2} \times \frac{16}{9 \times 10^8}$ \odot의 일반상대성이론을 보면 지구와 \odot 1초당 차이는 $\Delta t_2 = \frac{4 \times 10^5}{(3 \times 10^8)^2} \left(\frac{1}{25 \times 10^2} - \frac{1}{5 \times 10^3} \right)$ $\Delta t_1 - \Delta t_2 = \left \frac{8 + \frac{4}{3} \times \frac{1}{25 \times 10^5}}{3 \times 10^8} \right = \frac{\square}{3 \times 10^8 \text{ s}}$ $= \frac{16 + 8 \times 10^3 \times 25}{3 \times 25 \times 3 \times 10^8} = \frac{200016}{3 \times 25 \times 3 \times 10^8} = \frac{8001}{25 \times 3 \times 10^6}$ \therefore 약 $89 \mu\text{s}$ 차이 난다.</p>	<p>따라서 \odot 모든 K에 대해서 평형상태에서의 C의 농도가 가장 클 조건은 $\frac{[B]_0}{[A]_0}$ 이 일때가 된다.</p>

<해설은 다음 장에>

문제 2-A

고교과정 물리1의 내용인 뉴턴운동법칙과 상대성 이론에 대해 정확히 이해하고 있는 점을 높이 평가하였다. 제시문을 파악하는 능력도 우수했다. 다소 복잡한 수식계산에서 정확하지 못해 일부 감점의 요인이 되었다.

문제 2-B

- (1) 아보가드로 법칙을 잘 이해하였으며 이를 바탕으로 반응 전후 몰 수 계산을 올바르게 하여 반응 전후의 압력비를 정확히 맞게 구하였음. 하지만, 반응 용기의 부피를 두 배 늘릴 경우 반응에서의 새로운 평형이 생성됨을 이해하지 못하여 새로운 반응 방향은 제대로 예측하지 못하였음.
- (2) 문제의 출제 의도를 제대로 파악하지 못하여 답에 대한 제대로 된 논리적인 근거를 제시하지 못하였으며 엉뚱한 논리로 $[A_0]=[B_0]$ 이 됨으로 짜 맞춘 경우임으로 점수를 줄 수 없음.