2018학년도 숙명여자대학교 모의논술 우수답안

자 연 계 열 문 항

■ 2-1(a)

플레이어 A가 순서쌍 $(1, c+2)$를 만들었다고 가정하고 A가 승자임을 보이자. 다음으로 플레이어 B는 바구니 X에서 공을 꺼내거나, 꺼내지 않거나 두 가지 경우를 취할 수 있다.

(i) 만일 플레이어 B가 바구니 X에서 공을 꺼내면 바구니 X의 공의 개수는 0이 되고, 이 경우 플레이어 A는 바구니 Y에서 모든 공을 꺼내어 순서쌍 $(0,0)$를 만들게 되므로 승자가 된다.

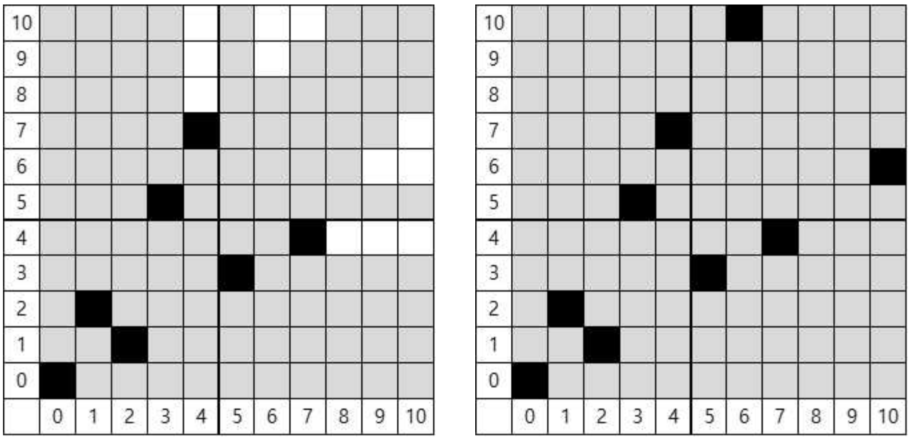
(ii) 만일 플레이어 B가 바구니 X에서 공을 꺼내지 않는 경우에는 바구니 Y에서 1개 이상의 공을 꺼내게 되어 순서쌍은 $(1,y)$ (단, $0 \leqq y \leqq c+1$)이 된다. 이 경우 $y-1$의 절대값이 c보다 작거나 같으므로 플레이어 A는 두 바구니에서 모든 공을 꺼낼 수 있다. A는 순서쌍 $(0,0)$를 만들게 되므로 승자가 된다.

■ 2-1(b)

다음 그림과 같이 지문에서 제시된 방법을 이용하여 체스판 위의 필승전략을 모두 구하면

$$(1,2),\ (2,1),\ (3,5),\ (5,3),\ (4,7),\ (7,4),\ (6,10),\ (10,6)$$

이다.



체스판위의 칸은 $(0,0)$를 제외하면 모두 120개이므로 구하고자하는 확률은 $\frac{8}{120} = \frac{1}{15}$이다.

(답) $\frac{1}{15}$

2018학년도 숙명여자대학교 모의논술 우수답안

자 연 계 열 문 항

■ 2-2(a)

사용되는 직사각형의 넓이를 A라 하면, $A=2\pi r(2r+h)$이고, 부피가 1이므로 $1=\pi r^2 h$이다. 따라서 $A=4\pi r^2+2\pi r\left(\frac{1}{\pi r^2}\right)=4\pi r^2+\frac{2}{r}$이다. 즉, A는 변수 r의 함수이다. $A(r)=4\pi r^2+\frac{2}{r}$라하고 미분을 이용하여 $A(r)$이 최소가 되는 r의 값을 구하자.

$$A'(r)=8\pi r-\frac{2}{r^2}=\frac{8\pi r^3-2}{r^2}=8\pi r-\frac{2}{r^2}, \qquad A''(r)=8\pi+\frac{4}{r^3}$$

이므로, $A'(r)=0$이 되는 양수 r을 구하면

$$r=\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}$$

이고, $A''\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}\right)=8\pi+4(4\pi)=24\pi>0$이다. 따라서 '이계도함수를 이용한 극대와 극소의 판정'에 의하여, 넓이 A는 $r=\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}$일 때 최소가 된다.

(답) $\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}$

■ 2-2(b)

사용되는 직사각형의 넓이를 B라 하면, $B=(2\pi r+2r)h$이고, 부피가 1이므로 $1=\pi r^2 h$이다. 따라서 $B=\frac{2\pi r+2r}{\pi r^2}=\frac{2\pi+2}{\pi r}$이다. 한편 문제의 조건으로부터 $h\geq 4r$이다. 그런데 $h=\frac{1}{\pi r^2}$이므로 $r^3\leq\frac{1}{4}hr^2=\frac{1}{4}\frac{1}{\pi r^2}r^2=\frac{1}{4\pi}$이다. 이제 B는 r의 감소함수이므로 $r=\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}$일 때, 넓이 B는 최소가 된다.

(답) $\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}$

■ 2-2(c)

2-2.a에서 구한 넓이는 $A(r)=4\pi r^2+\frac{2}{r}$이므로 $A\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}\right)=3(\sqrt[3]{4\pi})$이다. 2-2.b에서 구한 넓이는 $B(r)=\frac{2\pi+2}{\pi r}$이므로 $B\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}\right)=\frac{2\pi+2}{\pi}\sqrt[3]{4\pi}$이다. $A\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}\right)>B\left(\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi}}\right)$이므로 2-2.b에서의 방법이 더 적은 비용으로 깡통을 제작할 수 있다.