4.

2017학년도

자연계열 해설

[공통문항] 제시문 출처

제시문 <가> : 오찬호,「우리는 차별에 찬성합니다」(개마고원, 2013, p.239 에서 발췌 후 재구성)

제시문 <나> : 에드워드 로이스,「가난이 조종되고 있다」(명태, 2015, p.448 에서 발췌 후 재구성)

제시문 <다> : Raymond Fisman, et al., "The distributional preferences of an elite" (Sicence , 2015, p.7 에서 발췌 후 재구성)

[공통문항] 출제의도

출제 의도
본 문항은 '빈곤' 문제와 관련하여 상반된 관점의 제시문을 이해하고, 이해된 내용을 실증적 자료와의 상호관련성 하에서 심화하여 파악하고 평가하도록 논제를 구성하였다. 보통 우리는 '빈곤'의 원인을 '개인'에게서 찾지만, 정부와 기업의 정책 등과 관련된 '구조적 원인'이 '빈곤'을 고착화하고 심화하기도 한다. 그리고 한 사회에서 정치·경제적 제도를 설계하고 운영하는 권력층인 엘리트들은 이러한 빈곤 문제를 적극적으로 해결하기보다는 오히려 평등성보다 효율성 중심의 정책을 펼침으로써 부익부 빈익빈 현상을 심화시키기도 한다. 본 문항에서 <제시문>은 이와 관련된 세 편의 글로 구성되었다. <가>는 이십대 대학생들이 빈곤의 원인을 '개인의 책임'으로 바라보고 있음을 분명히 보여주는 글이고, 이와 반대로 <나>는 개인이 통제할 수 없는 사회 구조에 빈곤의 보다 근본적인 원인이 있다고 주장하며 '구조적 책임'을 강조하는 글이다. 그리고 <다>는 엘리트의 분배적 선호를 통해 평등성보다 효율성을 우선시하는 권력층의 정책결정 성향을 알 수 있는 실증적 자료이다.

[공통문항] 채점기준

답안 구성요소

본 문항은 다음과 같다.

“<가>에 나타난 이십대 대학생들이 빈곤의 원인을 바라보는 관점을 설명하고, 이 관점을 <다>의 내용을 활용하여 <나>의 관점에서 비판하시오.”

이 문항에 대해 적절하게 답안을 작성하기 위해서 답안의 내용은 다음을 포함해야 한다.

① <가>의 내용을 정확하게 이해하였는가
- 이십대 대학생들이 ‘빈곤의 원인’을 바라보는 관점을 정확하게 이해하였는가
- 파업하는 노동자, 수능점수와 입학 대학, 취업준비, 자기계발 등의 사례들을 문항과 관련하여 적절하게 이해하였는가

② <나>의 논지를 정확하게 이해하였는가
- 빈곤은 개인이 통제할 수 없는 ‘구조적 요인’에 기인한다는 논지를 정확하게 이해하였는가
- 기업과 정부의 정책, 선거와 정치 제도 등에 관한 사례들을 문항과 관련하여 적절하게 이해하였는가

③ <다>의 내용([그림] 포함)을 정확하게 이해하였는가
- 글의 내용을 [그림]과 관련하여 정확하게 이해하였는가
- ‘공정심과 이기심의 교환관계’와 ‘평등성과 효율성 중심 성향의 교환관계’의 상호관련성을 문항과 관련하여 정확하게 이해하였는가
- 엘리트의 분배적 선호를 통해 권력층의 정책결정 성향이 어떠한지를 문항과 관련하여 정확하게 이해하였는가

④ <나>의 관점에서 <다>를 활용하여 <가>에 나타난 이십대 대학생들이 ‘빈곤의 원인’을 바라보는 관점을 적절하게 비판하였는가

또한, 공통문항의 취지에 맞게 답안은 내용과 표현 면 모두에 강조점을 두어야 한다. 답안은 기본적으로 다음 사항을 만족시켜야 한다.

첫째, 각 제시문의 내용을 정확하게 이해하고 답안을 작성했는가
둘째, 답안의 내용이 문제의 요구사항을 충족시켰는가
셋째, 답안의 구성이 논리적이며 언어 사용이 명확한가
넷째, 문장 구성력과 표현력이 좋은가

[공통문항] 예시답안

예시 답안
<가>의 이십대 대학생들은 빈곤의 원인을 '개인의 책임'으로 바라보고 있다. 노동자에게 느끼는 연민의 감정과는 별개로 그들이 받는 낮은 처우는 능력 부족 때문이기에 그 이상의 요구는 정당하지 못하며, 수능점수와 입학대학은 개인의 능력과 노력의 결과이므로 그로 인한 차별은 당연히 인정해야 한다는 것이다. 이로부터 유추해 보면 가난한 사람은 그들의 낮은 인지능력, 노력 부족, 생산성 낮은 인적자본 때문에 구직 기회를 얻지 못하고, 얻더라도 저임금의 직업을 얻게 된다. '자기계발'에 그들의 모든 시간과 노력을 투자해야만 한다는 믿음도 이십대 대학생들이 빈곤을 개인의 탓으로 보고 있음을 뒷받침한다. 하지만 <나>는 개인 보다 사회구조에 근본적인 빈곤의 원인이 있다는 '구조적 책임'을 주장한다. 정규직이 급격히 감소하고 상대적으로 열악한 비정규직의 비중이 높아지고 소득 불평등이 심화된 것은, 세계화와 경기상황, 기업의 경영정책, 고용주의 태도 등에 기인한다는 것이다. 개인은 이런 외부 환경을 수동적으로 받아들일 수밖에 없으므로, 많은 사람들은 자신의 능력과 노력에도 불구하고 빈곤에 빠지게 된다. 또한 노동시장에 영향을 주는 사회구조는 정치제도와 권력자의 결정에 크게 좌우된다. 자본, 자유, 분권을 기조로 하는 민주주의 정치제도에서는 분배와 복지보다는 성장을 우선시하고 기득권층을 보호하는 방향으로 정책이 결정되기 때문에 사회계층 간 이동이 거의 불가능하다. 구조적 관점은 빈곤과 권력의 연관성을 분명히 보여준다. 정치적·경제적 제도를 설계하고 운영하는 것은 결국 권력층이기 때문이다. <다>에 나타난 엘리트의 분배적 선호를 통해 권력층의 정책결정 성향을 알 수 있다. 실험결과에 의하면 예일 로스쿨 학생이 미국 평균시민에 비해 이기적이고, 평등성 보다 효율성 중심의 성향이 뚜렷함을 알 수 있다. 이들은 사회에서 '전략적 요충지'를 차지하여 권력을 행사하면서 자신이 속한 부유층을 위한 이기적 정책을 펼치게 된다. 효율성 추구의 정책은 필연적으로 평등한 소득분배를 저해하고, 효율성 달성으로 얻은 경제적 파이를 저소득층과 나누는 복지에는 소극적이다. 따라서 '권력'의 재분배가 이루어지기 전에는 부익부 빈익빈 현상은 고착화되고 심화될 수밖에 없다.

[계열문항] 출제의도와 논제의 구성

출제 의도

고등학교 수학의 기초 원리를 이해하고 응용할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 고등학교 수준의 수리능력을 지닌 학생이 이해할 수 있는 지문 2개를 선정하여 그 주요 내용을 재구성하거나 창작하였다. 이번 논술 시험의 구체적인 특징은 다음과 같다.

첫째, 수리논술의 기본정신과 방향을 따라 교과지식의 단독 반복학습과 암기를 통해 습득된 지식을 통해 문제를 풀기 보다는 수학적 원리에 대한 이해를 기초로 수리적 현상을 논리적으로 기술할 수 있는지를 평가하였다.

둘째, 고등학교 수학 교육과정을 충실히 이수한 학생이라면 답할 수 있는 문제를 출제하고자 하였다. 특히 고등학교 교사들이 검토요원으로 참여하여 제시한 의견을 최대한 반영하여 고등학생들이 큰 어려움 없이 이해할 수 있는 지문을 만들고자 노력하였다.

셋째, 평가의 객관성을 위해 채점의 기준을 최대한 객관화할 수 있는 문제를 출제하여 합리적인 평가가 되도록 하였다.

논제의 구성

제시문 <가>는 먼저 극장에 n명의 관객과 n개의 좌석이 있는 상황을 가정하였다. 첫 번째 관객은 극장표를 잃어버려 자신의 자리가 어디인지 몰라 임의로 자리를 선택해서 앉기로 하고, 두 번째 관객부터는 자신의 자리가 비어있으면 그 자리에 앉고 이미 누군가가 앉아있으면 임의로 다른 자리를 선택해서 앉는다고 할 때, n번째 관객이 자신의 원래 자리에 앉을 확률을 구하는 문제를 다루고 있다. 또한 첫 두 명의 관객이 극장표를 잃어버려 그 둘은 차례로 자리를 임의로 선택해서 앉고, 그 이후부터는 자신의 자리가 비어 있으면 그 자리에 앉고 이미 누군가가 앉아있으면 임의로 다른 자리를 선택해서 앉는다고 할 때, 제일 마지막 관객이 자기 자리에 앉을 확률은 관객 수와 관계없이 일정하다는 사실을 나타내고 있다.

제시문 <나>는 극장을 옆에서 본 단면을 생각했을 때, 극장에서 스크린이 가장 크게 보이는 좌석을 선택하는 문제를 다루고 있다.

<논제 2-1>에서는 제시문 <가>에서 마지막 단락에서 언급된, 첫 두 명의 관객이 극장표를 잃어버린 경우에 대해 제일 마지막 관객이 자기 자리에 앉을 확률은 관객 수와 관계없이 일정하다는 사실을 증명하고, 관객의 수가 100명일 때의 확률을 구하는 문제를 다루고 있다.

<논제 2-2(a)>는 제시문 <나>에서 언급된 극장에서 스크린이 가장 크게 보이는 위치를 구하고, 그 점과 스크린을 나타내는 두 점을 지나는 원이 극장의 바닥모양을 나타내는 직선에 서로 접한다는 사실을 증명하는 문제를 다루고 있다.

<논제 2-2(b)>는 제시문 <나>의 지문을 입체인 경우로 확장하여 원형으로 배치된 좌석들 중에서 스크린의 대각선이 가장 크게 보이는 곳을 찾는 문제를 다루고 있다.

[계열문항] 채점기준

답안 구성요소
확률은 사건이 일어나는 정도에 대하여 공부하는 수학의 한 분야이다. 확률은 일기예보, 보험 등 광범위한 분야에서 널리 활용된다. 함수, 미분, 도형 등은 수학을 비롯한 자연과학, 사회과학 등 제반 학문에 기본으로 사용되는 필수 불가결한 도구이다. 본 문항들은 수학I, 수학II, 미적분I, 미적분II, 확률과 통계, 기하와 벡터 등 고등학교에서 배우는 대부분의 수학 교과들로부터의 이해를 바탕으로 한다. 따라서 본 문항들을 통해 학생들이 제시문들을 읽고 확률, 극대극소, 원과 직선과의 관계, 좌표공간에 대한 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

[계열문항] 예시답안

예시 답안

■ 2-1

편의상 n 명의 관객을 A_1, A_2, ... , A_n이라 하고 이들의 극장표에 적혀있는 좌석을 각각 S_1, S_2, ... , S_n이라 하자. 그리고 마지막 n번째 관객이 자신의 원래 자리에 앉을 확률을 b_n 이라 하자. 먼저 $n=3$ 일 때 그 확률 b_3을 구해보자. 3자리 중에서 A_1, A_2가 임의로 앉을 경우의 수는 ${}_3P_2=6$ 이고, A_3가 자신의 자리 S_3에 앉기 위해서는 A_1과 A_2가 각각 자신의 자리에 앉거나 서로 바꿔 앉는 경우 두 가지가 있으므로 $b_3=\dfrac{1}{3}$ 이 된다.

이제 모든 자연수 $n\geq 3$에 대하여 $b_{n+1}=b_n$ 임을 보이자. 즉, 마지막 관객이 자신의 원래 자리에 앉을 확률은 관객의 수에 관계없이 일정함을 보이자. 관객의 수가 $(n+1)$명이라 하고, (i) A_1이 S_3을 선택한 경우, (ii) A_1이 S_3을 선택하지 않고 A_2가 S_3을 선택한 경우, (iii) A_1과 A_2가 모두 S_3을 선택하지 않은 경우로 나누어서 생각한다.

(i) A_1이 S_3을 선택한 경우:
이 경우는 세 번째 관객 A_3은 임의로 자신의 자리를 선택하여야 한다. 따라서 A_1은 제외하고 A_2와 A_3을 각각 새로운 첫 번째 두 번째 관객으로 바꾸어 생각하면 관객이 n명 있을 때와 상황이 같아진다. 따라서 A_1이 S_3을 선택하고 A_{n+1}이 S_{n+1}에 앉을 확률은 $\dfrac{1}{n+1}b_n$이다.
(ii) A_1이 S_3을 선택하지 않고 A_2가 S_3을 선택한 경우:
이 경우에도 마찬가지로 세 번째 관객 A_3은 임의로 자리를 선택하여야 하므로 A_2를 제외하고 A_1과 A_3을 각각 새로운 첫 번째 두 번째 관객으로 바꾸어 생각하면 관객이 n명 있을 때와 상황이 같아진다. 따라서 A_1은 S_3을 선택하지 않고 A_2는 S_3을 선택하며 A_{n+1}이 S_{n+1}에 앉을 확률은 $\left(\dfrac{n}{n+1}\right)\left(\dfrac{1}{n}\right)b_n$이다.
(iii) A_1과 A_2가 모두 S_3을 선택하지 않은 경우:
이 경우에는 A_3은 자신의 원래 자리에 앉게 되므로 A_3을 제외하고 생각하면 관객이 n명 있을 때와 상황이 같아진다. 따라서 A_1과 A_2가 모두 S_3을 선택하지 않고 A_{n+1}이 S_{n+1}에 앉을 확률은 $\left(\dfrac{n}{n+1}\right)\left(\dfrac{n-1}{n}\right)b_n$이다.

따라서 확률 b_{n+1}을 구하면

$$b_{n+1} = \left(\frac{1}{n+1}\right)b_n + \left(\frac{n}{n+1}\right)\left(\frac{1}{n}\right)b_n + \left(\frac{n}{n+1}\right)\left(\frac{n-1}{n}\right)b_n = b_n$$

이다. 그러므로 관객 100명이 있을 때 100번째 관객이 자신의 원래 자리에 앉을 확률은

$$b_{100} = b_{99} = \cdots = b_3 = \frac{1}{3}$$

이다.

■ **2-2(a)**

제시문 <나>에서 $\tan\alpha = \dfrac{3-\frac{x}{2}}{x}$, $\tan\beta = \dfrac{1-\frac{x}{2}}{x}$이고, 따라서

$$\tan\theta = \tan(\alpha-\beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta} = \frac{\dfrac{3-\frac{x}{2}}{x} - \dfrac{1-\frac{x}{2}}{x}}{1+\dfrac{(3-\frac{x}{2})(1-\frac{x}{2})}{x^2}} = \frac{8x}{5x^2-8x+12}$$

이다. 여기서 $\tan\theta$는 $\theta \in [0, \pi/2)$에서 증가하므로 함수 $f(x) = \dfrac{8x}{5x^2-8x+12}$가 최댓값을 갖는 x를 구하면 이 x가 점 O에서 각 $\angle \mathrm{APB}$가 최대가 되는 양의 x축 위의 점 P의 x좌표이다. 한편,

$$f'(x) = \frac{-8(5x^2-12)}{(5x^2-8x+12)^2} = 0$$

이면 $x^2 = \dfrac{12}{5}$이므로 x는 $\sqrt{\dfrac{12}{5}}$이다. 즉, 점 P의 좌표는 $\left(\sqrt{\dfrac{12}{5}}, \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{12}{5}}\right)$이다.

이제 $\mathrm{A}(0,1)$, $\mathrm{B}(0,3)$, $\mathrm{P}\left(\sqrt{\dfrac{12}{5}}, \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{12}{5}}\right)$을 지나는 원의 방정식을

$$x^2+y^2+ax+by+c=0$$

이라 하자. 이 원은 $\mathrm{A}(0,1)$, $\mathrm{B}(0,3)$을 지나므로

$$1+b+c=0, \quad 9+3b+c=0 \;\Rightarrow\; b=-4,\ c=3$$

이고 원의 방정식은 $x^2+y^2+ax-4y+3=0$이 된다. 또한 점 $\mathrm{P}\left(\sqrt{\dfrac{12}{5}}, \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{12}{5}}\right)$를 지나므로

$$\frac{12}{5}+\frac{12}{20}+\sqrt{\frac{12}{5}}a-2\sqrt{\frac{12}{5}}+3=0 \Rightarrow \sqrt{\frac{12}{5}}a-2\sqrt{\frac{12}{5}}+6=0$$
$$\Rightarrow a = 2-\sqrt{15}$$

이고, 구하는 원의 방정식은

$$x^2+y^2+(2-\sqrt{15})x-4y+3=0$$

이다. 이제 $y=\dfrac{x}{2}$를 대입하면

$$\frac{5}{4}x^2-\sqrt{15}\,x+3=0$$

이고 이 방정식의 판별식은 $D = 15-4\cdot\dfrac{5}{4}\cdot 3 = 0$이므로 세 점 A, B, P를 지나는 원은 직선 $y=\dfrac{x}{2}$에 접한다.

<다른 풀이>

위의 풀이로부터 함수 $f(x)=\dfrac{8x}{5x^2-8x+12}$가 최댓값을 갖는 x를 구하면 이 x가 점 O에서 각 $\angle\mathrm{APB}$가 최대가 되는 양의 x축 위의 점 P의 x좌표임을 알 수 있다. 한편,

$$f(x)=\frac{8x}{5x^2-8x+12}=\frac{8}{5x-8+\dfrac{12}{x}}$$

에서 $x>0$임을 이용하여 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면 $5x+\dfrac{12}{x}\geq 4\sqrt{15}$이므로

$$f(x)\leq\frac{8}{4\sqrt{15}-8}$$

임을 알 수 있다. 이 때, 등호는 $5x=\dfrac{12}{x}$, 즉 $x=\sqrt{\dfrac{12}{5}}$ 일 때 성립한다. 따라서 점 P의 좌표는 $\left(\sqrt{\dfrac{12}{5}},\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{12}{5}}\right)$이다.

세 점 A, B, P를 지나는 원 $x^2+y^2+(2-\sqrt{15})x-4y+3=0$과 직선 $y=\dfrac{x}{2}$이 서로 접함도 다른 방법들을 이용하여 증명할 수 있다. 원의 방정식으로부터 원의 중심이 $\left(-1+\dfrac{\sqrt{15}}{2},2\right)$이고 반지름이 $\sqrt{\dfrac{23}{4}-\sqrt{15}}$ 임을 알 수 있다. 이제 다음 둘 중 하나를 보이면 증명이 끝난다.

(1) 원의 중심 $\left(-1+\dfrac{\sqrt{15}}{2},2\right)$에서 직선 $y=\dfrac{x}{2}$까지의 거리가 반지름 $\sqrt{\dfrac{23}{4}-\sqrt{15}}$ 와 같다.

(2) 원의 중심과 점 P를 잇는 직선의 기울기가 -2이므로 이 직선은 $y=\dfrac{x}{2}$와 점 P에서 서로 수직으로 만난다.

■ 2-2(b)

두 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}=(-x,-2-y,1)$, $\overrightarrow{\mathrm{PB}}=(-x,2-y,-1)$이 이루는 각의 크기가 θ이므로

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|\,|\overrightarrow{\mathrm{PB}}|}=\frac{x^2-(4-y^2)-1}{\sqrt{x^2+(2+y)^2+1}\,\sqrt{x^2+(2-y)^2+1}}$$

이다. 이제 $x^2=16-y^2$이므로

$$\cos\theta=\frac{11}{\sqrt{21+4y}\,\sqrt{21-4y}}$$

이다. 함수 $y=\cos\theta$는 구간 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$에서 감소하므로 $f(y)=-16y^2+441$이 최댓값을 갖는 y에서 각 θ가 최대가 된다. 따라서 $y=0$일 때, 각 θ가 최대가 되며 $x^2=16-y^2$이고 $x>0$이므로 $x=4$이다. 즉 구하는 점 P의 좌표는 $(4,0,0)$이다.

<참고>
고등학교 교육과정을 벗어나지만 코사인 제2법칙을 이용하여 $\cos\theta$를 구할 수도 있다.

$$|\overline{\mathrm{PA}}|=\sqrt{x^2+(2+y)^2+1},$$
$$|\overline{\mathrm{PB}}|=\sqrt{x^2+(2-y)^2+1},$$
$$|\overline{\mathrm{AB}}|=\sqrt{20}$$

이므로

$$\cos\theta=\frac{|\overline{\mathrm{PA}}|^2+|\overline{\mathrm{PB}}|^2-|\overline{\mathrm{AB}}|^2}{2|\overline{\mathrm{PA}}||\overline{\mathrm{PB}}|}=\frac{2x^2+2y^2-10}{2\sqrt{(x^2+y^2+5)^2-16y^2}}$$

이다. 이제

$x^2+y^2=16$ 임을 이용하면

$$\cos\theta=\frac{11}{\sqrt{21^2-16y^2}}$$

을 얻는다.